



# EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA: GEOGEBRA, UNA ALTERNATIVA PARA FAVORECER EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LA FORMACIÓN DEL LICENCIADO EN MATEMÁTICA

THE DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE: GEOGEBRA, AN ALTERNATIVE TO FAVOR THE LEARNING OF GEOMETRY WHEN TRAINING THE BACHELOR IN MATHEMATICS

Lic. Pablo Raúl Vargas Hall

[admon@holguin.geocuba.cu](mailto:admon@holguin.geocuba.cu)

Grupo Empresarial GEOCUBA, Holguín, Cuba

Dra. C. Neldi Virgen Castro Hermidas

[neldich@uho.edu.cu](mailto:neldich@uho.edu.cu)

Universidad de Holguín, Cuba

## Resumen

El trabajo aborda el tratamiento a los contenidos de Geometría Analítica. La forma de enseñar y aprender Geometría ha variado según la época y las circunstancias. En particular, la era digital trae transformaciones en la vida cotidiana y en el proceso de enseñanza-aprendizaje, el uso de los programas de Geometría Dinámica desarrollados para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría han tenido un amplio uso en el mundo; en Cuba los mismos no se han usado tanto como se desea, no obstante, existen algunas experiencias en este campo. En Cuba, el estudio de la Geometría Analítica se inicia en el oncenavo grado de la enseñanza media superior. También en las matemáticas superiores se sistematiza y profundiza lo tratado. En la carrera Licenciatura en Matemática, la asignatura Geometría Analítica forma parte de la disciplina Geometría Superior y es impartida durante el primer año. El presente trabajo tiene como objetivo la descripción de tareas y sugerencias metodológicas elaboradas para dar tratamiento a los contenidos de la Geometría Analítica empleando el Geogebra como herramienta; para favorecer el aprendizaje de los contenidos geométricos. La aplicación de los métodos de investigación permitió corroborar que con el uso del Geogebra se puede lograr un cambio en el tratamiento de la Geometría, lo que conlleva a que el alumno exponga sus conocimientos y habilidades y el desarrollo de la imaginación, modos de la actividad mental, sentimientos y actitudes.

Palabras claves: Geometría, Geogebra, alternativa, enseñanza-aprendizaje

## Abstract

This research aims at the treatment to the contents of Analytical Geometry. The way of teaching and learning Geometry has varied according to the time and circumstances. In particular, the digital age brings transformations in everyday life and in the teaching-learning process, the use of Dynamic Geometry programs developed for the teaching and learning of Geometry have been widely used in the world; in Cuba it has not been used as much as aspired; however, there are some experiences regarding this topic. In Cuba, studying such content begins in the eleventh grade. Also, in the higher Mathematics, the content already treated is systematized and deepened. In Mathematics bachelor's degree, the subject Analytical Geometry is part of the discipline Superior Geometry and is taught during the first year. The present work has as objective: the elaboration of tasks and methodological suggestions to treat the contents of Analytical Geometry using Geogebra as a tool to favors the learning of the geometric contents. The application of the research methods allowed corroborating that using Geogebra, can accomplish a change in the treatment of Geometry; which leads to the student to state his knowledge and skills and the development of imagination, modes of Mental activity, feelings and attitudes.

Key words: Geometry, Geogebra, alternative, teaching-learning

## 1. Introducción

En Cuba la educación matemática en los últimos años, ha sido objeto de cambios trascendentales, la educación geométrica no ha estado exenta de ellos. Durante mucho tiempo la enseñanza de la geometría

ha sufrido cambios en los métodos y medios utilizados para la impartición de sus contenidos. La tendencia en el siglo XXI ha sido la introducción de las TIC, permitiendo a docentes y estudiantes la creación de nuevas metodologías para el desarrollo



de aptitudes y habilidades. Todo ello posibilita la creación de modelos que pueden ser modificados al instante, cambiando la manera en que se interactúa con el mundo; reconociendo patrones, formas y figuras de la vida real.

La Geometría ayuda a la formación de la mentalidad del estudiante, pues en sus métodos de trabajo, se encuentran los métodos generales de las demostraciones lógicas y el trabajo con el cálculo proposicional. La habilidad de representar problemas con el auxilio de figuras geométricas es muy importante en el desarrollo de problemas prácticos y en la representación de resultados, lo cual además se incrementa en la actualidad con el uso de las computadoras y la necesidad del uso de gráficos con estas.

En especial, la enseñanza-aprendizaje de la geometría, ha sido objeto de varias investigaciones a nivel nacional y en el extranjero, y es una de las ramas de la matemática que más se ha beneficiado en los últimos tiempos con la introducción de herramientas computacionales.

Estas herramientas han creado un nuevo concepto para estudiar los entes geométricos que en otros tiempos tenían que ser esbozados a mano para poder explicar las transformaciones acaecidas tanto en el plano, como en el espacio. Sustituyendo el dibujo inexacto de una realidad abstracta, a veces maltratada y limitada por el uso indiscriminado de medios de enseñanza que solo podían ser presentados al estudiante desde una vista bidimensional o por un medio en tres dimensiones diseñado a priori, que a pesar de tener componentes físicos dejaban mucho que desear al no permitir modificaciones.

Las principales ventajas del uso de sistemas de geometría dinámica están en la modelación, alteración, previsualización y visualización de entidades geométricas que pueden ser apreciadas desde cualquier ángulo. Ello amplía las capacidades imaginativas de los estudiantes desde un punto de partida riguroso y posibilita que los diferentes criterios o formas de un objeto abstracto, puedan ser modelados siguiendo una serie de pasos o algoritmos, que permitan llegar a un fin en concreto: la obtención de una curva o superficie.

Los Sistemas de Geometría Dinámica (SGD) han aparecido en las aulas para ayudar a aquellos maestros y profesores comprometidos con la principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la geometría, vincular a los alumnos con el mundo en el que viven. El conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan útiles en el

desarrollo de la vida cotidiana, Barrantes (2003).

La aparición de software de modelación matemática contribuye al desarrollo de estas y otras habilidades en los estudiantes, pero aún se encuentran situaciones que por falta de una metodología adecuada al contexto; en vez de contribuir al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje lo limitan, mostrando carencias y limitaciones debido a:

- La poca base conceptual sobre los contenidos geométricos.
- Escaso uso de Software de Geometría Dinámica en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica.
- Los estudiantes carecen de las habilidades de representación, visualización e imaginación espacial, necesarias para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica.
- El nuevo conocimiento sobre la Geometría Analítica no se introduce a partir de los conocimientos existentes y de las experiencias en la vida relacionada con la temática.

Las valoraciones anteriores y el estudio epistemológico inicial realizado permitieron determinar el siguiente problema de investigación: ¿Cómo favorecer el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Holguín?

Para dar solución al problema se propuso como objetivo la elaboración de tareas y sugerencias metodológicas para dar tratamiento a los contenidos de la Geometría Analítica empleando el Geogebra como herramienta que contribuya a favorecer el aprendizaje de los contenidos geométricos. El presente artículo tiene como propósito describir las sugerencias elaboradas y ejemplos de tareas diseñadas para contribuir a la solución del problema planteado en la investigación.

## 2. Materiales y métodos

En la investigación se emplean diferentes métodos, del nivel teórico el Histórico-lógico: con el fin de valorar la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, específicamente de la Geometría Analítica. También, el de Análisis-Síntesis e Inducción-Deducción para establecer los fundamentos teóricos, así como para realizar el análisis del diagnóstico, interpretar y sintetizar los resultados y la elaboración de las conclusiones y generalizaciones del trabajo. Como métodos empíricos se emplea la observación científica, la encuesta y la entrevista a estudiantes y



profesores para obtener información sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes de la Licenciatura en Matemática. Los métodos Matemáticos estadísticos se utilizan para el procesamiento de la información obtenida en diferentes momentos de la investigación.

La herramienta GeoGebra es un sistema de geometría dinámica que tiene como ventaja realizar construcciones de diferentes entes geométricos: puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas, entre otros. Otra de sus ventajas es el cálculo simbólico, el cual permite trabajar con los contenidos algebraicos: factorización de números y polinomios, operaciones con fracciones algebraicas, resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones, vectores y matrices, entre otros. Puede ser utilizado para hacer análisis estadísticos. Este software permite crear videos, y exportar ejercicios a la web. Está apoyado con una comunidad mundial de profesores y estudiantes que han visto en él algo más que una herramienta. Es una de las aplicaciones más usadas en el mundo ya que es un software libre, que se puede obtener gratuitamente en <https://www.geogebra.org> y cuenta con versiones para dispositivos móviles.

### 3. Resultados y discusión

#### 3.1 La geometría y su enseñanza-aprendizaje

La geometría, tiene una gran influencia en el desarrollo del educando, sobre todo en la relación con el entorno, pues en el mundo se manifiestan las formas y entes geométricos. La geometría favorece y desarrolla en los alumnos una serie de capacidades como la percepción visual, la expresión verbal, el razonamiento lógico y la aplicación a problemas concretos de otras áreas de Matemáticas o de otras materias.

Un caso excepcional, es la Geometría Analítica la cual relaciona en sí dos ramas del conocimiento matemático, el Álgebra y la Geometría tanto del plano como del espacio.

La idea central de la Geometría Analítica del plano es la correspondencia entre una ecuación  $f(x, y) = 0$  y el lugar (generalmente una curva) consistente de todos aquellos puntos cuyas coordenadas  $(x, y)$  relativas a dos ejes fijos perpendiculares satisfacen la ecuación y de manera análoga en el espacio (en este caso se trata de superficies).

Para ello, emplea el “método de coordenadas” el cual fue introducido paralelamente por Fermat (1601-1665) y por Descartes (1596-1650) como un método general para resolver problemas geométricos y particularmente para estudiar las curvas y

superficies.

Se considera al plano (espacio) como un conjunto de puntos, se asocian a esos puntos del plano (espacio), pares ordenados (ternas ordenadas) y a las curvas (superficies), ecuaciones.

En la Geometría Analítica, el estudio de las propiedades de las curvas se realiza sobre el estudio de las propiedades algebraicas de las ecuaciones correspondientes, permitiendo la interpretación de los problemas geométricos a través del Álgebra. (Descartes, Libro III)

La idea fundamental de ecuación de una curva es puesta en evidencia de manera más clara por Fermat. Su método se fundamenta en el reconocimiento de una correspondencia biyectiva entre los puntos del plano o el espacio y sus coordenadas; y se asocian las ecuaciones a las curvas y superficies.

La Geometría Analítica del plano reemplaza las leyes geométricas (o propiedades) de las figuras por leyes algebraicas sobre las coordenadas de sus puntos. Esta relación analítica entre puntos y coordenadas es la que permite reconocer a la figura como un conjunto de puntos.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conocimientos geométricos se pretende establecer una serie de destrezas cognitivas de carácter general que puedan ser utilizadas en muchos casos particulares y que contribuyan por sí mismas a desarrollar las capacidades de los estudiantes. La línea general de trabajo de la geometría se desarrolló mediante una metodología de resolución de problemas, donde el alumno, además de estar motivado, aprende.

En la actualidad y en correspondencia con una metodología activa de enseñanza se tiende a trabajar con materiales que desarrollen una geometría dinámica.

#### 3.2 Sistemas de Geometría Dinámica

El uso de las nuevas tecnologías, hoy día, permite que docentes y estudiantes entren a un mundo infinito de posibilidades para construir los nuevos conocimientos; cabe destacar la influencia que han tenido los Sistemas de Geometría Dinámica (SGB), los cuales posibilitan que docentes y estudiantes tengan otra manera de observar el mundo que les rodea.

En investigaciones realizadas por diferentes autores: Laborde et al. (2006), Güven y Kosa (2008), Carrillo y Llamas, (2005); Laborde y Capponi, (1994); Murillo y Fortuny, (2003); Falcade, Laborde, y Mariotti, (2007);



García y Arriero, (2000); Laborde, (2001); Siñeriz y Santinelli, (1999), Pandiscio (2001), se explica el avance histórico y el desarrollo de los SGD y cómo han propiciado nuevas actividades en el estudio de los objetos matemáticos.

En la actualidad los SGD brindan un nuevo ambiente educativo, en donde los alumnos pueden experimentar, evaluar y manipular los elementos geométricos gracias a la plataforma interactiva que ofrecen estos sistemas.

Laborde et al. (2006) indica que algunos intentos en la enseñanza y aprendizaje de la geometría ha propiciado que muchos investigadores se centren en el rol que juegan las representaciones gráficas proporcionadas por los SGD.

En este sentido los investigadores mencionan que en los últimos 30 años se han desarrollado sistemas tecnológicos que han ofrecido caminos novedosos para llevar a cabo actividades educativas en la matemática y que en las últimas décadas se han desarrollado dos clases tecnológicas relativas a las representaciones gráficas: *Logo driven Turtle* (TG) y *Dynamic geometry environments* (DGE)

El *Logo driven Turtle* (TG), es un lenguaje de programación educativo, diseñado en la década del 60 y que tiene su primera aparición digital en la década del 80, nos permite dibujar y generar una variedad de formas básicas de patrones y figuras geométricas. Sobre la segunda tecnología (DGE), Laborde et al. (2006) señalan que a la fecha se han desarrollado aproximadamente 70 programas, entre ellos el Cabri-Géomètre (1988), GEOLOG Inventor (2003), Geometric Supposer (1985), y Thales (1993), y que estos programas dan muestra de la interactividad y manipulación directa en las representaciones gráficas, haciéndolas interactivas y dinámicamente manipulables.

Según Laborde et al (2006) la perspectiva epistemológica de la geometría es que la enseñanza ha estado acompañada de manera continua por el estudio de conceptos y relaciones lógicas provenientes de un análisis del espacio pero por otro lado, esto se fue convirtiendo en un campo de investigación y discusión axiomática.

Estas dos tendencias también fueron señaladas por Hilbert, citado por Laborde et al. (2006), fundador del enfoque axiomático en la geometría quien menciona la existencia de esta dualidad: una hacia la abstracción y la otra hacia la comprensión intuitiva de la geometría.

Esta dualidad hizo que algunos investigadores notaran la carencia de representaciones gráficas

vinculadas a sus significados geométricos. Al mismo tiempo nacen distintas posturas que se enfocan en los procesos cognitivos involucrados en la geometría y el carácter estructural de sus representaciones, apartando la tendencia abstracta y axiomática. A principios de la década de los noventa, distintos enfoques emergen y se retoman los diagramas en la enseñanza de la geometría.

Algunos intentos de la enseñanza de la geometría vinculan el rol que juegan las representaciones gráficas proporcionadas por computadoras y por lo tanto muchos investigadores resaltan la importancia de la visualización, la cual va más allá del reconocimiento visual de relaciones espaciales.

Gutiérrez (1991), afirma que la geometría puede ser considerada como el origen de la visualización en la matemática y que la revolución tecnológica que ha ocurrido en los últimos años, la popularización de las computadoras y las herramientas multimedia, provee de nuevos elementos para impulsar la enseñanza de la geometría.

Es importante aclarar el término visualización de Zimmermann y Cunningham (1991), pues consideran a la visualización en el plano externo como ilustración y en el plano interno como producto de la imaginación del hombre, al reconocer que: “[...] la visualización matemática es el proceso de formar imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con ayuda de materiales o tecnologías) y utilizar estas imágenes de manera efectiva para el descubrimiento y la comprensión matemática” (Hernández, 2001: 34-35).

Las imágenes mentales provienen de representaciones externas como objetos físicos, dibujos, entre otros. Los procesos de visualización se realizan al convertir información abstracta en imágenes visuales o al comprender e interpretar las representaciones visuales y extraer de ellas la información que producen.

Diversos programas de ordenador como Cabri o GeoGebra contribuyen a desarrollar esta metodología activa mediante el dinamismo que dan a las actividades geométricas que se pueden desarrollar con dichos programas.

Muchos sitios en Internet ofrecen al profesorado muchas actividades de interés didáctico, realizada con el GeoGebra para las educaciones de Primaria y Secundaria, que cubren estos contenidos para estos niveles.

Para la educación superior el uso de estas herramientas está inmerso en un proceso constante de mejoras y actualizaciones que contribuyen al



desarrollo de las habilidades y a satisfacer las necesidades el universitario en su búsqueda de información.

Debido a estas consideraciones los autores apoyan su trabajo en el uso de lo SGD como el Geogebra el cual puede facilitar la: visualización, construcción, transformación, la exploración y reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas para la enseñanza y el aprendizaje por parte de los estudiantes.

### 3.3. Sugerencias metodológicas generales

Se proponen como sugerencias metodológicas generales en el uso de los SGD para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica las siguientes:

1. Determinar el conocimiento a tratar por parte de los docentes.
2. Reactivar los contenidos precedentes que son necesarios utilizar o que se ponen de manifiesto durante la realización de la actividad (asegurar el nivel de partida).
3. Seleccionar las tareas que más ilustren con racionalidad el conocimiento a tratar.

A continuación se muestra un ejemplo del uso del Geogebra para la el tratamiento de las cónicas.

El estudio de la ecuación general de segundo grado, es el conocimiento a tratar, en particular las formas cuadráticas aplicadas a la Geometría Analítica. Toda forma sesquilineal hermitiana puede ser reducida a una suma de cuadrados mediante un cambio de base, o lo que es lo mismo, mediante un cambio de coordenadas.

Cualquier punto  $(x, y)$  del plano  $R^2$  que satisfacen una ecuación de segundo orden de la forma:

$$a x^2 + b x y + c y^2 + d x + e y + f = 0$$

Corresponde a una de las curvas: elipse, hipérbola, parábola, vacío, un punto, una recta y dos rectas.

Considerando la parte cuadrática de  $q(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ , esta es la forma cuadrática con matriz simétrica real.

Para trabajar con el Geogebra en este tipo de actividad, es necesario asegurar el nivel de partida con los conocimientos de las formas cuadráticas y los métodos de traslación y rotación de los sistemas de ejes de coordenadas, estudiados.

### 3.4. Ejemplos de tareas y sugerencias metodológicas específicas

En este caso se inicia con el estudio de la curva de

$$\text{ecuación: } 9 x^2 + 4xy + 16 y^2 - 36 = 0$$

Se sugiere para contribuir al desarrollo de la habilidad viso-espacial en los estudiantes, utilizar el SGD, Geogebra y se recomienda seguir los pasos siguientes:

1. Abrir el Geogebra, haciendo doble clic sobre el icono de aplicación en el escritorio.
2. En la barra de entrada introducir la expresión general:  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$
3. Aceptar la solicitud de los deslizadores para cada uno de los parámetros de la ecuación.
4. Introducir los valores para los parámetros  $a = 9, b = 4, c = 16, d = 0, e = 0$  y  $f = -36$ . Ver Figura 1.
5. Definir el centro de la cónica utilizando la función Centro[g].
6. Definir los ejes de la cónica **Ejes[g]**. En la Figura 2 se puede observar las transformaciones que ocurren a los ejes de coordenadas, en este caso una rotación.
7. Definir los ángulos para determinar el ángulo de rotación de los ejes.

Seleccionar la herramienta Punto y definir punto B sobre el eje Y; el punto C sobre la recta h, el punto D en el Eje X, y el punto E en sobre la recta i.

Activar la herramienta Ángulo, y seleccionar la terna de puntos B, A, C con lo cual se define el primer ángulo,  $\angle BAC$  y la segunda terna de puntos D, A, E que originan  $\angle DAE$ . Se obtienen dos ángulos iguales que muestran la transformación ocurrida a los ejes. Renombrar la recta i por X' y la recta h por Y' (Fig. 3).

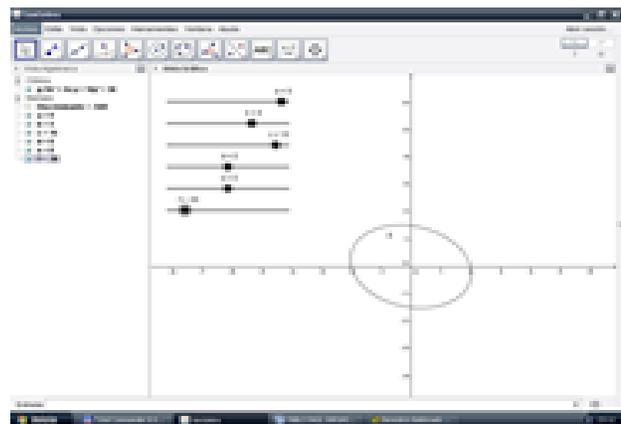


Figura 1. Gráfico que ilustra la ventana donde se aparece la curva (elipse) que se obtiene.

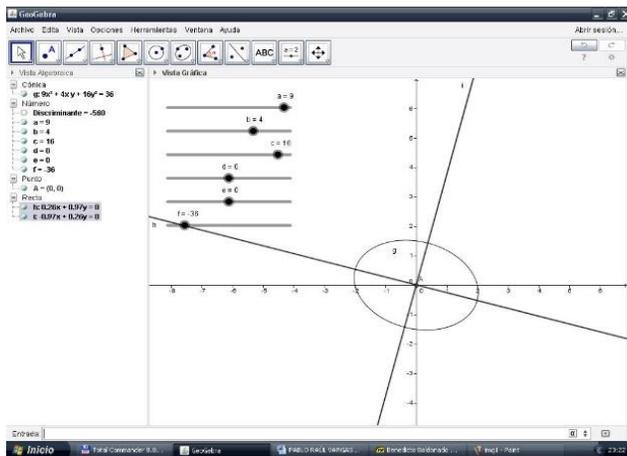


Figura 2. Gráfico que ilustra la ventana donde aparece la elipse y los dos sistemas de coordenadas XY y X'Y'.

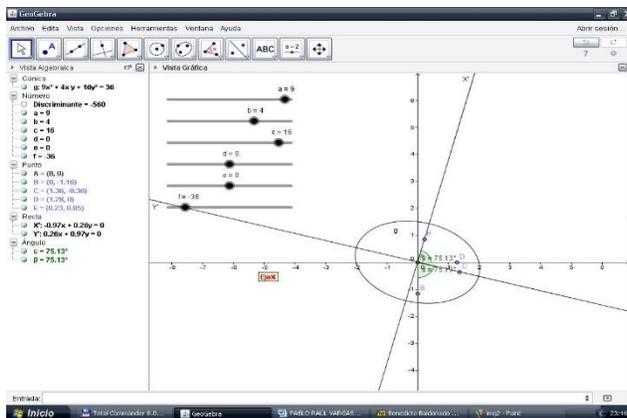


Figura 3: Gráfico que ilustra la ventana donde aparece la elipse y los dos sistemas de coordenadas XY y X'Y' y el ángulo de rotación.

En la construcción de la curva asociada a esta forma cuadrática  $9x^2 + 4xy + 16y^2$ , se observa un nuevo término que no se trabaja en el preuniversitario, el término mixto o con las variables  $xy$ .

Considérese la ecuación de la forma  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$

Al aplicar el discriminante  $b^2 - 4ac$ , se puede obtener una curva de segundo grado en dependencia de la relación que se establece entre los parámetros de la ecuación y el valor del discriminante, es decir, una elipse, una hipérbola, una parábola, un punto, vacío y una o dos rectas.

Partiendo de la ecuación y de la variación de los parámetros se puede observar como la cónica, se degenera en diferentes curvas. En este caso,  $D = b^2 - 4ac = -560 < 0$  se obtiene una elipse.

Se puntualiza que si  $D < 0$ , se trata de una elipse, si  $D > 0$ , se trata de una hipérbola.

Como actividad para ejercitar el uso del Geogebra y llegar a generalizaciones se orienta a los estudiantes la siguiente actividad:

Identifique cada curva en dependencia de los siguientes valores.

- a)  $a = 1, b = 4, c = -2, d = 0, e = 0, f = 12$ .
- b)  $a = 9, b = 24, c = 16, d = -52, e = 14, f = -6$ .
- c)  $a = 9, b = 24, c = 16, d = 0, e = 0, f = -12$
- d)  $a = 9, b = 24, c = 16, d = 0, e = 0, f = 0$
- e)  $a = 1, b = 0, c = 1, d = 2, e = -4, f = 20$

2. Analiza el comportamiento del discriminante  $D = b^2 - 4ac$ , en cada caso con respecto a cero.

Del análisis anterior se puede precisar que la manipulación de los parámetros influye directamente en el comportamiento del lugar geométrico que se está estudiando. Además, se deben tener presente los ejes de coordenadas y sus transformaciones en el plano cartesiano. Ello conduce a precisar la importancia que tiene el dominio de las transformaciones de coordenadas por parte de los estudiantes para poder comprender esta nueva forma de trabajo con las cónicas donde las curvas se pueden apreciar en todo su esplendor matemático, así como las transformaciones de los sistemas de coordenadas para expresarlas en la forma canónica.

#### 4. Conclusiones

La investigación se enmarca dentro de las tendencias actuales de la Matemática educativa y persigue la participación activa y consciente de los alumnos en su propio proceso de aprendizaje, para lo cual se considera indispensable que el profesor adquiera una concepción más amplia acerca de la forma de enseñar y aprender Geometría Analítica.

La presencia de los sistemas de geometría dinámica (SGD) permiten que los estudiantes tengan un papel activo en el proceso cognitivo y a la vez que desarrollan sus habilidades se ven motivados a cambiar su manera de visualizar los entes geométricos con los que trabajan y desarrollan su habilidades visuales permitiéndoles experimentar en cada momento con las propiedades algebraicas de los objetos geométricos.

El uso del Geogebra posibilitó mayor motivación de los estudiantes en las clases de Geometría Analítica y un avance en los resultados del aprendizaje en esta asignatura.



## 5. Referencias bibliográficas

- Carrillo, A., y Llamas, I. (2005). *Cabri Géomètre II plus una aventura en el mundo de la geometría*. Madrid: Ra-Ma.
- Falcade, R., Laborde, C., y Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), pp.317-333.
- García, I., y Arriero, C. (2000). Una experiencia con Cabri: Las curvas cónicas. *Suma*, (34), 73-80.
- Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en la visualización espacial*. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Valencia. Valencia (España).
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 283-317.
- Laborde, C., y Capponi, B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de

la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique del Mathématiques*, 14(12), 165-210.

- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. and Strasser, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education A. Gutiérrez, P. Boero (eds.), 275–304, Sense Publishers.

- Murillo, J., y Fortuny, J. M. (2003). Interactividad en la red con actividades Cabri. *Contextos Educativos*, 6-7, 295-315.

## 5. Reconocimientos

Los autores del trabajo desean agradecer a los profesores de Geometría del departamento de Ciencias Exactas, de las Universidades de Holguín y Camagüey, así como a profesores de Preuniversitario de la provincia Holguín, por las sugerencias ofrecidas durante la elaboración de la propuesta.

**Fecha de recepción:** 12 de mayo de 2017

**Fecha de aceptación:** 15 de junio de 2017