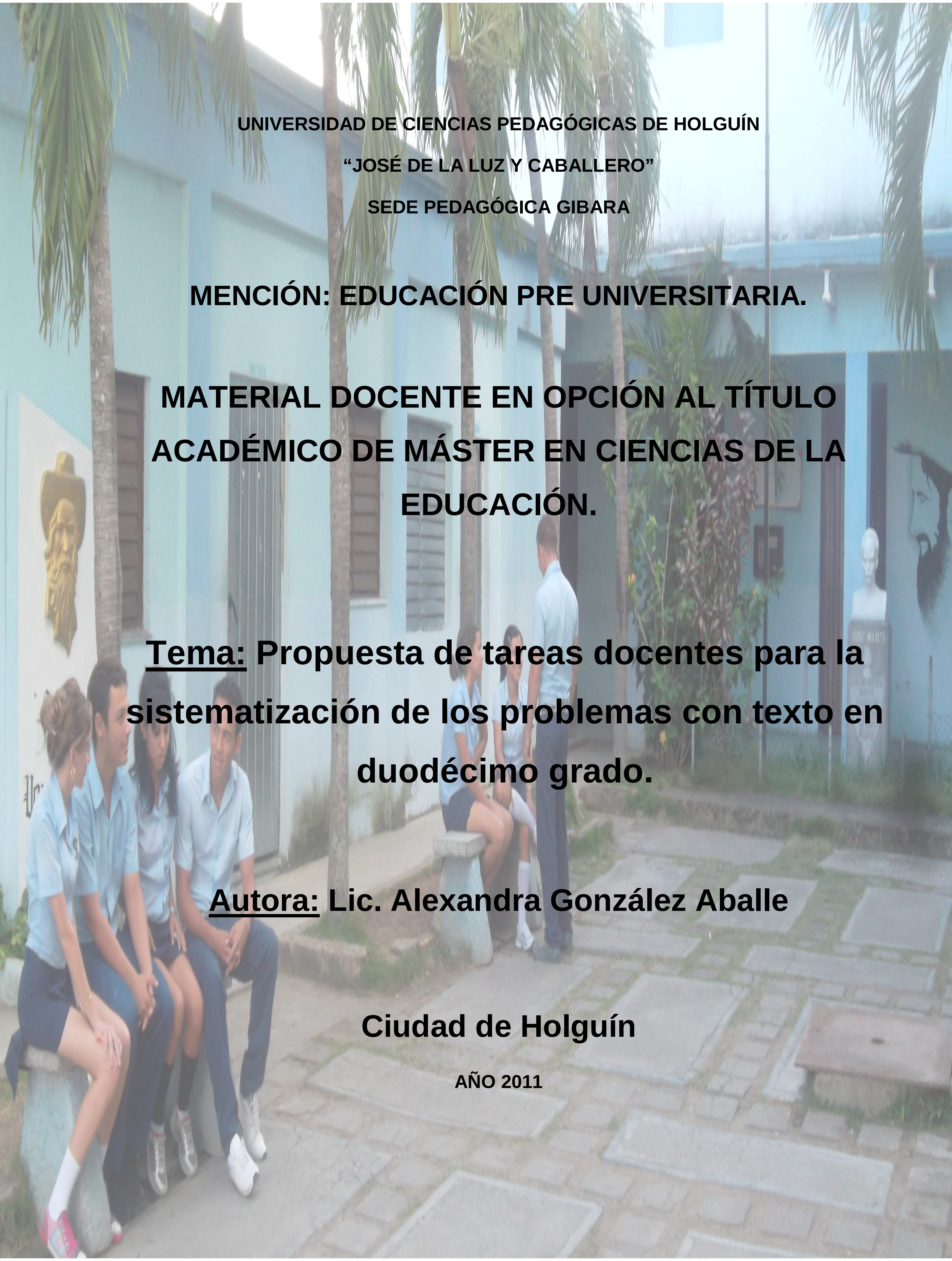


UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS DE HOLGUÍN

“JOSÉ DE LA LUZ Y CABALLERO”

SEDE PEDAGÓGICA GIBARA

MENCIÓN: EDUCACIÓN PRE UNIVERSITARIA.

MATERIAL DOCENTE EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.

Tema: Propuesta de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado.

Autora: Lic. Alexandra González Aballe

Ciudad de Holguín

AÑO 2011

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS DE HOLGUÍN

"JOSÉ DE LA LUZ Y CABALLERO"

SEDE PEDAGÓGICA GIBARA

MENCIÓN: EDUCACIÓN PRE UNIVERSITARIA.

MATERIAL DOCENTE EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.

Tema: **Propuesta de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado.**

Autora: **Lic. Alexandra González Aballe.**

Tutor: **MsC. Roger Riverón Rivas.**

Ciudad de Holguín

AÑO 2011

AGRADECIMIENTOS

A mi tutor Roger Riverón Rivas, quien con su apoyo incondicional y sus precisas orientaciones me ayudó en la realización de la presente investigación.

A Miguel Cruz Ramírez, que sin sus conocimientos científicos no hubiese sido posible la realización de este trabajo, le agradezco de todo corazón las horas dedicadas a la orientación y perfeccionamiento de esta investigación.

A mi familia y a mis amistades que en todo momento me brindaron su apoyo y dedicación.

A todos los que de una forma u otra tuvieron que ver con la realización de este trabajo.

DEDICATORIA

A mis padres que siempre han estado a mi lado apoyándome.

A quienes con dedicación y ahínco me ayudaron, incondicionalmente, en la realización de este trabajo.

A todos los que ven en la Matemática algo más que una asignatura.

A los que forman parte de mi vida y siempre están en mi corazón.

PENSAMIENTO

"La Matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles".

René Descartes (1596-1650)

Filósofo y matemático francés.

SÍNTESIS

La presente investigación emerge a raíz del problema metodológico: ¿Cómo contribuir a desarrollar la habilidad resolver problemas con texto en el duodécimo grado en el IPU" Camilo Cienfuegos" del municipio de Holguín? Se realiza un estudio a través de encuestas, entrevistas, observación, pruebas pedagógicas y otros métodos científicos, para conocer el estado actual del estudiante en la aplicación de sus conocimientos y del desarrollo de procedimientos lógicos y valorativos, a partir de la identificación, formulación y resolución de problemas con texto.
A través de la misma se proponen tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado, para lograr el desarrollo de la habilidad resolver problemas con texto en los estudiantes, atendiendo a las potencialidades y barreras del escolar en el aprendizaje.

Se realiza una valoración acerca de los diferentes problemas con texto que el estudiante debe enfrentarse en el grado, y de los contenidos que están relacionados con ellos. Se propone un problema de formación, uno de aplicación y otro de desarrollo, para cada uno de estos problemas con texto, atendiendo a las clasificaciones de las tereas docentes.

La validación de las tareas docentes se llevó a cabo a través de la aplicación de una preprueba y una posprueba aplicada a los estudiantes del 12-4, del IPU "Camilo Cienfuegos". Los resultados obtenidos en la posprueba fueron notablemente superiores, a los de la preprueba, lo que indica la factibilidad de las tareas docentes.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Desde tiempos muy remotos el hombre, producto del desarrollo de su vida social y a medida que pasaban los años y los descubrimientos y avances científico – técnicos, dio un paso hacia el conocimiento, desarrollo y aplicación de la Matemática. Esta ciencia ha llegado a ocupar un lugar central en la civilización actual, por motivos muy diversos:

Es una ciencia capaz de ayudarnos en la comprensión del universo en muchos aspectos*;* es en realidad el paradigma de muchas ciencias y un fuerte auxiliar en la mayor parte de ellas, gracias a sus modos de proceder mediante el razonamiento simbólico, con el que trata de modelar diversas formas de ser del mundo físico e intelectual.

Es un modelo de pensamiento, por sus cualidades de objetividad, consistencia, sobriedad, las cuales le dan un lugar bien preeminente entre las diversas formas que tiene el pensamiento humano de enfrentar los problemas con texto que se presentan*.* Este aspecto es la raíz de sus profundas conexiones con la filosofía de todos los tiempos*,* y también del nuestro.

Es una actividad creadora de belleza*,* en la que se busca una cierta clase de belleza intelectual, solamente accesible, como Platón afirmaba, a los ojos del alma, y en esto consiste en el fondo la fuerza motivadora y conductora siempre presente en los esfuerzos de los grandes creadores de la Matemática.

Es un potente instrumento de intervención en las estructuras de la realidad a nuestro alrededor, ayudando en la aplicación de modelos fidedignos al mundo tanto físico como mental*.* En realidad bien se puede afirmar que la mayor parte de los logros de nuestra tecnología no son, sino Matemática encarnada con la mediación de otras ciencias.

Es una actividad profundamente lúdica*;* tanto que en los orígenes de muchas de las porciones más interesantes de la Matemática el juego ha estado presente de forma muy activa (teoría de números, combinatoria, probabilidad, topología,...).

El desarrollo histórico de la Matemática nos muestra los conocimientos surgidos de la necesidad práctica del hombre mediante un largo proceso de abstracción, que tiene un gran valor para la vida. La enseñanza de la Matemática en la escuela transcurre como un proceso indisolublemente unido al aprendizaje de los alumnos. Este proceso no se desarrolla espontáneamente ni empíricamente, sino que transcurre con objetivos bien determinados y según regularidades históricas comprobadas. La aplicación de la Matemática juega un papel importante en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, el estudio del rendimiento de los atletas, por lo que invadió así todos los campos del saber de la humanidad.

El núcleo fundamental de la actividad matemática es, sin duda, la resolución de problemas y como dice A. Z. Krygowska "La Educación Matemática no es otra cosa que el desarrollo de la actividad matemática, y no hay actividad sin problemas". El *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM) propuso para la década de los ochenta la resolución de problemas como "eslogan" educativo de la Matemática Escolar.

La solución de problemas resulta uno de los puntos más discutidos en el mundo, se considera una actividad de gran importancia en todo tipo de enseñanza. Esta actividad caracteriza una de las conductas más inteligentes del hombre y que más utilidad tiene, ya que la vida misma obliga a resolver problemas continuamente y esto exige de un esfuerzo mental del sujeto en un plano más profundo, así como una mayor riqueza en el tránsito de lo general a lo particular.

La resolución de problemas con texto es una de las actividades más complejas, porque en ella interviene no solo el conocimiento, sino también efectos, y además porque está influenciada por el contexto en que se presenta. Es una tarea que se puede aprender; el desafío es cómo se le puede enseñar a todos los alumnos, y no solo a aquellos que están motivados por la Matemática.

En Cuba muchos matemáticos han investigado sobre el tema. Por ejemplo, Alberto F. Labarrere investigó acerca de la psicología de la resolución de los problemas con texto, Luis Campistrous Pérez y Celia Rizo Cabrera desarrollaron una investigación sobre los métodos para resolver problemas aritméticos, Miguel Cruz realizó su tesis de doctorado sobre la elaboración de problemas, análogamente José Ma. Sigarreta enfatizó la formación de valores a través de problemas con texto. Por su parte Joaquín Palacio desarrolló un proyecto investigativo sobre la enseñanza de los problemas con texto, a través de la búsqueda de relaciones. Un criterio que comparten muchos de los investigadores es que, a pesar de todos los trabajos que se han realizado sobre la resolución de problemas con texto, se siguen observando dificultades en la misma, por parte de los estudiantes de deudécimo grado.

Atendiendo a lo anterior, aplicamos una prueba pedagógica a 30 estudiantes de este grado del IPU ”Camilo Cienfuegos”, con el objetivo de comprobar el estado actual de la habilidad para resolver problemas con texto. El examen exigía el desarrollo de un nivel aplicativo en la resolución de este tipo de problema, evidenciándose la necesidad de una adecuada sistematización de los conocimientos.

Llama la atención que solo el 26,6% de los estudiantes alcanzó la categoría de aprobado (véase el anexo 1). Este estudio se complementó con una entrevista y una encuesta aplicada a profesores de esta y de otras instituciones, (véanse los anexos 2 y 3). Estos instrumentos evidenciaron la necesidad de realizar propuestas de tareas docentes, en relación a la resolución de problemas con texto y muy especialmente en cuanto a su sistematización.

Por tanto, **el problema metodológico** consiste en ¿Cómo contribuir a desarrollar la habilidad resolver problemas con texto en el duodécimo grado en el IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín? Para aproximarnos a la solución de este problema, el material docente tiene como **objetivo:** elaborar una propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en el duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín.

Tareas de Investigación:

1. Diagnosticar el estado actual del problema en los estudiantes del duodécimo grado del IPU” Camilo Cienfuegos” de Holguín.
2. Fundamentar desde el punto de vista teórico y metodológico los problemas con texto que potencien el aprendizaje de la resolución de los mismos, con el empleo de tareas docentes.
3. Elaborar la propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín.
4. Constatar la factibilidad de la propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín.

En el proceso investigativo fueron aplicados los siguientes **Métodos de investigación**:

Desde el punto de vista **teórico** se empleó:

Histórico – lógico: para estudiar las causas que originaron el problema de investigación, así como las principales acciones metodológicas que se han aproximado a su solución.

Análisis – síntesis: estuvo presente en toda la investigación, pues sirvió para procesar la información arrojada por el instrumental diagnóstico, para precisar el problema metodológico, para delimitar y fundamentar los presupuestos teóricos, para elaborar las tareas docentes correspondientes y para sacar conclusiones de la pertinencia de estas. Este método también contribuyó a la formulación de criterios para evaluar la factibilidad de esta propuesta de tareas docentes en el duodécimo grado del IPU "Camilo Cienfuegos".

Enfoque sistémico estructural: Para elaborar el sistema de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en el duodécimo grado del IPU "Camilo Cienfuegos" del municipio de Holguín, mediante le determinación de su estructura interna y las relaciones que se dan en cada una de ellas.

Desde el nivel **empírico** se trataron:

Encuesta y entrevista: Para buscar información sobre la preparación actual y los principales dificultades que, en materia de la resolución de problemas con texto, tienen los estudiantes de duodécimo grado.

Prueba pedagógica: Para conocer el nivel de desempeño de los estudiantes cuando se llevó a cabo el estudio diagnóstico de la problemática estudiada y corroborar, con ello, las dificultades que presentan relacionadas con la resolución de problemas con texto. Este método también se utilizó para la validación del trabajo.

Observación: Para analizar el desarrollo del desempeño de los estudiantes del 12-4 durante la aplicación de las tareas docente

Como **métodos estadísticos-matemáticos** fueron empleados:

El cálculo porcentual y los elementos de la estadística descriptiva para procesar las respuestas obtenidas en la información proveniente de los métodos del nivel empírico utilizados. Con el objetivo de analizar los resultados ordinales de las pruebas pedagógicas, se aplicaron métodos estadísticos no paramétricos. Estos métodos no aseguran la generalización hacia una población, sino la validez de la propuesta de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en el duodécimo grado en el contexto donde esta se aplicó. De esta manera se pudo verificar la utilidad de la misma.

EPÍGRAFE 1. BASES PSICOPEDAGÓGICAS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON TEXTO

En el presente epígrafe se fundamentan un grupo de elementos de orden teórico, los cuales sirven de sustento para la investigación. Se realiza un análisis de algunas fuentes procedentes de la historia de la Matemática. A continuación se precisan los principales conceptos, referentes a los problemas en el ámbito escolar. También se exponen los aspectos fundamentales que sirven de base para diferenciar un ejercicio matemático (y en general una tarea docente) de un problema. Finalmente, se desarrollan los aspectos teóricos esenciales relacionados con las tareas docentes y la estructura de sistema. Todo esto es base esencial para concebir el sistema de tareas docentes en un contexto de sistematización.

1.1 Algunas fuentes teórico e histórico - matemáticas sobre la resolución de problemas con texto.

La tradición de los conocimientos matemáticos se remonta hasta la época del surgimiento de los libros religiosos y filosóficos del “Veda” o sea hasta el segundo milenio a.n.e. Se dice que en un pueblo que existió hace mucho tiempo por el Asia Menor, cuyos habitantes eran conocidos en la historia como los sumerios, permanecieron ocultas unas tablillas de barro con toda una colección de ejercicios resueltos mediante el empleo de variables (en aquel tiempo no se conocía con este término), encontrándose en las ruinas de la biblioteca de una antigua ciudad llamada Nínive cercana a la ciudad que hoy ocupa Bagdad.

Mil años después vivió un matemático griego llamado Diofanto de Alejandría, que usó métodos de trabajo con incógnitas, para resolver problemas con texto y ejercicios diversos, de él no se conoce con certeza ni su fecha de nacimiento ni su nacionalidad, lo poco que se sabe de su vida es gracias a un epitafio escrito en la losa de su tumba y así decía:

> “Viajero aquí reposan los restos de Diofanto de Alejandría, y los números demostraron cual larga fue su vida, cuya sexta parte la constituyó su infancia, su juventud la doceava parte, la séptima parte su matrimonio estéril; cuando pasaron 5 años más, tuvo su primer hijo; éste murió a la mitad de la edad

total del padre, 4 años después sobrevino la muerte de Diofanto. ¿Cuántos años vivió Diofanto?”

Claro, la eficiencia de sus ideas respondía a su época; mucho aportaron los que llegaron después. No siempre resultó tan sencilla esta escritura, para llegar a esta forma de traducción del lenguaje matemático al lenguaje común fue necesario que transcurriera un proceso largo de evolución. A continuación se muestran cuatro grandes momentos evolutivos, sobre la base de los aportes realizados por cuatro grandes matemáticos:

1. Johann Müller (1436-1476) expresaba: “El duplo de la cosa al cuadrado, más 5, menos 3 veces la cosa igual a 0”. (En la antigüedad no se conocían las variables, al elemento desconocido le llamaban “la cosa”).
2. Lucas Pacioli (1445-1514) más tarde escribía la misma proporción “2 ce p 5 m re ac o”. Aquí “ce” representa el cuadrado de la cosa, la “p” y la “m” eran iniciales de las palabras plus y minus (más y menos), “re” representa tres veces la cosa y “ac” son las letras iniciales de la palabra “acqualis” (igual).
3. Vieta (1540-1603) la expresaba de este modo “2 in A quad + 5 **-** 3 in A ac O” donde “A” representa la variable, “quad” el cuadrado y “ac” iniciales de la palabra igual.
4. Rene Descartes en 1619 la representó de la siguiente forma “2xx + 5 -3x a 0” la que se puede transformar fácilmente en: $2x^2 + 5 – 3x = 0$.

J. W. Geoethe escribió que se puede afirmar absolutamente que la historia de las ciencias es la ciencia misma. Aquello que se posee no puede reconocerse verdaderamente mientras no se haya reconocido lo que poseyeron otros antes que nosotros.

La Matemática siempre ha sido una asignatura útil para todos. Su utilidad no es discutida por nadie, de ahí su presencia en los programas de todo el mundo, desde los inicios de la vida escolar. Todos la necesitamos porque nos provee de los recursos necesarios para enfrentar con éxito distintos quehaceres de la vida cotidiana. Es una de las ciencias que tiene mayor vínculo con la vida práctica y el mundo que nos rodea; han sido y serán múltiples sus aplicaciones. La matemática también es de vital importancia porque logra el desarrollo del pensamiento lógico reflexivo y creativo, como parte esencial de la formación integral y armónica de su personalidad. Este desarrollo se debe, especialmente, a que la Matemática logró que el hombre poseyera una mentalidad científica, no dogmática, que no se conforme con reproducir lo que expresa o lo que se sabe, sino que se vea motivado a crear y transformar, que se sienta con deseos de superarse permanentemente.

Por otra parte, en el caso concreto de los problemas con texto, es justo destacar la importancia que estos han tenido en la formación de innumerables generaciones.

Los problemas matemáticos son tan antiguos como la propia enseñanza de esta asignatura. Tanto en las tablillas de barro, como en los papiros más antiguos, comúnmente podemos encontrar problemas con texto totalmente “idealizados”, son pretextos concebidos con el ánimo de enseñar los rudimentos aritméticos elementales. Según Reusser (1996) fue el matemático griego Heron (que vivió en Alejandría aproximadamente entre S. II a.n.e y S. I d.n.e) el primero en incluir ejercicios con texto en sus trabajos. Sin embargo, lo cierto es que en un papiro egipcio de mediados del segundo milenio antes de nuestra era aparecían varios problemas con texto destinados a la enseñanza de los jóvenes escribas. Unos de los problemas con texto era el siguiente: “Una pirámide. El lado tiene 140 [codos] y la inclinación es de 5 palmos y un dedo [por codo]. ¿Cuál es la altura?”

En general, en estos textos se inicia con una expresión del problema matemático que se trata de resolver, y los datos se presentan como cifras concretas y no como variables abstractas. Para solucionarlo; cada nuevo paso se basa en el resultado de un paso anterior o bien en uno de los datos facilitados al principio.

No se recurre a ningún argumento para justificar el procedimiento ni se da la menor explicación de la fórmula empleada. Al parecer, el alumno quedaba así capacitado para resolver cualquier otro problema del mismo tipo que pudiera presentársele. “(…) La finalidad principal de los ejercicios matemáticos escolares era familiarizar al futuro escriba con las técnicas y no la aplicación directa, motivo por el que muchos de los problemas con texto aparentemente `prácticos´ que figuraban estos textos tenían que ver muy poco con la vida real. (…)”, (Ritter, 1989, p. 16). La finalidad pedagógica de estos ejercicios salta a la vista.

Hoy día existe el consenso de que los problemas con texto contribuyen a formar en el alumno un sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos; a desarrollar su pensamiento científico y teórico, dotándolo de métodos específicos para la actividad mental. También se debe tener en cuenta su contribución al desarrollo del pensamiento lógico; incluso, a través de los datos se pueden crear convicciones políticas y revolucionarias (Ballester, 1992).

1.1.1 Fundamentos teóricos del proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura.

Esta investigación se sustenta sobre la base filosófica del materialismo dialéctico e histórico, concretada en la política educativa llevada a cabo por la Revolución Cubana a lo largo de su historia y especialmente en la que se ha derivado de la Batalla de Ideas y del concepto de Revolución de nuestro Comandante en Jefe que contiene elementos que se ajustan al momento histórico que se está viviendo en esta nueva Revolución Educacional.

La teoría del conocimiento del materialismo dialéctico expresa el paso de una nueva etapa a otra, constituyendo la base metodológica y filosófica del proceso de enseñanza – aprendizaje.

A través del método dialéctico se pueden apreciar las representaciones de los diferentes objetos en el pensamiento, o sea el proceso de surgimiento de los conceptos, las interrelaciones, y las relaciones entre los elementos que la conforman. En este contexto, el proceso de asimilación del contenido de la enseñanza está sujeto a los principios metodológicos fundamentales de la pedagogía y la didáctica marxista leninista que se basan en leyes generales entre las que se encuentra, en primer lugar, la Teoría del Conocimiento que considera al conocimiento como el reflejo en el cerebro del hombre de la realidad objetiva, así todo conocimiento tiene su origen en el mundo objetivo que rodea al hombre y que es independiente de él.

El pensamiento constituye en sí un proceso natural como función del cerebro humano, el pensamiento no existe fuera de la sociedad, él está relacionado con los conocimientos acumulados producto al desarrollo social. Es por ello que cada hombre, como individuo o grupo debe conocer la realidad y comprenderla para luego transformarla.

La referida autora de esta investigación asume las ideas sobre el basamento martiano y sobre todo lo relacionado con necesidad de educar para preparar al hombre para la vida y vinculado a la vida en función de lograr el desarrollo integral de este sobre los basamentos del humanismo.
Las ideas martianas sobre una Educación para la vida explican la necesidad de la intervención de la institución escolar en todos los ámbitos socio-psicológicos en que el alumno desarrolla sus actividades, es necesario el fortalecimiento y desarrollo de la integración de los conocimientos a través del pensamiento creativo y la práctica.
La educación, el aprendizaje y el desarrollo son procesos que poseen una relativa independencia y singularidad propia, pero que se integran en la vida humana, conformando una unidad dialéctica.
Desde este punto de vista la autora le confiere al papel de la educación una ilimitada importancia, pues ha de ser en ella la de crear el desarrollo a partir de la adquisición de aprendizajes específicos y relevantes por parte de los educandos. Pero la educación se convierte en promotora del desarrollo solamente cuando es capaz de conducir a las personas más allá de los niveles alcanzados en un momento determinado de su vida y cuando propicia la realización de aprendizajes que superen las metas logradas. Las fuerzas motrices del desarrollo psíquico se encuentran en la contradicción entre el nivel de desarrollo psíquico alcanzado por el estudiante y las nuevas exigencias planteadas por los factores sociales a los que se enfrenta.
Los procesos de aprendizaje y desarrollo en los sujetos, han estado sujetos a los modelos que la Psicología ha aportado a la Pedagogía, a través de diferentes etapas de su desarrollo como ciencia, estos modelos han orientado la elaboración de las propuestas curriculares en los diferentes países, encontrando en la actualidad una predominancia de las tendencias relacionadas con el Cognitivismo, el Constructivismo Piagetiano y el Enfoque Histórico-Cultural de L. S. Vigotsky, y sus colaboradores.
El propósito de este trabajo está dado en centrar la atención en la escuela Histórico - Cultural, en su comprensión del aprendizaje y en particular, se quiere profundizar en una de las categorías fundamentales de esta teoría: la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Sobre la base de los presupuestos teóricos de Vigotsky y sus seguidores, y con lo mejor de las tradiciones pedagógicas nacionales, a partir del pensamiento de los

maestros Félix Varela, José de la Luz y Caballero, Enrique José Varona, José Martí, entre otros destacados educadores.

Como parte de este enfoque se considera al individuo como ser social, cuyo proceso de desarrollo va a estar condicionado a partir de una mediatización social e histórica, la cual tiene lugar mediante los procesos educativos en los cuales está inmerso desde su nacimiento, y que se constituyen en los transmisores de la cultura legada por las generaciones precedentes.

De esta forma, el aprendizaje se convierte en el proceso de apropiación por el sujeto de la cultura, comprendido como proceso de producción y reproducción del conocimiento bajo condiciones de orientación e interacción social. Cada individuo hará suya esa cultura, pero lo hará en un proceso activo, mediante el aprender, de forma gradual, acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, de pensar, del contexto histórico social en el que se desarrolla y de cuyo proceso dependerá su propio desarrollo; es decir, bajo esta concepción los procesos de desarrollo en el ser humano van a estar determinados por los procesos de aprendizaje que sean organizados como parte de la enseñanza y educación, con lo que se crearán nuevas potencialidades para nuevos aprendizajes.

De todo lo anterior se deriva que los procesos de Educación y Enseñanza para esta concepción, son los que deben conducir el desarrollo, lo que significa, de acuerdo a las potencialidades de los estudiantes en cada momento, obtener niveles superiores de desarrollo.

En la medida en que las exigencias de las tareas docentes son gradualmente más complejas, y el estudiante es capaz de resolverlas, se incrementan los efectos de la estimulación intelectual de este en la actividad docente.

1.2 Los conceptos de ejercicio y problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura matemática.

En el ámbito escolar los términos de “ejercicio” y de “problema” son empleados con mucha frecuencia. Algunas veces este uso no va acompañado de una precisión clara. A pesar de esto, hoy día el concepto de problema ha sido tratado con suma profundidad en la literatura pedagógica y psicológica (Wyndhamn & Säljö, 1997).

Es muy difícil iniciar un análisis de los componentes anteriores sin hacer primero alusión a la “tarea docente”, que constituye la célula del proceso docente-educativo, pues en ella se presentan todos los componentes y las leyes del proceso y, además, cumple la condición de que no se puede descomponer en subsistemas de orden menor, ya que al hacerlo se pierde la esencia: la naturaleza social de la formación de las nuevas generaciones que subyace en las leyes de la Pedagogía (Álvarez, 1999a).

Los componentes esenciales de la tarea son el objetivo, el contenido y las condiciones. El primero es la representación anticipada de aquel resultado que habrá de ser alcanzado; y se proyecta, de acuerdo con el grado de trascendencia en la transformación que se aspira a lograr en el estudiante, en tres dimensiones: instructiva, desarrolladora y educativa. El segundo comprende los tipos de acciones (identificar, comparar, clasificar, fundamentar, etcétera), y el objetivo de las acciones (conceptos, proposiciones, procedimientos algorítmicos, medios heurísticos, etcétera). El tercero, desde el punto de vista cuantitativo, abarca la frecuencia y la periodicidad de las acciones y operaciones que requiere la tarea, no solo de manera puntual sino también bajo la óptica del sistema de tareas. Desde el punto de vista cualitativo se pone de manifiesto el grado de complejidad de la ejecución de las acciones y operaciones, así como la flexibilidad expresada en el grado de variabilidad del contenido y del contexto de la propia actividad.

Para muchos autores un ejercicio es una exigencia que propicia la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etcétera. De cada acción deben precisarse el objetivo que nos mueve a transformar la premisa para obtener la tesis; el contenido que comprende los tipos de acciones (identificar, comparar, clasificar, fundamentar, etcétera), el objeto de las acciones (conceptos, proposiciones, procedimientos algorítmicos), la correspondencia entre situaciones extramatemáticas y matemáticas, los procedimientos heurísticos (principios, reglas, estrategias) y los medios heurísticos auxiliares. También es necesario precisar las condiciones para las acciones, es decir, valorar el grado de dificultad que presenta el ejercicio según las exigencias que este plantee al alumno.

Werner Jungk (1986) elaboró una clasificación de los ejercicios donde tomó como base el grado de abstracción en el reflejo de los elementos y relaciones, así como el tipo de reflejo que se realiza. Como súper concepto, este autor eligió el concepto de "ejercicio matemático planteado a los alumnos"; a este lo subdivide en dos conceptos subordinados: "ejercicios de aplicación" (los que tienen su origen en la práctica) y "ejercicios construidos" (aquellos que se conciben con fines didácticos; o sea, para ejercitar, profundizar, aplicar, asegurar las condiciones previas, entre otras). Los ejercicios construidos sufren a su vez otra división. Por una parte aparecen los "ejercicios formales" (al entrar en contacto con ellos, el estudiante identifica inmediatamente el tipo de ejercicio; por ejemplo, una ecuación, un sistema, etcétera), por otra parte aparecen los "ejercicios con texto" conformados por aquellos cuyo texto es puramente matemático o bien se relaciona con la práctica.

El término problema ha tenido múltiples significados, y muchas veces contradictorios, lo que según Alan H. Shoenfeld ha sido un factor que ha hecho difícil su interpretación. Al respecto también expresa Borasi(1986): "La palabra problema no siempre es usada de la misma manera en contextos diferentes y por distintos autores, y el mismo concepto necesita una clarificación". Esto indica que se debe ser muy cuidadoso a la hora de definir dicho concepto, con el objetivo de acercarse lo más posible a la finalidad y significado de los problemas con texto en la clase de Matemática.

Sobre la base del concepto de ejercicio, podemos caracterizar los que de forma unánime son catalogados como **problemas**. Según Labarrere (1996) algunos autores definen el concepto de problema en términos de contradicción que debe ser resuelta, de déficit y búsqueda de información, de transformación de situaciones, etcétera.

Otros autores plantean que un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá con certeza, a la solución. Un problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada. Existen obstáculos para lograr ese objetivo, se requiere deliberación, y se parte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere de técnicas matemáticas para su solución, y debe ser aceptada como problema por alguien antes de que pueda adoptar tal denominación. También Labarrere (1996) señaló que "…un problema, es determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades de y entre los objetos que no son accesibles directa e indirectamente a la persona; (…) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que este se esfuerza por hallar".

De manera muy similar, el destacado investigador mexicano Santos (1993) plantea que para que una situación constituya un problema es necesario que se caracterice por: (a) la existencia de un interés, es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución, (b) la no existencia de una solución inmediata, (c) la presencia de diversos caminos o métodos de solución, (d) la intención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esa situación.

La importancia de los problemas matemáticos está dada por las funciones que estos desempeñan en la enseñanza de la Matemática; particularmente cumple las funciones instructiva, educativa, desarrolladora y de control.

La *función instructiva* va dirigida hacia la formación en el alumno del sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos que se corresponden con su etapa de desarrollo. Los problemas permitirán la fijación de conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos.

Por su parte, la *función educativa* está orientada a la formación de una concepción científica del mundo en los alumnos. El hecho de que sean los problemas un reflejo de relaciones reales entre objetos, procesos y fenómenos, hace que se conviertan en una fuente importante de conocimientos científicos acerca de la realidad. Esta última función está encaminada al desarrollo de intereses cognoscitivos, de cualidades de la personalidad, y también a lograr que el alumno conozca nuestras realidades y defectos, así como a desarrollar el patriotismo y el internacionalismo.

La *función desarrolladora* está dirigida a fomentar el pensamiento del alumno y dotarlo de métodos efectivos de actividad intelectual. Además de esto, cuando el alumno analiza las posibles vías de solución de un ejercicio, cuando analiza uno u otro método de solución, cuando aprende a extraer y utilizar la información contenida en él, cuando es capaz de construir ejercicios sobre la base de uno dado, entonces está contribuyendo a la formación y desarrollo de su pensamiento lógico.

La *función de control* se orienta hacia la determinación del nivel de cumplimiento de las tres funciones anteriores, o sea: la instrucción y educación del alumno, la capacidad para el trabajo independiente, el grado de desarrollo del pensamiento lógico – matemático. En síntesis: a comprobar en qué medida se cumplen los objetivos de la asignatura en el tratamiento de problemas.

Por todo esto la mayoría de los profesores de Matemática coinciden en la importancia de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza–aprendizaje, así como en lo complejo de esta forma de enseñar, por lo que su utilización se convierte en un acto de buena voluntad.

En el caso particular de los problemas con texto, puede entonces concluirse que en general se trata de una diversidad de ejercicios, los cuales pueden constituir o no problemas para los estudiantes. Al partir de la forma en que estos se orienten, es posible conformar una idea más general de tarea docente. Por ejemplo, es posible orientar una tarea consistente en elaborar un problema con texto, relacionado con el ahorro de energía en el núcleo familiar.

Los problemas con texto se caracterizan por una formulación que requiere la comprensión de texto, de modo que sea posible la explicación de los conocimientos matemáticos. Algunos problemas con texto centran su complicación en la estructura lógico- lingüística, mientras que otros se comprenden con relativa facilidad, pero son difíciles de resolver matemáticamente.

He aquí un ejemplo de un problema que requiere de contenidos matemáticos sencillos, pero con moderadas dificultades lógicos- lingüísticas que dificultan su comprensión:

Un conejo es perseguido por un perro. El conejo lleva una ventaja inicial de 50 de sus saltos al perro. El conejo da 5 saltos mientras el perro da dos pero el perro en tres saltos avanza tanto como el conejo en 8. ¿Cuántos saltos debe dar el perro para alcanzar el conejo?

(Tomado de *Álgebra Elemental* de Aurelio Baldor, página 321).

Son múltiples y diversas las investigaciones relacionadas con la resolución de problemas con texto. Es realmente impresionante la cantidad de artículos que se publican anualmente, tanto por psicólogos como por matemáticos, educadores matemáticos y profesores de Matemática. Por ejemplo Kilpatrik (1967) desarrolló una interesante disertación doctoral donde explora el razonamiento de los estudiantes mientras resuelven problemas. *("Analyzing the solution of Word problems in mathematics: An exploratory study*", citado por Santos Trigo, 1993, p. 171).

Entre otras investigaciones de interés figuran las desarrolladas por D´ Amore (1997) y wyndhamn & Säljö (1997) en materia de contextualización y descontextualización de problemas con texto. Ellos han observado que los estudiantes a menudo no consideran las condiciones que impone el mundo real en la resolución de estos problemas, y que suelen aparecer de manera implícita (por ejemplo, el hecho de que el tiempo sea no negativo, que la cantidad de personas pertinentes a un conjunto es natural, etcétera). Yoshida (1997), en materia de "etnomatemática", destaca la presencia de notables diferencias entre las dificultades experimentadas por los estudiantes japoneses con respecto a los belgas, mientras decodifican la información presentes en problemas con texto con iguales complicaciones lógicos-lingüísticas. Además, Roth (1997) muestra la inconveniencia de complicar los problemas con texto con descripciones superfluas o con la inclusión de situaciones nada familiar al alumno.

Por otra parte, Reusser (1996) han desarrollado un software denominado "HERON" capaz de facilitarle al estudiante la resolución (y de paso la motivación para resolver) problemas con texto. Finalmente Sherrill (1983) llevó a cabo un estudio sobre la manera en que los estudiantes se enfrentan a los problemas del tipo "Multi-Step". Intervinieron 18 estudiantes y se comprobó que ellos no leían el problema entero cuidadosamente; en su lugar, tendían a manipular los datos contenidos en la exposición del problema. Además de esto, ellos no chequeaban sus soluciones y fracasaban al reconocer el valor del uso de la heurística.

Como podemos observar el tema de los problemas con texto (Word problems en inglés), hoy goza de gran atención en el ámbito de la enseñanza matemática. De manera general la autora asume que: para que una situación se denomine problema es necesario que exista (a) una persona que desee o tenga la necesidad de resolverla, (b) un estado inicial y un estado final, y (c) algún tipo de impedimento para el paso de un estado a otro. Además asume como problema con texto, teniendo en cuenta le clasificación de los ejercicios de Werner Jungk (1986), mencionados anteriormente, a aquellos ejercicios con texto que constituyen problemas.

1.3 Los sistemas de tareas en la enseñanza de la Matemática.

Álvarez (1999b) ha señalado que el concepto de tarea docente debe comprenderse como célula del proceso docente. Este autor plantea que "Es la acción del profesor y los estudiantes dentro de dicho proceso que se realiza en ciertas circunstancias pedagógicas con el fin de alcanzar un objetivo de carácter elemental, de resolver un problema planteado al estudiante por el profesor". A partir de esta concepción, el proceso docente-educativo se desarrolla a través de una secuencia de tareas, que permitan alcanzar los objetivos. Estos objetivos han de corresponderse con los de los temas o unidades de estudio, que tienen un carácter trascendente.

Las tareas docentes se presentan en determinado orden, el cual está dado por la lógica del proceso y no por circunstancias casuales, esto garantiza la continuidad del mismo, su dinámica, que consiste en que la contradicción se traslada de tarea en tarea, hasta lograr el objetivo propuesto en cada tema. Desde esta perspectiva, puede comprenderse que un problema matemático y particularmente un problema con texto es un tipo especial de tarea docente.

Los eslabones del proceso docente son:

1. Planificación y organización del proceso.
2. Motivación de los objetivos y comprensión del contenido.
3. Dominio de los contenidos.
4. Sistematización de los contenidos.
5. Evaluación del aprendizaje.

La planificación y organización del proceso docente conlleva a la determinación de los temas o unidades de estudio y dentro de cada uno de ellos, a delimitar las tareas docentes que se han de desarrollar en cada eslabón, el alcance de los mismos y las clases que se han de planificar. En todos los casos no es posible dejar de considerar el modo de desarrollar la comunicación entre el profesor y los estudiantes. En este eslabón es fundamental la preparación metodológica del profesor, que le permita delimitar los contenidos esenciales que deben ser asimilados por los estudiantes, cómo deben ser asimilados y cómo se han de controlar.

El segundo eslabón contiene el planteamiento y motivación a los estudiantes, así como la comprensión del contenido bajo acción directa del profesor sobre el estudiante en el aula. En este eslabón lo fundamental está en lograr que el estudiante se motive, que haga suyos los objetivos a alcanzar. De esta forma, al partir de los contenidos, se le presente la lógica del pensamiento a seguir (invariante de habilidad) y con esta los conocimientos (invariante de conocimientos) en un proceso en que prime la participación activa de los estudiantes, mostrándole el camino para alcanzarlos.

En este eslabón se le muestra el modo de pensar y actuar en la teoría, esto es, del problema a las formulaciones más generales y esenciales (núcleo de la teoría) y de estas a otras particulares y finalmente la vía de aplicación de dichas formulaciones, o sea siguiendo una lógica inductiva - deductiva.

La lógica inductivo - deductiva, está presente en este eslabón, cuando se parte de experimentos demostrativos como problemas con texto, a partir de los cuales se llega a inducir el núcleo de la teoría y se revelan a los estudiantes los métodos lógicos del pensamiento, en la formación de conceptos, leyes, etcétera.

El dominio del contenido como manifiesta Carlos M. Álvarez, se produce mediante la ejercitación y aplicación del contenido, primero en situaciones conocidas, donde enfrentan tareas que le permiten ejercitar los procedimientos del método. En los inicios de este eslabón y de acuerdo al proceso de asimilación le corresponde la etapa material o materializada, donde el estudiante cuenta con un apoyo externo real o modelado según sea el caso y la etapa del lenguaje tanto verbal como escrito, propiciando la asimilación del contenido.

Gradualmente el profesor va enfrentando al estudiante a tareas que requieren la aplicación de sus conocimientos en situaciones cada vez más complejas, con lo que se van enriqueciendo los procedimientos y consolidando el método. Se tendrán muy en cuenta las etapas del lenguaje verbal escrito y mental, su relación, interacción y el proceso de tránsito de una a otra en las condiciones en que se desarrolla el proceso docente.

El dominio se alcanza cuando el estudiante es capaz de resolver el problema con texto, de aplicar el método, la habilidad en cualquier situación lo que significa alcanzar el objetivo, por lo cual el estudiante está en condiciones de explicar lo que hace y por qué lo hace.

En este proceso los nuevos contenidos se integran a los antes asimilados, de manera que se conforma un sistema más general y amplio que lo aproxima a caracterizar la realidad. Significa dominar el contenido, apropiarse de un sistema de conocimientos que utiliza libremente en la dinámica del proceso docente, en la solución de problemas concretos donde ejercita las habilidades empleando las técnicas y procedimientos que corresponden a cada tarea específica.

La asimilación es un proceso continuo que va pasando de un nivel a otro cada vez más profundo y esencial, lo que implica la capacidad de ampliar conocimientos y habilidades en situaciones no conocidas, y cuando no dispone de todos los conocimientos para resolver el problema planteado, o sea, cuando es capaz de crear.

La sistematización de los contenidos se alcanza cuando el estudiante se enfrenta a tareas que relacionan contenidos anteriores con los actuales, esto es posible, en la medida que el profesor lo viabilice, mediante la revelación nexos, el establecimiento de comparaciones, la revelación de relaciones esenciales, abstracciones, la búsqueda de nuevos nexos que permitan generalizaciones, aun cuando no se tenga un núcleo teórico.

Dicho en otras palabras las tareas están concebidas de tal manera que su solución requiera hacer uso en forma sistémica de conceptos, leyes, etcétera, aprendidos en temas anteriores y a lo largo del tema, aquí se dan como niveles de sistematicidad los del tema, la asignatura, la disciplina.

En el sistema de habilidades la sistematicidad se determina a partir de la generalización de los problemas con texto, en los invariantes de habilidades y su sistematización por el estudiante se pone de manifiesto, en la medida en que se preparen para ampliar permanentemente sus conocimientos en una determinada rama del saber, de la ciencia, en el dominio de los métodos científicos de investigación, en los métodos lógicos del pensamiento y en la utilización creadora de las técnicas relacionadas con la producción, los servicios, en correspondencia con los invariantes o modos de actuación precisados en el plan de estudio.

La evaluación del aprendizaje, está presente a lo largo de todo el proceso, no obstante como eslabón de un momento del proceso que constata el grado de cumplimiento del objetivo por parte del estudiante. En correspondencia con los objetivos y como criterio de retroalimentación del proceso se efectúa la evaluación del aprendizaje, ésta permite ir regulando el desarrollo de la actividad para alcanzar el fin establecido. La evaluación del aprendizaje se transforma en cada nivel de sistematicidad, ya que la misma tiene que reflejar los aspectos más esenciales que el estudiante debe dominar en ellos.

Las clases como último elemento que consideramos en la dinámica del proceso, es la forma organizativa académica en las que se cumplen las tareas, o sea, donde se desarrollan las tareas, y se realizan cada uno de los eslabones. Consideramos que el proceso docente-educativo es uno y tiene unidad organizativa en el tema, lo que puede ser considerado a través de los eslabones como etapas o estadios de este proceso o por otra parte como tareas docentes (células del proceso) que se dan en cada eslabón, y se desarrollan en las clases.

Según Ermes Cala (2002, p. 33), todo sistema de tareas es un conjunto de actividades que en el orden jerárquico del desarrollo de habilidades se conciben para ser cumplidas por el alumno dentro y fuera de la clase, que están estrechamente relacionadas entre sí y que facilitan, además de la búsqueda, adquisición y utilización de los conocimientos, la estimulación del desarrollo del intelecto y la formación de valores.

Según esta definición, además de tener presente las habilidades intelectuales, generales y específicas de la Matemática, un sistema de tareas presupone el desarrollo de un sistema jerárquico de habilidades (Concepción, 1989; Garcés, 1997; Delgado, 1995 y Álvarez, 1996).

Para estructurar el sistema de tareas, se tendrá en cuenta el sistema de principios didácticos formulado por los profesores Ortiz y Mariño (1995) en su trabajo “Los principios para la dirección del proceso pedagógico”, por considerarlo adecuado para elaborar el sistema de tareas. Estos principios son los siguientes:

1. Principio de la personalidad.
2. Principio de la unidad de lo cognitivo y lo afectivo.
3. Principio de la unidad de la actividad y la comunicación.
4. Principio de la unidad de las influencias educativas.
5. Principio de la unidad de lo instructivo y lo educativo.
6. Principio del carácter científico e ideológico de la educación.
7. Principio del carácter colectivo e individual de la educación.

8. Principio de la vinculación de la educación con la vida y del estudio con el trabajo.

A pesar de que otros principios didácticos como a los que hace referencia Klingberg (1972) en su libro "Introducción a la Didáctica general", pueden orientar la elaboración del sistema de tareas, se consideró que el sistema de principios al que se hizo referencia anteriormente, orienta de manera más puntual la satisfacción de las expectativas del sistema que se quiere elaborar. Lo anterior se basa en considerar que estos principios:

1. Tienen un marcado enfoque comunicativo, aspecto esencial en la discusión de las soluciones de las tareas del sistema.
2. Muestran una relación muy estrecha con las exigencias didácticas para dirigir un proceso de enseñanza–aprendizaje desarrollador y educativo.

Para facilitar la elaboración y comprensión del sistema de tareas, es recomendable también clasificar las tareas dentro del sistema. Existen, a decir de la bibliografía consultada, diferentes clasificaciones de tareas. Se asume, después de realizar algunas consideraciones, la clasificación dada por Garcés (1997) el cual tuvo en cuenta la función que desempeñan dentro del proceso de enseñanza aprendizaje y el nivel de asimilación, lo cual satisface las expectativas de este trabajo. Esta clasificación es como sigue:

Tareas de preparación: Dentro de estas se consideran aquellas que, por su contenido y función, van a crear la base conceptual necesaria para enfrentar con éxito la formación del nuevo concepto, así como ayudan a determinar las preconcepciones de los estudiantes.

Tareas de formación: Dentro de este tipo se contemplan las que están dirigidas a obtener los rasgos esenciales que caracterizan los elementos que pertenecen a la clase. Estas tareas permiten llegar a la definición del concepto, así como a la determinación de qué elementos pertenecen o no a la clase, o qué elementos, bajo determinadas condiciones, pueden o no pertenecer a ella. En este tipo de tareas también se incluyen aquellas que plantean la construcción de ejemplos o contra ejemplos que no sobrepasen el nivel de dificultad media.

Tareas de desarrollo: En este grupo están incluidas aquellas dirigidas a establecer relaciones entre conceptos y a demostrar la validez de estas relaciones. Se incluye, también, tareas que completen un subsistema, para la formación de conceptos subordinados o conceptos colaterales.

Al tener en cuenta esta clasificación la autora considera posible identificar también tres tipos de problemas con texto: los de preparación, los de formación y los de desarrollo. Los cuales se tienen en cuenta a la hora de estructurar las tereas docente para la sistematización de los problemas con texto con en el duodécimo grado del IPU “Camilo Cienfuegos”.

Para la elaboración de ejercicios y problemas, como caso particulares de sistema de tareas, en general, se asume una concepción consensuada del concepto de sistema. En la enciclopedia libre de Internet “Wikipedia” (http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema), se dice que el término de sistema (lat. systema, proveniente del griego σύστημα) se refiere a un conjunto de elementos interrelacionados e interactuantes entre sí a los que llamaremos módulos. El concepto de sistema tiene dos usos muy diferenciados, que se refieren respectivamente a los sistemas de conceptos y a los objetos reales más o menos complejos y dotados de organización.

En el caso que nos ocupa, puede comprenderse que los módulos son los ejercicios y problemas con texto, los cuales se relacionan entre sí de manera armónica. El sentido del uso del concepto de sistema gira en torno a los objetos reales organizados, los cuales no son más que los problemas con texto asociados a las tareas docentes. Así puede comprenderse esto como ejemplo genuino de objetos matemáticos. En la citada investigación de Ermes (2002), el autor abordó la formación del concepto de función, de modo que se ve claramente la asociación del sistema a los sistemas de conceptos.

Según Schoderbek y otros (1993, pp. 42-43) las características que los teóricos atribuyen a la teoría general de los sistemas son las siguientes:

1. Interrelación e interdependencia de objetos, atributos, acontecimientos y otros aspectos similares. Toda teoría de los sistemas debe tener en cuenta los elementos del sistema, la interrelación existente entre los mismos y la interdependencia de los componentes del sistema. Los elementos no relacionados e independientes no pueden constituir nunca un sistema.
2. Totalidad. El enfoque de los sistemas no es un enfoque analítico, en el cual el todo se descompone en sus partes constituyentes para luego estudiar en forma aislada

cada uno de los elementos descompuestos: se trata más bien de un tipo gestáltico de enfoque, que trata de encarar el todo con todas sus partes interrelacionadas e interdependientes en interacción.

3. Búsqueda de objetivos. Todos los sistemas incluyen componentes que interactúan, y la interacción hace que se alcance alguna meta, un estado final o una posición de equilibrio.
4. Insumos y productos. Todos los sistemas dependen de algunos insumos para generar las actividades que finalmente originaran el logro de una meta. Todos los sistemas originan algunos productos que otros sistemas necesitan.
5. Transformación. Todos los sistemas son transformadores de entradas en salidas. Entre las entradas se pueden incluir informaciones, actividades, una fuente de energía, conferencias, lecturas, materias primas, etc. Lo que recibe el sistema es modificado por éste de tal modo que la forma de la salida difiere de la forma de entrada.
6. Entropía. La entropía está relacionada con la tendencia natural de los objetos a caer en un estado de desorden. Todos los sistemas no vivos tienden hacia el desorden; si los deja aislados, perderán con el tiempo todo movimiento y degenerarán, convirtiéndose en una masa inerte.
7. Regulación. Si los sistemas son conjuntos de componentes interrelacionados e interdependientes en interacción, los componentes interactuantes deben ser regulados (manejados) de alguna manera para que los objetivos (las metas) del sistema finalmente se realicen.
8. Jerarquía. Generalmente todos los sistemas son complejos, integrados por subsistemas más pequeños. El término "jerarquía" implica la introducción de sistemas en otros sistemas.
9. Diferenciación. En los sistemas complejos las unidades especializadas desempeñan funciones especializadas. Esta diferenciación de las funciones por componentes es una característica de todos los sistemas y permite al sistema focal adaptarse a su ambiente.
10. Equifinalidad. Esta característica de los sistemas abiertos afirma que los resultados finales se pueden lograr con diferentes condiciones iniciales y de maneras

diferentes. Contrasta con la relación de causa y efecto del sistema cerrado, que indica que sólo existe un camino óptimo para lograr un objetivo dado. Para las organizaciones complejas implica la existencia de una diversidad de entradas que se pueden utilizar y la posibilidad de transformar las mismas de diversas maneras.

1.4 Los problemas con texto en el ámbito de la asignatura Matemática.

Un punto de vista de muchos matemáticos expresa que resolver problemas es "hacer Matemática". Muchos están de acuerdo acerca del rol que los problemas juegan en la vida de aquellos que hacen Matemática. En general se afirma que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que esta ciencia realmente consiste en problemas y soluciones.

El matemático más conocido que sostuvo esta idea de la actividad matemática fue Polya. Nos hemos familiarizado con su trabajo a través del libro “How to Solve It” (1954), en el cual sistematizó el concepto de “heurística” para describir el arte de la resolución de problemas, idea que desarrolló luego en “Matemática y Razonamiento Plausible” (1957) y en “Mathematical Discovery” (1981).

El concepto de Polya sobre la Matemática como una actividad se evidencia en la siguiente cita:

> “Para un matemático, que es activo en la investigación, la Matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados y casi todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la Matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en Matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión Matemática adecuada a su nivel” (Polya, 1954).

En este caso se comprende con más claridad que no se trata de que los profesores impartan los nuevos contenidos y los alumnos se los aprendan mecánicamente, se trata de desarrollar habilidades para enfrentarlos al mundo y en particular enseñarlos a aprender, de hacer que el alumno se encuentre en situación de utilizar el conocimiento y aplicarlo en la interpretación y resolución de situaciones problémicas. De esta forma es posible formar hombres con sólidos conocimientos, que sean capaces de introducirlos y aplicarlos, tanto en su medio de trabajo como en la vida diaria; que sean capaces de transformar, de mejorar, de resolver problemas, tal y como exige la sociedad.

Si bien muchos espacios curriculares en la formación del escolar incluyen la resolución de problemas con texto, los diagnósticos y evaluaciones de los últimos años demuestran que aunque los alumnos dispongan de conocimientos, muchas veces estos no pueden ser movilizados para ser utilizados en las situaciones que así lo requieran. Por tanto, el profesor de Matemática está obligado a enseñar principios, reglas, fórmulas, que le permitan al estudiante buscar relaciones apropiadas entre una serie de datos; así como a elaborar criterios o hipótesis que modifiquen favorablemente la situación planteada.

Es esencial aprender a realizar análisis y síntesis, inducciones y deducciones, etcétera. Hay que relacionar ese contenido, quizás estricto, con algún hecho de la comunidad que nos rodea, que responda a las inquietudes del mundo en que vivimos, que aporte vivencias del quehacer económico, político, social, cultural, deportivo, científico entre otros. El esfuerzo debe propiciar que el estudiante se sienta parte de la sociedad en que vive, que sepa para qué se estudia la Matemática en la escuela, al resolver estos problemas con texto de la vida práctica. De ahí la importancia de desarrollar habilidades en el educando, respecto a la solución de problemas con texto.

Entre las principales ventajas que ofrece una clase concebida a través de problemas con texto, se pueden enumerar las siguientes:

1. Aumenta el interés de los estudiantes al ver inmediata la aplicación práctica de lo que estudia.
2. El estudiante deja de ser un receptor de las ideas exclusivas del profesor y se convierte en un protagonista de la actividad, con una activa participación.
3. Los contenidos no se olvidan con facilidad, pues la mayoría de los problemas, principalmente los que tienen texto, permiten asociar el contenido matemático con los intereses de la comunidad y de los estudiantes en particular.

4. Puede formularse nuevas preguntas sobre la situación resuelta, aspecto tan importante como la propia resolución del problema.
5. Ayuda a desarrollar la expresión oral y por tanto facilita el poder de comunicación, al desarrollar y enriquecer el idioma.
6. Contribuye a dar respuesta a intereses e inquietudes de los estudiantes, si se plantea en correspondencia con estos.
7. Contribuye a eliminar creencias negativas, respecto a la capacidad del estudiante hacia la Matemática.

El eje central del trabajo con los contenidos de la asignatura en la Educación Preuniversitaria lo constituye la formulación y resolución de problemas con texto vinculados con la vida, relacionados con el desarrollo político, económico y social del país y del mundo, así como con fenómenos y procesos científicos – ambientales. En esta enseñanza se sistematizan los contenidos precedentes, debiéndose resolver ejercicios y problemas con texto estudiados en los cursos anteriores.

De la traducción que se haga por el resolutor del problema, el modelo matemático se puede llegar a:

1) Un conjunto de operaciones aritméticas.
2) Una ecuación, esta puede ser: lineal, cuadrática, fraccionaria, etc.
3) Un sistema de ecuaciones, con características similares a las ecuaciones.

La traducción que se hace es relativa, pues en algunos casos el que está resolviendo, realizando la traducción no se percata de alguna relación entre las magnitudes o elementos desconocidos y en lugar de utilizar una variable tiene que utilizar dos o más variables, por lo que resuelve una persona en una variable otra persona necesita de un sistema de ecuaciones.

Por otro lado, los problemas con texto se desarrollan en el más variado contexto de la vida, la sociedad, la naturaleza, la ciencia, etc. Algunos de estos contextos conducen a modelos similares que los docentes aprovechan para el establecimiento de modos de actuación estables de los estudiantes en el proceso de traducción, estos son los que relacionan:

1. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
2. Concepto de tanto por ciento.

3. Conceptos geométricos.
4. Móviles.
5. Proporcionalidad directa e inversa.
6. Tanques.
7. Mezcla.

Cuando se hace referencia a los relacionados con ecuaciones y sistemas de ecuaciones, se tienen en cuenta aquellos problemas con texto en los cueles el resolutor solamente pone en práctica los conocimientos que posee de resolución de ecuaciones y sistema de ecuaciones, es decir para realizar la traducción del lenguaje común al algebraico no necesita movilizar otros conocimientos. Es necesaria esta aclaración porque los relacionados con los concepto de tanto por ciento, conceptos geométricos, móviles, proporcionalidad directa e inversa, tanques y mezcla, también están relacionados con ecuaciones y sistemas de ecuaciones, además de tener relaciones entre ellos, por ejemplo: un problema relacionado con tanque también está relacionado con proporcionalidad, y como se analizó anteriormente conducen a una ecuación o a un sistema.

Por otro lado, el tanto por ciento tiene características especiales cuando se trabaja con expresiones algebraicas, para cada por ciento existe una fracción equivalente; por tanto la traducción de un por ciento en esta situación se convierte en una situación sobre fracción.

Realizando un análisis de los problemas con texto relacionados con ecuaciones, este contenido lo comienzan a estudiar en la Educación Primaria, en cuarto grado, de la forma lineal más sencilla ($ax = b$). En séptimo grado comienzan a resolver problemas con texto que conduzcan o que se puedan reducir a ecuaciones de la forma $ax = b$ y $ax + b = c$, con $a, b, c \in Q_+$ ($a \neq 0$, $c \geq b$). En octavo grado siguen con la resolución de problemas con texto que conducen a estas mismas ecuaciones pero con $a, b, c \in Q$ ($a \neq 0$), y a las de la forma $a(x + b) = c + x$. En noveno grado se continúa con situaciones que conduzcan a las expresiones algebraicas ya estudiadas, donde se consideran contextos aritméticos con números racionales, incluyendo aquellos que se transforman en sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos variables y ecuaciones cuadráticas de la forma $mx^2 + px + q = 0$ ($m, p, q \in Q$, $m \neq 0$). En décimo grado se incluyen los problemas con texto que se reducen a ecuaciones cuadráticas cuya descomposición se realiza a través de la fórmula del discriminante, los sistemas de ecuaciones lineales de tres ecuaciones con tres variables y los sistemas de ecuaciones cuadráticas. En onceno comienzan a resolver problemas con texto que se reducen a ecuaciones trigonométricas.

En relación a los problemas con texto donde se establece el cálculo de tanto por ciento, dicho contenido se empieza a estudiar en la Educación Primaria, en 4to. Grado; sistematizándose en cursos posteriores. Son problemas con texto relacionados con fenómenos sociales y naturales, que conducen a los tres casos fundamentales de tanto por ciento. En el preuniversitario comienzan a resolver problemas con texto de mezcla, por ejemplo: calcular el por ciento de una sustancia en una disolución.

Los problemas con texto, relacionados con conceptos geométricos, se comienzan a introducir en quinto grado; luego se sistematizan e incrementan a medida que vencen los grados. Estos problemas con texto están vinculados con la vida, donde se aplican las propiedades y conceptos estudiados. Generalmente son relacionados con área y perímetro de figuras planas. En octavo se introducen aquellos problemas con texto donde se aplica el teorema de las transversales. Aquí se hace necesaria la realización de esbozos para la mejor comprensión de los mismos. En noveno grado se comienza a estudiar circunferencia, círculo, los cuerpos y sus magnitudes. Así se resuelven problemas con texto que conllevan al trabajo con diagramas de pastel, las relaciones para calcular volúmenes, áreas laterales y totales, así como longitudes de aristas. En décimo grado se introducen aquellos problemas con texto que se pueden resolver mediante el uso de las razones trigonométricas y las relaciones que se establecen entre el área y perímetro de triángulos semejantes y en onceno grado comienzan a resolver problemas con texto relacionados con identidades y funciones trigonométricas.

Los problemas con texto de móviles se comienzan a resolver en octavo grado, principalmente vinculados con los contenidos de Física, como es el caso del movimiento mecánico. Ahora es necesario calcular la velocidad, la distancia recorrida, el tiempo que demora en recorrer un móvil determinada distancia, con el apoyo de ecuaciones, proporciones, y sobre todo al modelar la situación planteada. En noveno grado se incluyen otros problemas con texto, que exigen de la aplicación de funciones lineales.

En el preuniversitario estos problemas con texto se vinculan, principalmente, con los contenidos de física, en lo relativo a la ley de composición de velocidades de Galileo, contenido que se estudia en décimo grado.

En relación a los problemas con texto de proporcionalidad directa e inversa, puede señalarse que se comienzan a resolver en noveno grado, a partir de situaciones que exigen la utilización de la "regla de tres" o la proporción $A / B = A_1 / B_1$. Aquí se analizan los conceptos de proporcionalidad entre segmentos, así como las propiedades estudiadas en octavo grado, resultados de mediciones del gasto de electricidad en Kw./horas, realizados por los propios estudiantes en sus hogares, etcétera. En el preuniversitario comienzan a resolver problemas con texto de tanques y mezcla, donde tienen que tener en cuenta la proporcionalidad directa e inversa.

Los problemas con texto de tanques y mezcla comienzan a resolverse específicamente en la Enseñanza Media Superior, una vez impartido el contenido de ecuaciones fraccionarias. En los problemas con texto de tanques es necesario calcular el tiempo que demora un depósito de agua en llenarse, ya sea por una o varias llaves, se incluyen aquellos que tienen desagüe, y ambas cosa combinadas, en el caso de los de mezcla generalmente están vinculados con el tanto por ciento, donde se tiene que calcular el por ciento de disolución de una sustancia en una mezcla.

Con el objetivo de brindarle al maestro un medio que facilite la sistematización de los principales contenidos, relacionados con la resolución de problemas con texto en los grados precedentes, a continuación (véase las figura 1 y 2) se presentan dos gráficos elaborados por la autora. Los contenidos y relaciones que se presentan no son únicos. Realmente son los que más se ponen de manifiesto, y han sido sintetizados después de un análisis de todos los libros y programas actuales de las educaciones secundaria y preuniversitaria.

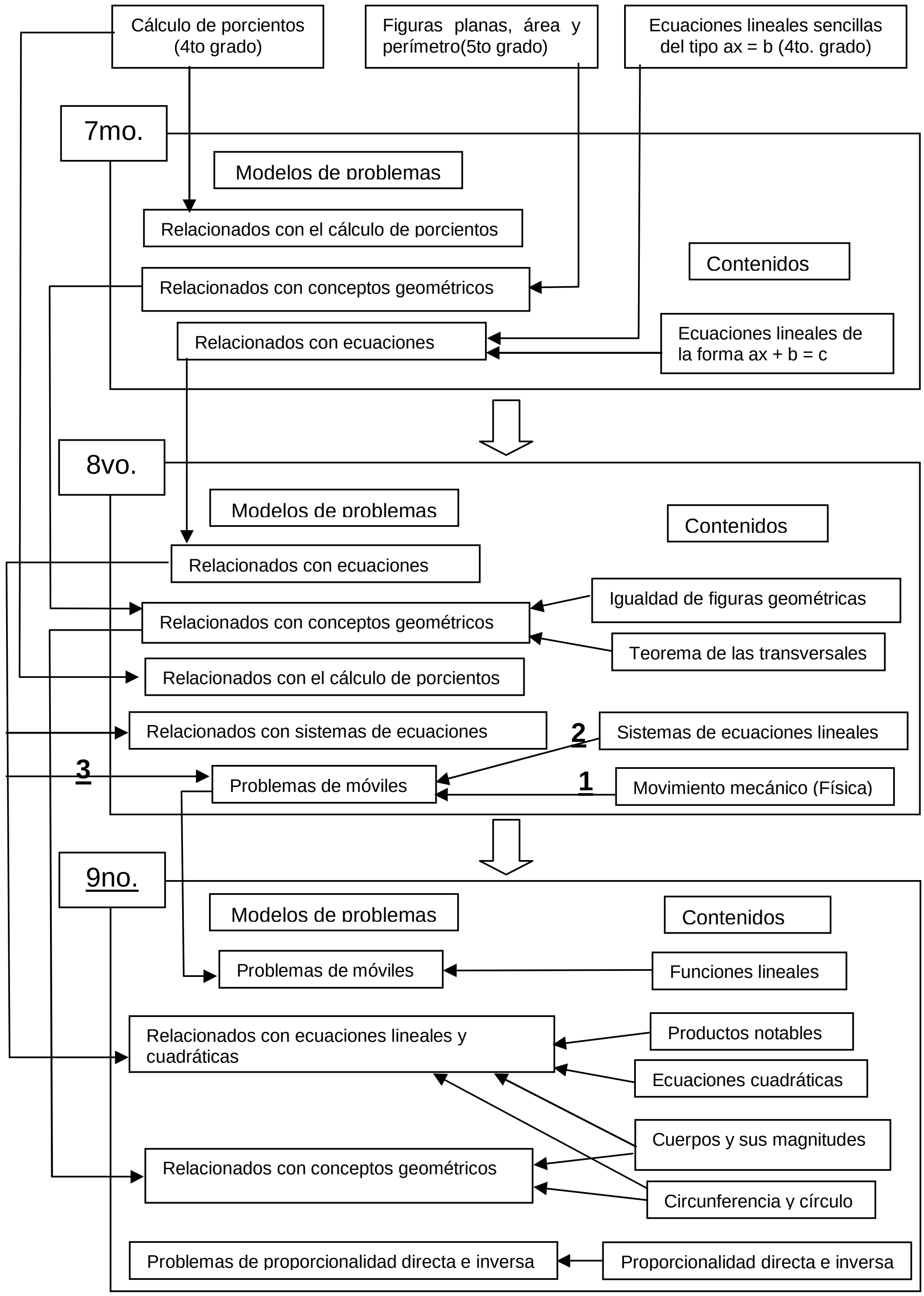


Figura 1. *Mapa conceptual para la sistematización de los problemas con texto en Secundaria Básica*

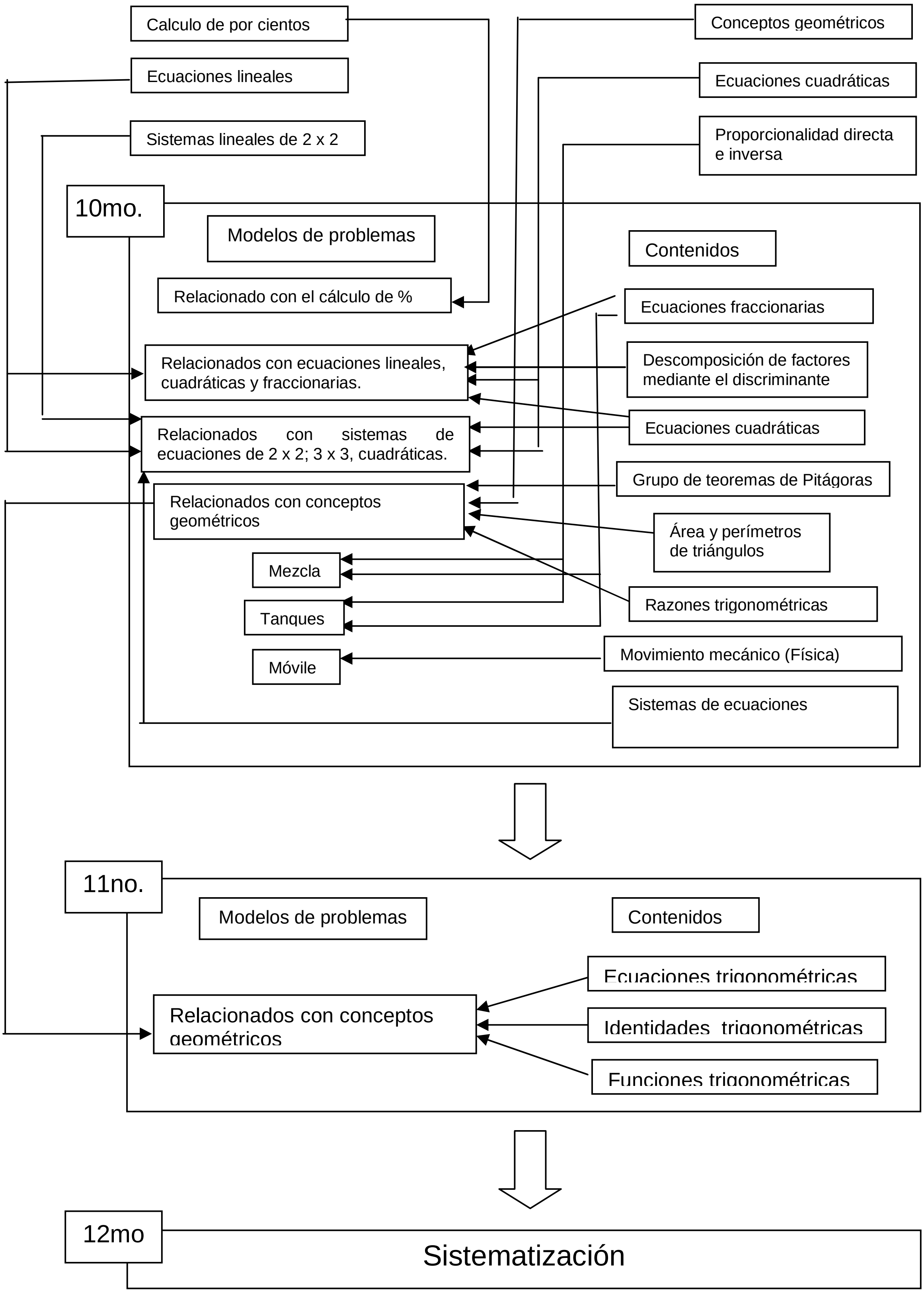


Figura 2. *Mapa conceptual para la sistematización de los problemas con texto en Preuniversitario.*

Un ejercicio que ilustra las interrelaciones entre los contenidos de la figura 1 es:

> Un bote motor navega río arriba a una velocidad de 21 km/h y río abajo a una velocidad de 27 km/h. Halla la velocidad de la corriente del río y la velocidad del bote en agua tranquila. (Libro de Texto de octavo grado, No. 21, p. 149.)

Evidentemente se trata de un problema de móviles, pues se contrapone la velocidad de un bote y la de un río. De esta manera es necesario hacer uso de conocimientos físicos; en este caso el de movimiento mecánico. La relación 1 del gráfico ilustra claramente esta relación entre los contenidos. Por otra parte, también es necesario dominar lo referente a sistemas de ecuaciones lineales (relación 2), y de manera más sólida las ecuaciones lineales (relación 3). En este último caso, es necesario precisar que dicho contenido ya se viene trabajando desde grados anteriores, pero se parte de la resolución de problemas afines, de manera que se aseguren las condiciones previas.

Un ejercicio que ilustra las interrelaciones entre los contenidos de la figura 2 es:

> Una llave puede llenar un depósito en 4 minutos y otra llave en 12 minutos. Ese depósito, cuando está lleno se puede vaciar por un desagüe en 24 minutos. ¿En cuánto tiempo se llenara el depósito si estando vacío y abierto el desagüe, se abren las dos llaves? (Libro de Texto de décimo grado, No. 22, p. 57.)

Evidentemente se trata de un problema de tanques donde el estudiante debe determinar que parte de la capacidad del depósito se llena en 1 minuto por cada una de las llaves, y que parte se vacía, también en un minuto por el desagüe; de esta manera es necesario hacer uso de los conocimientos de proporcionalidad directa o inversa, dicho contenido ya se trabajó en grados anteriores, con menos complejidad, asegurándose así las condiciones previas, véase la relación 1, una vez planteada la proporcionalidad, la misma da paso a una ecuación fraccionaria, contenido que el estudiante recibe en décimo grado, véase la relación 2. Debe reconocerse que resulta muy difícil expresar en un gráfico todos los contenidos y sus relaciones.

Hasta aquí se expuso los diferentes problemas con texto a los que el alumno se enfrenta en cada uno de los grados correspondiente a las enseñanzas Secundaria Básica y Pre Universitaria. También se realizó un análisis de los contenidos relacionados con cada uno de estos tipos de problema. Aspectos que la autora tuvo presenta para la realización de la propuesta de tareas.

EPÍGRAFE 2. TAREAS DOCENTES PARA LA SISTEMATIZACIÓN DE LOS PROBLEMAS CON TEXTO EN DUODÉCIMO GRADO

En el presente epígrafe se proponen tareas docentes en la sistematización de los problemas con texto en el duodécimo grado del IPU “Camilo Cienfuegos”. Para esclarecer la naturaleza de estos problemas con texto y su grado de complejidad comenzaremos por exponer las precisiones metodológicas que se tuvieron en cuenta para la elaboración y aplicación de dicha propuesta.

2.1 Precisiones metodológicas para la elaboración y aplicación de las tareas docentes.

Estas precisiones se elaboraron a partir del estado actual del aprendizaje de la resolución de problemas con texto en los estudiantes de duodécimo grado en el IPU “Camilo Cienfuegos”.

Los resultados obtenidos en el diagnóstico inicial, aplicado a 30 alumnos, tomados al azar, de duodécimo grado en el IPU “Camilo Cienfuegos” (véase anexo 1) y, la encuesta y entrevista aplicada a profesores del grado, del municipio de Holguín (véanse anexos 2 y 3), reflejan las serias dificultades que existen en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas con texto en la enseñanza Pre Universitaria.

La tabla muestra los resultados alcanzados por los estudiantes en el diagnostico inicial.

	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3
Insuficiente	7	21	33
Regular	4	6	0
Bien	9	2	2
Muy bien	10	1	1

A raíz de estos resultados llegamos a la conclusión de que es necesario trabajar con más frecuencia la resolución de problemas con texto con los estudiantes del IPU ”Camilo Cienfuegos”. Es necesario lograr que el alumno represente lo que piensa. Es muy probable que esta habilidad generalizada no se desarrolle plenamente, a causa de una falta de sistematización desde grados anteriores.

Para corroborar esta causa se aplicó una encuesta a profesores de Matemática del duodécimo grado, del municipio de Holguín. Diez de los catorce encuestados plantearon la necesidad de perfeccionar las actividades metodológicas, proponen desarrollar talleres y clases por profesores de experiencia. Particularmente, consideran necesario profundizar en el proceso de resolución de problemas con texto, en el programa heurístico general, en la gradación del nivel de dificultad y en el aseguramiento de las condiciones previas. Por otra parte, algunos plantearon la necesidad de enriquecer la bibliografía, de contextualizar los problemas de manera que se logre un mayor vínculo con la vida y de dedicarle mayor tiempo en el currículo matemático de los años precedentes.

En los resultados de la entrevista, puede observarse que nuevamente (al igual que en la encuesta) afloran las dificultades del alumno, en un orden acumulativo, esto complica aún más el desarrollo del aprendizaje estudiantil, pues queda claro que desde la primaria ya se vienen acumulando deficiencias en la habilidad para resolver problemas con texto.

Las principales dificultades están en que el alumno no posee la suficiente preparación para enfrentarse en un problema. En general, no aplica los conocimientos que posee en función de lo que se le plantea en el texto. El estudiante no logra expresar lo que piensa, es decir, no sabe representar esquemáticamente sus ideas a la hora de darle solución a un problema con texto.

Al triangular los resultados de las técnicas empíricas aplicadas, la investigadora concluye que es necesario perfeccionar las tareas docentes, de manera que se reflejen diferentes métodos y estrategias para enseñar a resolver problemas con texto. También es necesario perfeccionar la forma de organización del trabajo en las clases, especialmente para la enseñanza de la resolución de problemas con texto.

Es necesario profundizar en las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto, al considerar la necesidad de refinar el diagnóstico (a raíz de las dificultades que ya el educando trae de los grados precedentes) y de potenciar la motivación.

Precisiones metodológicas que se tuvieron en cuenta para la realización y aplicación de la propuesta de tareas docentes:

Precisión metodológica #1: Garantizar que el problema esté contextualizado, que motive a los estudiantes, y que estén las condiciones previas para su resolución.

Precisión metodológica #2: Tener en cuenta los pasos generales para la resolución de un problema con texto.

Precisión metodológica #3: Desarrollar el espíritu crítico con relación al problema.

Estas tres precisiones (en lo adelante Pr-1, Pr-2 y Pr-3) tienen aún cierto nivel de generalidad. Por este motivo, a continuación vamos a explicar más detalladamente cada una de ellas.

Para garantizar la contextualización de un problema es necesario tener en cuenta un grupo numeroso de elementos. Sin embargo, la mayoría de los autores coinciden en el hecho de que esta contextualización parte del acercamiento del problema a la vida, y en especial al medio que le es familiar al estudiante. La selección de los ejercicios requiere de una amplia cultura del maestro. No es posible seleccionar de un solo libro, sino de varios enmarcados en diferentes épocas. Libros como el Álgebra Elemental de Baldor (1945), escrito en la primera mitad del siglo pasado, y todavía es muy útil en la educación Pre Universitaria. Asimismo es posible hacer uso de literatura moderna como La Contextualización de Problemas Matemáticos de J. Palacio. Esta obra puede servir de referencia, con relación a la diferencia que existe entre un problema ordinario y otro contextualizado.

La búsqueda de problemas con texto también puede resultar de realizar ajustes pequeños a otros problemas con texto, de manera que se adapten a la realidad actual. En este caso, el profesor debe estar constantemente actualizado, en cuanto a los acontecimientos económicos, políticos, sociales y culturales de Cuba y del mundo. Es necesario destacar que el uso extremo de estos problemas puede ser incorrecto cuando se abusa de ellos. No puede descuidarse el uso sistemático de problemas ordinarios, los cuales son muy útiles para el desarrollo de ciertas habilidades y para fijar procedimientos de solución.

Con relación a esto último, el investigador italiano de Matemática Educativa D´Amore (1997), realizó un experimento. Él propuso un problema con texto a un grupo de estudiantes donde las cantidades se referían a lápices (aritmético ordinario de dos operaciones combinadas), anotando los resultados desde el punto de vista estadístico.

Días después, tomando otro grupo de muestra, sustituyó en el mismo problema la palabra lápices por "Oretole", la cual parece italiana pero no existe en el diccionario. Los resultados fueron similares. Inconforme aún, sustituyó la misma palabra por “Przxetqzyw", lo cual no tiene ningún sentido. Los resultados nuevamente fueron similares.

Para complementar su estudio, D'Amore realizó varias entrevistas. Con relación a la palabra "Oretóle", los estudiantes dijeron que no sabían lo que era, pero que eso no era necesario para resolver el problema. Por su parte, con relación a "Przxetqzyw", confesaron que no sabían lo que era, que eso les molestaba un poco, que quizás se trataba del código de algún efecto electrodoméstico, pero que no era imprescindible saberlo para resolver el problema. D'Amore concluyó, con mucho acierto, que el uso indiscriminado de problemas con texto reales puede hacer que los estudiantes tiendan a pasar por alto los elementos contextualizadores, centrando su razonamiento en la estructura del problema. Por tanto, no puede pasarse por alto la relación dialéctica que debe existir entre las dificultades intramatemáticas, las lógico - lingüísticas y el contexto del problema.

Otro aspecto importante lo constituye la motivación que puede generar el problema con texto. La contextualización adecuadamente concebida puede servir para motivar la resolución del problema. No obstante, existen otros aspectos a tener en cuenta. Por ejemplo, la motivación puede ser intramatemática y relacionarse con el momento más oportuno de un análisis, también puede ser extramatemática pero relacionada con aspectos no reales, fantásticos e interesantes. En este último caso aparecen los llamados problemas de puzzles, los cuales pueden llamar mucho la atención de estos alumnos, especialmente los problemas de prestidigitación ("adivinar" números pensados, por ejemplo).

Muchos problemas con texto suelen ser recordados con agrado, no tanto por su complejidad, sino también por sus valores estéticos y la originalidad logradas en su planteo. A fin de componer ejercicios de texto originales es recomendable comenzar por el modelo matemático; si este es muy difícil, entonces las complicaciones lógico lingüísticas no pueden ser excesivas. Aun así, entre el planteo de un problema con texto y su modelación matemática debe existir cierto grado de complejidad.

Otro aspecto a tener en cuenta es el propio planteo del problema. En este caso, de manera general, el texto debe:

1. Propiciar la participación activa de los estudiantes, conscientes de que "aprender Matemática es hacer Matemática" (invitar, no obligar).
2. Innovar continuamente tanto en los temas como en su tratamiento.
3. Proponer cuestiones justificadas por su aplicación tanto matemática como extramatemática.

En el planteo han de ponerse de manifiesto las cuatro funciones esenciales de los problemas: la función instructiva, que comprende el sistema de conocimientos acordes con el nivel de aprendizaje; la función desarrolladora, que abarca el sistema de habilidades intelectuales a lograr; la función educativa, que involucra la formación de actitudes; y la función de control, pues se concibe al problema como el medio más eficaz para medir el vencimiento de los objetivos (Ballester y otros, 1992). El proceso de formulación de problemas con texto se regula, según el investigador chileno L Bertoglia (1990), atendiendo a cinco principios especiales. Ellos deben:

1. Ajustarse a los objetivos del aprendizaje.
2. Reservarse para el momento oportuno.
3. Tener un nivel de complejidad adecuado.
4. Favorecer el trabajo reflexivo.
5. Presentar la información en términos positivos y familiares.

En efecto, los problemas con texto deben ajustarse a los objetivos del aprendizaje; su elaboración debe ser hecha de tal modo que al encontrar la solución signifique la adquisición del aprendizaje, o bien el logro de un conocimiento relevante. De este principio se desprende la necesidad de conducir la actividad de tal modo que, en términos ideales, todos los alumnos puedan encontrar la solución del problema. El segundo principio revela que los problemas con texto deben ser propuestos cuando estén aseguradas las condiciones previas; de esta manera los estudiantes tendrán la oportunidad de aplicar los conocimientos adquiridos, en un final lo que se pretende es que lleguen a la solución.

En cuanto al nivel de complejidad, es necesario asegurarnos de no plantear situaciones tan difíciles que excedan la posibilidad de respuesta de los alumnos, pues esto "...en lugar de favorecer la adquisición del aprendizaje, lo perturba, ya que crea en los alumnos un sentimiento de frustración, al sentirse incapaces de resolver los problemas con texto que se les plantea. En síntesis, se trata de adecuar el nivel de complejidad del problema a las características de los alumnos; sin embargo, esto plantea una dificultad debido a las diferencias individuales que se dan entre los estudiantes, ya que lo que resulta complejo para un alumno, puede no serlo para otro" (Bertoglia. 1990).

Sin estar en contra de la ejercitación o práctica de lo aprendido, el cuarto principio nos revela la principal diferencia entre un problema y un ejercicio: en la resolución de un problema el estudiante tiene la oportunidad real de trabajar reflexivamente. Por último, el quinto principio, nos recuerda que al plantear un problema en forma de negación, se incrementa la probabilidad de que se comentan errores en la interpretación de la información, específicamente del tipo estructural.

En nuestra opinión, el planteo ha de ser preferiblemente lacónico; no contendrá elementos superfluos ni contradictorios, no se referirá a situaciones prácticas o a conceptos matemáticos desconocidos por el escolar, a menos que se definan en el propio ejercicio; estarán matizados con valores estéticos y originalidad. Queremos ilustrar estos juicios mediante dos ejemplos:

Problema con elementos superfluos: El año en que nació Lope de Vega, (siglo XVI), está representado **por un número que tiene más de tres cifras, pero menos de cinco; en fin**, por un número que tiene cuatro. Se conoce que la suma de sus dígitos, **no de su producto** es 14; y la cifra de las decenas es igual al triplo de las unidades. ¿En qué año nació Lope de Vega? Está claro que si eliminamos del texto la información superflua que aparece en negrita lograremos hacerlo más inteligible, (I/T 12 grado).

Problema con condiciones contradictorias: Compré 80 artículos entre gomas y lápices por $5.00, 50 lápices a 5¢ y las gomas a 10¢. ¿Cuántas gomas compré? Evidentemente los datos proporcionados resultan contradictorios. Por una parte, si de los 80 artículos 50 son lápices, entonces 30 son gomas. Por otra parte, de los $5.00, $2.50 representan el precio total de lápices; luego, los otros $2.50 debieron invertirse en la compra de 25 gomas (Campistrous y Rizo, 1996).

A modo de conclusión respecto a la Pr-1, no queremos pasar por alto seis valiosos consejos brindados por los investigadores colombianos Mario Murillo y Violeta Brenes para los "buscadores" de ejercicios que susciten el mayor interés de los alumnos. Ellos indican que los problemas:

1. Serán potencialmente significativa para el estudiante; la interpretación no necesariamente será igual para todos.
2. Estimularán la toma de decisiones.
3. Facilitarán el establecimiento de relaciones y el desarrollo de sistemas.
4. Mostrarán alguna regularidad (patrón matemático) que facilite el establecimiento de determinado concepto.
5. Promoverán discusiones.
6. Esconderán algún elemento sorpresa.

Respecto a la Pr-2, es necesario tener en cuenta que el proceso de resolución de problemas con texto tiene, regularmente, dos momentos esenciales: la traducción del lenguaje común al lenguaje matemático y la resolución del modelo matemático obtenido. A continuación vamos a exponer algunos aspectos relativos al proceso de resolución de estos problemas.

La mayoría de los problemas con texto, que constituyen contenidos de la Educación Pre Universitaria, pueden ser analizados por etapas de resolución. Esto puede ser sumamente útil para los maestros. La esencia de esta idea reside en un planteamiento realizado por el gran pedagogo británico P. Halmos, el cual afirmó que la resolución de un problema consiste en una secuencia de transformaciones de un problema en otros cada vez más sencillos. Así sucesivamente se concluye con uno ya resuelto, de manera que al finalizar solo resta un proceso algorítmico. En símbolos esto sería:

$$P_1 \Rightarrow P_2 \Rightarrow P_3 \Rightarrow \ldots \Rightarrow P_n$$

Aquí P_1 representa el problema original, mientras que los restantes P_i representan problemas cada vez más sencillos. Finalmente, se encuentra un P_n ya resuelto, de manera que concluye inmediatamente el proceso de resolución.

Por ejemplo, un problema original significa llevar al lenguaje matemático cierto texto, partiendo de informaciones entreveradas bajo complicaciones lógico - lingüísticas. A continuación debe resolverse el problema matemático, el cual puede complicarse todavía con la inclusión de problemáticas colaterales como el cálculo de cierto porcentaje, la conversión de una unidad de medida, el análisis de ciertas propiedades físicas, etcétera.

El análisis de estos problemas puede ser más efectivo si el profesor considera la naturaleza de cada uno de estos niveles. Evidentemente cada P_i es más sencillo que su antecesor, en el sentido de que se ha resuelto un estrato de dificultad. Sin embargo, no debe confundirse esto con el esfuerzo que el estudiante debe poner en cada uno de ellos. Por ejemplo, llevar del lenguaje común al algebraico puede ser menos difícil que la resolución de un sistema de ecuaciones resultante (puede contener parámetros). En este caso P_1 es más complejo que P_2, pues P_2 C P_1, sin embargo, llevar de P_1 a P_2 es menos difícil que llevar de P_2 a un P_3 ya resuelto.

Si ahora se tiene en cuenta que cada problema P_i puede ser más o menos difícil en su tránsito hacia P_{i+1}, entonces es posible hacer uso de un concepto proveniente de la Psicología de la Enseñanza. Efectivamente, cada una de esas etapas de resolución puede implicar la implementación de la habilidad generalizada para resolver problemas con texto. En este caso, esta se pondrá de manifiesto de tres formas básicas: los niveles reproductivo (R), productivo (P) y creativo (C). He aquí dos ejemplos:

Primero: El tránsito de P_1 a P_2 es más sencillo que la resolución de P_2 (transformación de este en P_3 que ya está resuelto en general). La primera implicación constituye una transformación reproductiva, mientras que la segunda es creativa (muy compleja).

$$P_1 \underset{R}{\Rightarrow} P_2 \underset{C}{\Rightarrow} P_3$$

Segundo: El tránsito de P_1 a P_2 es tan complejo como la resolución de P_2. Tanto la primera implicación, como la segunda, exigen de la habilidad hasta su nivel productivo.

$$P_1 \underset{P}{\Rightarrow} P_2 \underset{P}{\Rightarrow} P_3$$

En vista de que existen varias combinaciones (las cuales se incrementan mucho más cuando aparecen otros P_i), queda claro que este análisis teórico sirve de mucho para estudiar las dificultades que los problemas con texto pueden contener. De esta manera, es posible diseñar estrategias didácticas para favorecer su estudio en el Pre Universitario.

La estrategia más general de resolución de problemas con texto que se conoce en el campo de la Matemática Educativa, ha sido propuesta por el eminente pedagogo húngaro G. Polya, en su libro "How to Solve If (traducido incorrectamente "Como Plantear y Resolver Problemas"). En esta obra (1957), destaca la existencia de cuatro fases durante la resolución de un problema:

1. Comprensión del problema.
2. Concepción de un plan.
3. Ejecución del plan.
4. Visión retrospectiva.

En cada una, Polya propone una serie de reglas heurísticas bastante sugerentes, pero lo más notorio consiste en que la mayoría de ellas van dirigidas a la segunda fase, de lo que él denominó su "lista". Por tanto, por vez primera las preguntas fueron dirigidas hacia las fuentes de la inspiración de la psiquis. Entre estas preguntas figuran las siguientes: ¿se ha encontrado un problema semejante?, ¿podría enunciarse el problema en otra forma?, ¿podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible?, y ¿se han considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

En el caso de los problemas con texto, las etapas (1) y (2) son fundamentales. Esto se debe a la existencia de dos momentos esenciales mencionados anteriormente (traducción y resolución del modelo obtenido). Algunos profesores han tratado de resolver los problemas de aprendizaje que se dan en el paso del lenguaje común al matemático, haciendo uso de las "palabras claves". Sería poco consecuente con el enfoque dialéctico-materialista plantear que esto es incorrecto. Un uso adecuado de estos recursos puede ser muy útil, de la misma manera que son útiles los recursos nemotécnicos. Lo incorrecto es hacer de las palabras claves una práctica sistemática, lo cual conduce a una enseñanza tradicionalista y conductista.

Es muy importante que se expliqué detalladamente el significado matemático de "el doble de", "la tercera parte de", "aumentado en", etcétera. También es necesario que los estudiantes se convenzan de que existen múltiples formas de expresar una misma relación, a partir de la riqueza del lenguaje. Esto rompe con la idea absurda de abusar del uso sistemático de las mismas complicaciones lógico-lingüísticas en los textos de diversos problemas.

Respecto a la concepción del plan, puede decirse que esta etapa ocurre solo después de que el problema ha sido comprendido. Si la etapa de comprensión no ha llegado a feliz término, es necesario volver a leer, construir un esquema, abstraerse de la información innecesaria, identificar conectares lógicos, etcétera. La concepción del plan guarda mucha relación con la experiencia que ya el estudiante tiene en ese campo de problemas con texto. Se aprende a resolver problemas con texto con una práctica sistemática. De esta manera, el alumno pone a funcionar recursos de extraordinario valor como el uso de analogías, la reducción de un problema a otro ya resuelto, la resolución de un problema más sencillo, etcétera.

La concepción del plan también se interrelaciona dialécticamente con el proceso de ejecución. Es muy difícil que los estudiantes planifiquen su actividad completamente antes de trabajar en el problema. En realidad, ambos procesos se dan de manera interrelacionada y dinámica. En esta actividad se ponen de manifiesto los conocimientos y habilidades del alumno. Particularmente, la implementación de estrategias de trabajo (razonamiento hacia adelante, hacia atrás y combinados) y la aplicación de diferentes técnicas pueden servir de mucho durante la resolución de problemas con texto. Los investigadores cubanos Campistrous y Rizo (1996), han estudiado durante muchos años, diferentes técnicas específicas de resolución de problemas, especialmente los aritméticos. A continuación se exponen cinco de las principales técnicas, las cuales pueden ser aplicadas por los estudiantes durante la resolución de estos problemas

Técnica de la modelación:

Modelar es reproducir las relaciones fundamentales que se establecen en el enunciado del problema, desechando elementos innecesarios o términos no matemáticos, que hacen difícil su comprensión. La forma de hacer los modelos es muy personal pues depende de la manera en que cada individuo interpreta el problema.

Una de las formas de modelar los problemas son los esquemas gráficos, los cuales permiten una mayor visibilidad de los elementos que componen el enunciado, lo que facilita la vía de solución a la respuesta del problema.

Técnica de la lectura analítica y la reformulación:

Estas técnicas las tratamos en conjunto porque es difícil separarlas para su estudio. Regularmente la segunda es consecuencia de la primera, y se dan casi siempre a la vez. Mediante la lectura analítica se hace un estudio del texto del problema de modo que se separan claramente sus partes y se distinguen las relaciones esenciales que existen en él. Se integran nuevamente estas partes recompuestas, de tal modo que el nuevo texto esté más cercano a la persona que se enfrenta al texto y en ocasiones reformularlo con una nueva situación aparente.

Estas técnicas están asociadas internamente a las restantes, constituyen básicamente la base de estas últimas y se complementan unas con otras. Estas técnicas, como otras, se utilizan en menor o mayor medida según sean necesarias dada la complejidad del problema.

Técnica de la determinación de problemas auxiliares:

La determinación de problemas auxiliares no siempre es una tarea fácil. Aquí interviene; un análisis detallado y conjunto de lo que se da y lo que se pide. El estudiante debe preguntarse: ¿Qué me falta para dar solución al problema? Si no lo sé, entonces elaboro un problema auxiliar y me hago la misma pregunta hasta que llego a un subproblema que puedo resolver. En esta técnica es muy importante la utilización de las demás.

Técnica del tanteo inteligente:

La búsqueda sistemática de soluciones mediante pruebas sucesivas, teniendo en cuenta todas las sucesiones y la naturaleza de los problemas, lleva a una cantidad determinada de casos a analizar, y es una forma tan correcta como cualquier otra, incluso en algunos casos es la más aprobada para la solución.

Resulta muy útil cuando se está en una situación difícil de búsqueda de la respuesta y las condiciones del problema presentan relaciones claras que facilitan la prueba sistemática, lo que garantiza encontrar la solución. En estas pruebas debe analizarse cada vez el contenido y comprobarlo, percatándose de que no queden soluciones por considerar.

Técnica de la comprobación:

Esta técnica es una de las más aludidas en la solución de problemas y la que cumple la importantísima función de garantizar que las técnicas, procedimientos y los cálculos utilizados sean correctos. La forma de realizar la comprobación depende de las características del problema. Esto no siempre es una tarea fácil, sobre todo cuando se trata de resolver un problema nuevo o utilizar otra vía de solución. Comprobar un problema es comprobar las operaciones que se realizan en su solución sin tener para nada en cuenta si el procedimiento utilizado es o no correcto.

Labarrere ilustra cuántas formas tiene el control:

1. Hacer un estimado previo y comprobarlo con los resultados.
2. Resolver un nuevo problema, donde lo conocido en el problema original sea un dato y se utilicen en su solución relaciones dadas, explícitas o implícitamente en e! inicial, y se obtenga como resultado un dato original o una relación que por la naturaleza del problema está explícitamente dada.
3. Realizar la operación inversa a la realizada en el problema original.
4. Realizar el problema por otra vía diferente y comprobar el resultado.

Con relación a la Pr-3, puede observarse que guarda una estrecha relación con la etapa final (4) del esquema de Polya. El espíritu crítico se relaciona con la vista retrospectiva, en el sentido de que es necesario revisar todos los pasos seguidos, poner en duda cada uno de ellos a fin de evitar errores de cualquier tipo (de cálculo, algebraicos, de interpretación, etcétera). De todas formas, el espíritu crítico no se constriñe a la vista retrospectiva.

Otras aristas relacionadas con el espíritu crítico son el análisis perspectivo del problema, la crítica del problema y el planteo de otros problemas con texto por reformulación u otros procesos. La vista perspectiva es muy importante, pues educa el aprendizaje del estudiante, respecto al análisis de posibles aplicaciones ulteriores del problema, como es el caso de aplicar en otros problemas el procedimiento utilizado, o bien reducirlo a este que ya está resuelto.

Por su parte, la crítica del problema ha sido ampliamente tratada por el psicólogo cubano A. F. Labarrere. Es muy importante que el estudiante gane confianza y sea capaz de criticar el problema, de establecer sus criterios con relación al grado de dificultad, a la lógica de la solución, a la pertinencia de su contextualización; y comparándolo con otros ya resueltos anteriormente.

Es recomendable que el estudiante reformule el problema, cambie algunas de sus partes que no afecten su esencia, e identifique los elementos esenciales del texto (aquellos que al alterarlos cambian el problema en sí mismo). Puede ser muy útil la orientación de tareas docentes, donde el estudiante busque un problema soluble con un procedimiento similar; tareas donde se sometan a juicio crítico problemas con texto con elementos superfluos o contradictorios, etcétera.

El duodécimo grado, constituye la etapa del preuniversitario donde los alumnos, además de aprender nuevos contenidos matemáticos, consolidan y sistematizan los adquiridos en ese nivel bajo la influencia, además, de las transformaciones en enfoque y métodos que asume la signatura en su conjunto.

Debe tenerse en cuenta que en este nivel de enseñanza los estudiantes deben lograr un nivel de formalización y rigor en la asimilación de los contenidos, superior a la lograda en años anteriores. Las tareas propuestas deben incluir cómo comunicar y debatir sus ideas, ya sea de forma oral o en construcciones, individual o en colectivo con otros estudiantes del aula.

2.2 Descripción de la propuesta de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado, en la asignatura de Matemática.

Como se ha venido analizando, para la concepción de las tareas docentes para la resolución de problemas con texto en duodécimo grado se tuvo en cuenta los siguientes criterios:

1. Determinar los dominios de contenidos a evaluar según el comportamiento del aprendizaje en los estudiantes, sus necesidades básicas y la formación profesional.
2. Determinar los dominios cognitivos que poseen mayor significado, de modo que las tareas docentes que se proponen sean representativas de los elementos del conocimiento más afectados en el aprendizaje en la etapa.
3. Precisar, la cantidad de tareas, lo que implica incluir el tratamiento a conceptos y su empleo lógico, a partir de los niveles de desempeño de los alumnos.

Es por ello que a las tareas docentes se le debe prestar gran atención según criterio de la autora, a partir de:

a. Que permitan el enriquecimiento del aprendizaje de los estudiantes.

b. Permitan una consolidación de los elementos del conocimiento precedentes con los contenidos de las materias a estudiar y su multiplicación.

c. Su aplicación permita la consolidación y utilización de sus redes de interacción.

A continuación se proponen siete tareas docentes, una para cada manera de actuación de los alumnos a la hora de resolver los problema con texto a los que se debe de enfrentar en el grado, cada una de ellas tienen un problema de preparación, uno de aplicación y uno de desarrollo, así como las posibilidades de resolución, donde se ponen de manifiesto las cuatro etapas fundamentales y las técnicas de la resolución de problemas, analizadas en el subepígrafe anterior, para un total de veintiún problemas con textos, integrados en un sistema de tareas docentes.

Tarea docente #1

Tema: Problemas con texto reducibles a ecuaciones y a sistemas de ecuaciones.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se aplique la resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones, para el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

1. Alberto tiene cierta cantidad de bolas, le regala 18 a un amigo, cambia 15 por un libro, luego compra 20, quedándole al final 107 bolas. ¿Cuántas bolas tenía Alberto al inicio?

Una vía de solución puede ser mediante las técnicas de resolución de problemas auxiliares antes mencionada. La técnica de la lectura analítica del problema debe conducir al alumno a separar lo conocido de lo desconocido, en este caso lo conocido es lo que regaló, cambió, compró y la cantidad final, lo desconocido es la cantidad de bolas que tenía al inicio. Entre lo que le dan y lo que le piden hay relación de parte y todo, por lo que se puede hacer una representación. Aquí es posible complementar estas técnicas con la modelación, de manera que se favorece la comprensión del problema. La reformulación puede, en este caso, jugar un papel muy importante, identificando las preguntas que se generan mediante la lectura del problema.

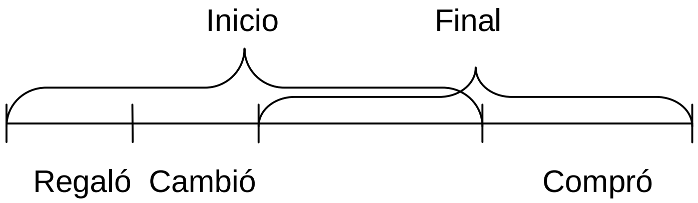


Figura 3. Diagrama para la tarea #1.

¿Cuántas bolas tenía? R/ El total menos las que compró.

¿Cuántas bolas tenía en total? R/ Las que le quedaron al final más lo que regaló y cambió, menos las que compró.

¿Cuántas bolas tenía al final? R/107 bolas.

¿Cuántas bolas regaló? R/ 18 bolas.

¿Cuántas bolas cambió? R/15 bolas.

¿Cuántas bolas compró? R/ 20 bolas.

Tenía en total:	107 => las que le quedaron	140
	18 => las que regaló	20
	15=> las que cambió	Tenía al inicio: 120
	140	

Se pueden distinguir algunas acciones que el alumno necesariamente debe realizar para desarrollar esta técnica

1. Leer con detenimiento e identificar lo conocido y lo desconocido.
2. Descifrar palabras desconocidas.
3. Identificar las condiciones dadas en el problema.
4. Identificar las relacionas que se establecen entre las partes del problema.
5. Después de leer es útil hacer un modelo.

Si con estos pasos aún no se comprende el problema, es necesario traducir el texto al lenguaje del individuo, es decir, reformular el problema. Es importante considerar impulsos heurísticos tales como:

1. Intenta ver los datos y las condiciones de una forma diferente.
2. Identifica la pregunta en el modelo, y apóyate de este último para expresarla de una forma más clara.
3. Descompón la pregunta en otras más sencillas y combínalas de varias maneras.
4. Formula otro problema análogo, más comprensible para ti.

Otra vía

También es posible resolverlo mediante una ecuación. Para utilizar esta vía es necesario declarar variables,

b => Cantidad inicial de bolas.

Ecuación: b-18-15+20=107

b=107-20+33 de donde b = 120

Siempre se debe comprobar en el texto, tenía 120 bolas, regala 18, cambia15, compra 20, quedándole al final 107 bolas. Es decir que:

120 – 18 – 15 + 20 debe de ser igual a 107, efectivamente 107 = 107

R/ Alberto tenía al inicio un total de 120 bolas

Problema de formación:

2. En un trabajo de control de Matemática la suma de los puntos obtenidos por Carlos y Yisel es 185 puntos, la quinta parte de los puntos obtenidos por Yisel excede en nueve a la novena parte de los puntos obtenidos por Carlos. ¿Cuántos puntos obtuvieron Carlos y Yisel en el trabajo de control?

Una lectura analítica, bien detallada, del problema, nos lleva a conocer la necesidad de declarar variables, en este caso tenemos dos incógnitas, también se comprende que la idea de solución consiste en un sistema de dos ecuaciones con dos variables.

Es necesario analizar con el estudiante el significado de: la quinta parte de los puntos obtenidos por Yisel excede en nueve a la novena parte de los puntos obtenidos por Carlos. Realizando énfasis en ¨excede¨, porque generalmente el estudiante vincula esta palabra con suma, y en estos casos, para llegar a la igualdad, se le puede sumar 9 a los de Carlos o restarle 9 a los de Yisel.

Denotemos por ¨c¨, a los puntos obtenidos por Carlos y por ¨y¨, a los puntos obtenidas por Yisel. Quedando el sistema:

$$\begin{cases} c + y = 185 \\ y/5 - 9 = c/9 \end{cases}$$

Para resolver el sistema primeramente se debe de organizar y multiplicar por 45 la segunda ecuación para eliminar el denominador, una vez realizado estos pasos el alumno puede resolverlo por la vía que más cómodo le resulte, se obtiene como resultado y =95 y c = 90, estos resultados se comprueban en el texto del problema, la quinta parte de 95 es19, la novena parte de 90 es 10, y 19 excede en 9 a 10.

R/ Carlos obtuvo 90 puntos y Yisel 95 puntos.

Problema de desarrollo:

3. Un niño, ahorrando la misma cantidad de dinero todos los días, ha ahorrado $180, si hubiese ahorrado dos pesos menos, tendría que haber ahorrado tres semanas más para ahorrar ese mismo dinero. Si se quiere comprar un juguete que le cuesta $204, ¿cuántas semanas más tiene que ahorrar?

Para llegar a la solución de este problema es necesario utilizar la técnica de la resolución de problemas auxiliares, porque para llegar a lo que piden es necesario conocer las respuestas de otras interrogantes, por ejemplo:

¿Cuántas semanas ahorró? ¿Cuánto ahorró por semana?

Para solucionar estos problemas auxiliares es necesario declarar variables, denotemos por ¨s¨ la cantidad de semanas que estuvo ahorrando, y por ¨d¨ la cantidad de dinero que ahorró en una semana. Si se multiplica ¨s¨, la cantidad de semanas que estuvo ahorrando, por ¨d¨, la cantidad de pesos que ahorró en una semana, se obtiene 180, la cantidad total que ahorró, y se obtiene una ecuación, pero como existen dos incógnitas, nos hace falta otra ecuación para formar un sistema. En el texto se plantea que si hubiese ahorrado dos pesos menos, tendría que haber ahorrado tres semanas más para ahorrar ese mismo dinero, de donde se obtiene la segunda ecuación, quedando el sistema:

$$\begin{cases} s * d = 180 \\ (s + 3)(d - 2) = 180 \end{cases}$$

En la segunda ecuación, una vez que se elimine el paréntesis nos queda:

$s * d - 2s + 3d - 6 = 180$, pero de la primera ecuación conocemos que $s * d = 180$, por tanto se sustituye en la segunda ecuación, y entonces el sistema nos queda de la forma:

$$\begin{cases} s * d = 180 \\ 3d - 2s = 6 \end{cases}$$

La resolución de este sistema debe de ser por sustitución, una vez que se realice la solución sería $s = 15$ y $d = 12$. En este caso es bueno aclarar que, como el sistema conduce a una ecuación cuadrática, una variable va a tener dos soluciones, solamente tomamos la positiva, porque si se trata de ahorro, uno no puede ahorrar cantidades negativas.

Entonces conocemos que ahorró $12 por semana y estuvo ahorrando 15 semanas, ¿este sería el resultado final?, no, tenemos que analizar en cuántas semanas puede ahorrar $204, ¿cómo se obtiene este resultado?, exactamente al dividir la cantidad total de dinero, $204, por la cantidad de dinero que ahorró cada semana, $12, donde se obtuvo como resultado 17.

Entonces ¿ya se terminó con el ejercicio?, todavía, la pregunta es ¿cuántas semanas más tuvo que ahorrar?, no ¿cuántas semanas tuvo que ahorrar? Para obtener el resultado final debemos restarle a estas 17 semanas, las semanas que el niño ya había ahorrado, 15, dando como resultado 2.

Para comprobar se analiza si:

Primero: las 15 semanas que ahorró da como resultado 180, 12*15 = 180.

Segundo: (15 + 3)(12 – 2) es 180, 18 * 10 = 180.

R/ El niño tuvo que ahorrar dos semanas más para comprarse el juguete.

Tarea docente #2

Tema: Problemas con texto relacionados con el concepto de tanto por ciento.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se apliquen las relaciones de tanto por ciento, para el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

4. Entre María y su prima tienen $ 120. Si la prima tiene el 50% de lo que tiene Maria ¿Cuánto tienen por separado cada una?

Es necesario analizar ¿qué significa el 50%?, la prima tiene la mitad de lo que tiene María o María tiene el doble de lo que tiene su prima.

Utilizando la técnica de la modelación se ve claramente lo que se quiere en el ejercicio, en esta representación se analiza que María tiene el doble que su prima, por tanto hay tres partes, las dos de María y la de su prima. Como el todo es 120, entonces:

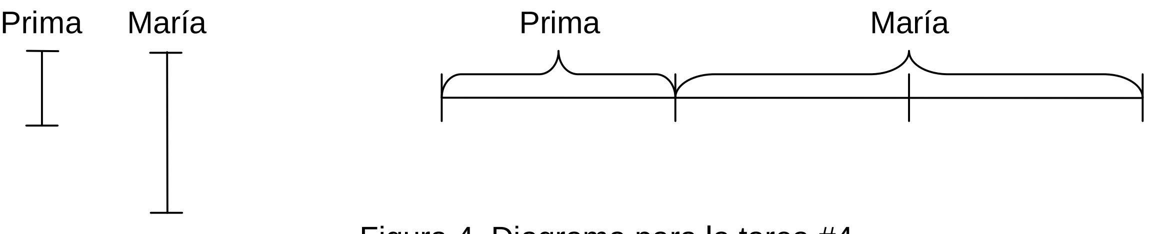


Figura 4. Diagrama para la tarea #4.

120:3=40 es una parte, la de la prima.

40*2 = 80   son dos partes, las de María.

Los modelos más utilizados son los lineales, tabulares, conjuntistas (también conocidos como diagramas de Venn) y ramificados.

Otra vía

También es posible resolverlo mediante una ecuación. Para utilizar esta vía es necesario declarar variables,

x => Cantidad de dinero que posee la prima de María.

Entonces, como María tiene el doble, sería 2x.

$x + 2x = 120$

$3x = 120$ de donde $x = 40$ y $2x = 80$

Otra vía

También es posible resolverlo mediante un sistema de ecuaciones. Para utilizar esta vía también es necesario declarar variables,

a=>Cantidad de dinero que posee María y b=>Cantidad de dinero que posee su prima.

ecuación 1: $a + b = 120$ ecuación 2: $a = 2b$

En este caso es necesario valorar con el estudiante las diferentes formas de resolver un sistema de ecuaciones.

Para comprobar 40 + 80 es igual a 120 y 80 es el doble de 40.

Respuesta: María tiene $80 y su prima $40.

Problema de formación:

5. Un estudiante debe realizar 28 ejercicios de Matemática, para su preparación para la prueba de ingreso, en cuatro días, el segundo día realizó el 80% de la cantidad de ejercicios que realizó el primer día, el tercero resolvió el 60% de los que le faltaban, dejó para el último día un séptimo del total de los ejercicios. ¿Cuántos ejercicios resolvió cada día?

La vía de solución puede ser mediante la técnica de resolución de problemas auxiliares antes mencionada. La técnica de la lectura analítica del problema debe conducir al alumno a separar lo conocido de lo desconocido, en este caso lo conocido es el total de ejercicios que debe realizar, lo desconocido es la cantidad de ejercicios que resolvió cada día. Entre lo que le dan y lo que le piden hay relación de parte y todo y de tanto por ciento, por lo que se puede declarar variables.

¿Cuántos ejercicios resolvió el primer día? R/ No se conoce, por tanto sería x.
¿Cuántos ejercicios resolvió el segundo día?
R/ El 80% de la cantidad que resolvió el primer día, es decir el 80% de x.
¿Cuántos resolvió el tercer día?
R/ El 60% de los que le quedaban, (en este caso es importante analizar los ejercicios que le quedaban), que sería el 60% de (28 – x – 80% de x).
¿Cuántos resolvió el cuarto día? R/ Un séptimo de la cantidad inicial, es decir un séptimo de 28, que es 4.
Si sumamos la cantidad de ejercicios que resolvió cada día y lo comparamos con 28, obtenemos una ecuación que nos dará solución al ejercicio.
$x + (80/100)\,x + (60/100)(28 - x - (80/100)x) + 4 = 28$ multiplicando por 10.
$10x + 8x + 6(28 - x - 4x/5) + 40 = 280$
$18x + 168 - 6x - 24x/5 = 280 - 40$
$12x - 24x/5 = 240 - 168$ Multiplicando por 5
$36x = 360$ de donde $x = 10$
Verificamos el resultado en el texto del problema, el primer día resolvió 10, el segundo el 80% de 10, que es 8, le faltan por resolver 10 problemas, el tercer día el 60% de esos 10, que serían 6 y el cuarto día 4, sumamos 10 + 8 + 6 + 4, y el resultado es 28.
R/ El estudiante resolvió el primer día 10 ejercicios, el segundo día 8, el tercero 6 y el cuarto 4.
Problema de desarrollo:
6. Dos empresas de confecciones debían producir, entres ambas, 450 uniformes, según sus respectivos planes de producción, la primera cumplió su plan al 110% y la segunda al 120%, entre las dos confeccionaron un total de 515 uniformes.
a) ¿Cuál era el plan de producción de cada empresa?
b) ¿Cuántos uniformes confeccionó cada fábrica?
Para la resolución de este problema es necesario llegar al planteo de un sistema de ecuaciones, para ello se debe declarar variables.
¿Qué es lo que no se conoce, qué es lo que se anda buscando?, lo que no se conoce y se anda buscando es el plan de producción de cada empresa.
Plan de producción de la primera empresa ---- x

Plan de producción de la segunda empresa --- y

¿Qué es lo conocido?

Primero: lo que debían producir ambas empresas, es decir, el plan de las dos empresas en conjunto, de donde se deduce la primera ecuación: x+y=450.

Segundo: los por cientos de cómo cumplieron el plan y la cantidad de uniformes que fueron confeccionados en total, información que nos brinda la segunda ecuación: 110% de x + 120% de y = 515. Donde se obtiene el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 450 \\ (110/100)\,x + (120/100)\,y = 515 \end{cases}$$ Multiplicamos por 10 y nos queda:

$x + y = 450$

$11x + 12y = 5150$

Para resolver este sistema el estudiante puede aplicar cualquiera de las vías conocidas, el resultado es y = 200 y x = 250.

Si se quiere comprobar si la solución del sistema es correcto se comprueba esta solución en el sistema, pero para comprobar si es realmente el resultado del problema, se debe comprobar en el texto porque puede existir algún error a la hora de interpretar el problema, lo que trae como consecuencia que el sistema no responda a la interrogante planteada. La primera parte se cumple, porque 200 + 250 = 450, ahora veamos si el 110% de 250 + 120% de 200 es 515, 275 + 240 = 515, entonces la segunda parte también se cumple.

R/ a) La primer empresa tenía un plan de 250 uniformes y la segunda de 200.

b) La primera empresa confeccionó 275 uniformes y la segunda 240.

Tarea docente #3

Tema: Problemas con texto relacionados con conceptos geométricos.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se apliquen los conceptos, teoremas y definiciones geométricas, para el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

7. La hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 35cm, la diferencia entre los otros dos lados es de 7,0cm. ¿Cuál es la longitud de sus catetos?

Como puede verse, por su planteo se trata de un problema "relacionado con conceptos geométricos". Sin embargo, desde su estructura interna, también puede decirse que se trata de un problema "reducible a una ecuación cuadrática". El hecho de reconocer la parte geométrica; es muy útil, pues ayuda a realizar una construcción auxiliar. No obstante, el hecho de descubrir que la solución exige de una ecuación es también importante, pues en eso reside precisamente la idea de la solución.

Es de vital importancia realizar una figura, para acercarnos a la realidad, y declarar variables, por ejemplo a, b y c, para los lados del triángulo, que se oponen a los vértices A, B y C, respectivamente, donde c sea la hipotenusa que ya conocemos.

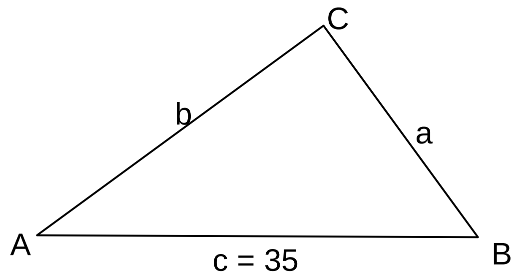


Figura 5. Diagrama para la tarea #7

Primeramente se debe analizar con el estudiante las relaciones o teoremas que se pueden aplicar en un triángulo rectángulo. Por ejemplo: las razones trigonométricas, el teorema del ángulo de 30^0, el grupo de teoremas de Pitágoras. Luego se debe valorar cuales, o cual de ellas, vamos a utilizar, a esto se puede llegar mediante preguntas:

¿Qué me piden? R/ Longitud de los catetos.

¿Qué me dan? R/ La hipotenusa y una relación entre las longitudes de los catetos.

¿Cuál de las relaciones anteriores me relaciona lo que me piden y lo que me dan?

R/ El teorema de Pitágoras. La hipotenusa al cuadrado es igual a la suma del cuadrado de sus catetos. $c^2 = a^2 + b^2$.

Sustituyendo la hipotenusa queda $35^2 = a^2 + b^2$, hasta el momento existen dos incógnitas, por lo que es necesario analizar la relación que existe entre ellas: b es el cateto mayor, por lo que $b = a + 7$ ó $a = b – 7$.

Finalmente nos queda $35^2 = a^2 + (a + 7)^2$, nos queda, solamente, las operaciones de cálculo, se debe de comenzar por la elevación al cuadrado y la eliminación de paréntesis, un binomio al cuadrado.

$1225 = a^2 + a^2 + 14a + 49$

$0 = 2a^2 + 14a - 1176 / 2$

$0 = a^2 + 7a - 588$

$0 = (a + 28)(a - 21)$

$0 = a + 28 \quad 0 = a - 21$ de donde $a = -28$ ó $a = 21$

Se debe analizar si las dos soluciones son válidas, como estamos hablando de dimensiones, ¿es posible que el resultado sea un número negativo?, no, entonces el valor del cateto a es 21 y el del cateto b es 21 + 7, que sería 28.

Es necesario comprobar en el texto del problema, se valora si con estos resultados se cumple el teorema de Pitágoras.

$35^2 = 21^2 + 28^2$

$1225 = 441 + 784$ y $1225 = 1225$

R/ Las longitudes de sus catetos son 21cm y 28cm, respectivamente.

Problema de formación:

8. Un pequeño agricultor desea acercar un lote rectangular de terreno. Si usa un material que cuesta \$ 3.00 el metro para el frente del lote y un material que cuesta \$2.00 el metro para los otros tres lados, la cerca le cuesta \$ 590. Si usa el material más caro para los cuatro lados, la cerca le cuesta \$ 780. ¿Cuáles son las dimensiones del lote? (Ejercicio 18, p. 149, Libro de Texto de 8vo. grado).

Al igual que el anterior, este problema, por su planteo se trata de un problema "relacionado con conceptos geométricos". Sin embargo, desde su estructura interna, también puede decirse que se trata de un problema "reducible a sistema de ecuaciones". En la figura 2 ya vimos la existencia de estos problemas en duodécimo grado, y se analiza la posibilidad de que un mismo problema pudiera clasificarse de formas diferentes. Como se planteó anteriormente, reconocer la parte geométrica; es muy útil, pues ayuda a realizar una construcción auxiliar, pero, el hecho de descubrir que la solución exige de un sistema de ecuaciones es también importante, pues sería lo que nos lleve a la solución del ejercicio.

Es muy importante construir una figura de análisis y luego introducir variables (por ejemplo a y b) para las dimensiones del rectángulo. Estas dos acciones son reglas heurísticas de suma importancia, con las cuales está relacionada la etapa de comprensión del problema. Es sumamente importante que la interpretación del lenguaje común conduzca al estudiante a los monomios 3a, 2a, 2b y 2b, y luego a igualar la suma 5a + 4b con 590. De la misma forma, el hecho de considerar el material más caro implicará igualar a 780 la suma de los monomios 3a, 3a, 3b y 3b. En ambos casos es útil prescindir del signo ¨$¨, el cual solo se tendrá en cuenta en la respuesta final. El análisis de la información contenida en las oraciones siguientes puede apoyarse, respectivamente, en cada uno de los gráficos de la Figura 6.

1. Sí usa un material que cuesta $ 3.00 el metro para el frente del lote y un material que cuesta $ 2.00 el metro para los otros tres lados, la cerca le cuesta $ 590'.
2. Si usa el material más caro para los cuatro lados, la cerca le cuesta $ 730.

Es conveniente que se construyan ambos gráficos, de manera que los estudiantes puedan comparar y arribar a conclusiones. El primer caso puede realizarse a través de la elaboración conjunta, dejando el segundo caso para el trabajo independiente de los estudiantes.

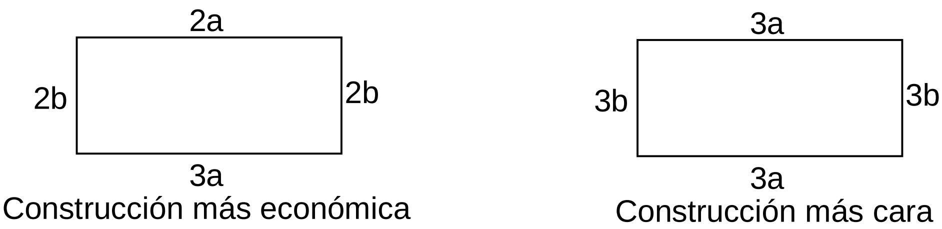


Figura 6. Esquema para la solución de la tarea #8.

Este análisis conducirá muy pronto al sistema:

$$\begin{cases} 5a + 4b = 590 \\ 6a + 6b = 780 \end{cases}$$

Es posible ahora que los estudiantes apliquen diversos procedimientos de solución, con relación a los sistemas de ecuaciones corrientes.

Todo este proceso contiene como técnica fundamental la de modelación, pues la traducción del lenguaje común al matemático (en este caso al lenguaje algebraico) conduce a un sistema de ecuaciones ordinario.

En la etapa final de resolución los estudiantes desarrollarán su espíritu crítico con relación al problema. En primer lugar, es necesario que se convenzan de la necesidad de comprobar los resultados (a = 60 y b = 70) en el propio contexto del problema, lo cual está relacionado con la técnica de comprobación. Solo entonces podrán dar la respuesta final, expresada en "$". Por otra parte, es conveniente que saquen conclusiones sobre el procedimiento de solución, y su posible aplicación a otros problemas con texto. También los estudiantes pueden valorar el valor práctico del problema, analizando aspectos relativos al ahorro.

R/ Las dimensiones del lote son 60m de ancho y 70m de largo

Problema de desarrollo:

9. Con una pieza de aluminio de forma rectangular, tal que el largo supera al ancho en 2dm, se construye una caja, sin tapa, de 2880dm^2 de capacidad, se corta un cuadrado de 8,0dm de lado de cada esquina de la pieza y se doblan los bordes. ¿Cuáles son las dimensiones de la pieza de aluminio original?

En este problema el estudiante debe construir varias figuras, una para cada momento en cuestión, y realizar profundos análisis en cada una de ellas con los datos que brinda el texto, después de haber declarado las variables.

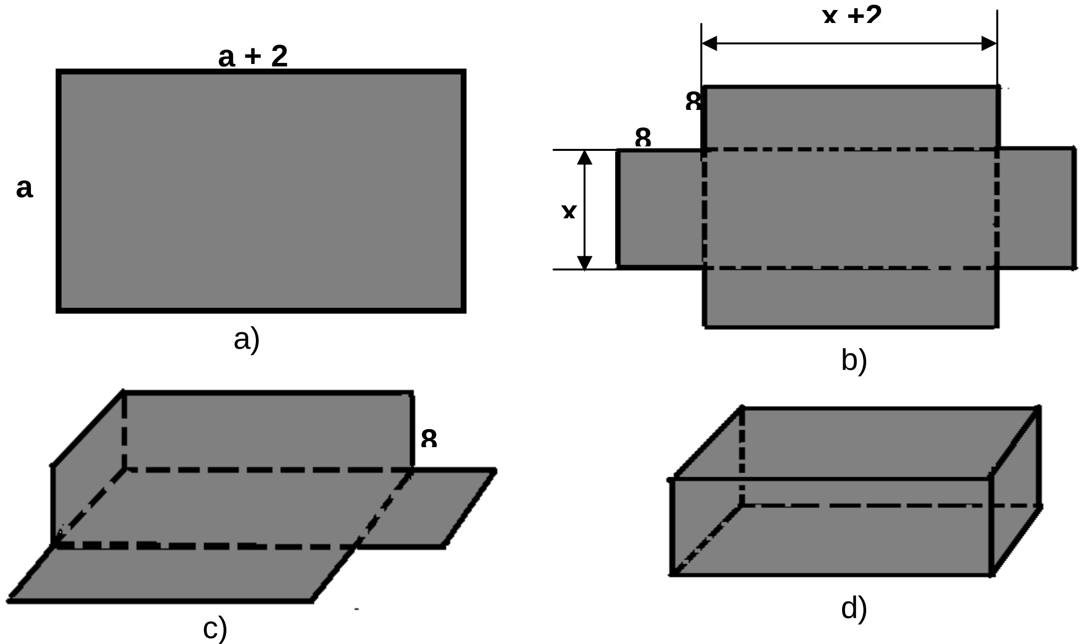


Figura 7. Esquema para la solución de la tarea #9.

Puede apoyarse en el análisis de la información contenida en las oraciones siguientes, para el análisis de cada uno de los gráficos de la Figura 7, respectivamente.

1. Lámina de aluminio inicial.
2. Lámina de aluminio luego de realizarles los cortes, en forma de cuadrados, por las esquinas.
3. Lámina de aluminio con la idea de cómo se va a doblar para obtener la caja.
4. La caja obtenida.

En la figura 6a) vamos a denotar el ancho de la lámina por a y el largo por a+2, ya que el largo excede en dos al ancho.

Ahora bien, ¿Qué ha pasado en la figura 6b)? R/ Se han eliminado los cuadrados de las puntas de la lámina, para formar la caja.

¿Qué relación existe entre las dimensiones de la lámina y las dimensiones del fondo de la caja? R/ Tanto el largo como el ancho de la lámina son 16cm mayores que el largo y el ancho de la base de la caja, respectivamente.

Entonces, ¿la relación que existe entre el largo y el ancho de la lámina se mantendrá para la base de la caja? R/ Sí, porque las dos dimensiones disminuyeron la misma proporción.

Por lo que se puede afirmar que el largo de la caja excede en dos al ancho, se denota al ancho por x y entonces el largo seria x+2, la altura ya la conocemos, pues se analiza la figura 6c), la altura nos la genera los lados de los cuadrados que extraemos de las esquinas de la lámina.

Como se observa, finalmente, en la figura 6d), se obtiene la caja y en el texto del problema nos dan el volumen de la misma, ¿para qué nos puede servir este dato?, como se tiene el largo en función del ancho y la altura, y el $V_{prisma} = A_b * h$, entonces sustituyendo nos queda una ecuación cuadrática, mediante la cual obtendremos las dimensiones de la base de la caja.

$V_{prisma} = A_b * h$

$2880 = x\ (2 + x)\ 8$

$2880/8 = 2x + x^2$ (al organizar la ecuación, nos queda)

$x^2 + 2x – 360 = 0$

$(x – 18)\ (x + 20) = 0$ de donde $x = 18$ ó $x = -20$

Como las longitudes no pueden ser negativas entonces el ancho de la caja es 18dm, y por tanto su largo es 20dm.

¿Se ha concluido con el ejercicio? R/ No, se conoce las dimensiones de la base de la caja, pero no las de la lámina inicial, que es lo que me piden.

Como se analizó momentos anteriores, el largo y el ancho de la lámina son 16cm mayores que el largo y el ancho de la base de la caja, respectivamente, por lo que el ancho de la lámina es 18 + 16, y el ancho 20 + 16.

Para comprobar se analiza si 18 * 20 * 8 = 2880.

R/ las dimensiones de la lámina de aluminio son 34dm de ancho por 36dm de largo.

Tarea docente #4

Tema: Problemas con texto de móviles.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se utilicen proporciones, y conceptos físicos, para lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

10. Un nadador, dando lo mejor de sí, nada 10km en dos horas y media, a favor de la corriente, y 6km en tres horas en contra, ¿cuál es la velocidad del nadador y de la corriente?

Este ejercicio es muy sencillo, basta reconocer que si va a favor de la corriente, entonces, la velocidad del nadador sería su velocidad más la velocidad de la corriente, y si va en contra, entonces, la velocidad del nadador seria su velocidad menos la velocidad de la corriente.

En este caso es necesario declarar variables para la velocidad del nadador y para la velocidad de la corriente, por separadas.

Velocidad del nadador ---------x

Velocidad de la corriente ------y

Por lo que x + y es la velocidad total que lleva el nadador a favor de la corriente y x – y es la velocidad total que lleva el nadador en contra de la corriente. Este análisis nos conlleva a un sistema de dos ecuaciones con dos variables, muy sencillo de resolver. Pero antes se debe conocer la velocidad total que lleva el nadador a favor y en contra de la corriente.

Primero: Se conoce que a favor de la corriente nada 10km en dos horas y media, por lo que se puede establecer una proporción, las dos horas y media es a los 10km como una hora es a x Km, y así se conoce que nadó en una hora 4km. Por tanto la velocidad del nadador, a favor de la corriente, es de 4km/h.

Segundo: Se conoce que en contra de la corriente nada 6km en tres horas, estableciendo la proporción nos queda que tres horas es a 6km como una hora es a x Km, y así se conoce que nadó en una hora 2km. Por tanto la velocidad del nadador, un contra de la corriente, es de 2km/h.

Al plantear el sistema nos queda:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Cuando se resuelve el sistema nos da como resultado $x = 3$, por tanto $y = 1$.

Para comprobar:

Si se suma 3 + 1 es 4, que es la velocidad a favor de la corriente, porque nada 10km en dos horas y media, y si se resta 3 – 1 es 2, que es la velocidad en contra de la corriente porque nada 6km en tres horas.

R/ Velocidad del nadador es de 3km/h y la velocidad de la corriente es de 1km/h.

Problema de formación:

11. Dos automóviles parten a un mismo tiempo de dos ciudades diferentes, que se encuentran a 444Km, uno al encuentro del otro, si un automóvil va a una velocidad de 70Km/h, el otro a 78Km/h y sus velocidades se mantienen constantes en toda la trayectoria.

a) Al cabo de 90 min. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido cada automóvil?

b) ¿Qué tiempo demoran en encontrarse?

Es muy importante realizar un esquema, donde el estudiante pueda observar la situación planteada. Se puede representar por P y por Q a las ciudades, y por p y q las distancias recorridas por los automóviles que salieron de P y de Q respectivamente, hasta el momento del encuentro.

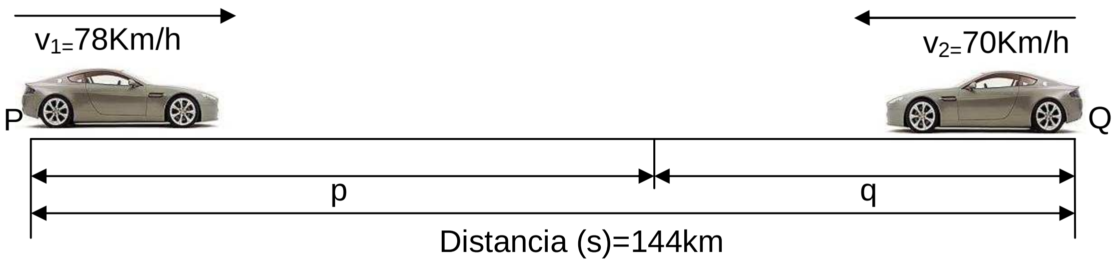


Figura 8. Diagrama para la tarea #11.

¿Qué se desprende de la oración?: Sus velocidades se mantienen constantes en toda la trayectoria.

Precisamente que el movimiento empleado por los automóviles es uniforme, por lo que se cumple la relación: $s=v * t$.

¿Cuántas horas son 90 minutos?, 90 minutos es una hora y media.

Por lo que el automóvil que salió de P, en una hora recorre 78km, en media hora 78km/2, es decir 39km, para un total de 117km en los 90min. Y el automóvil que salió de Q recorre en una hora 70km, en media hora 35km para un total de 105km en ese mismo tiempo.

R/ a) Los automóviles, al cabo de 90min han recorrido 117km y 105km respectivamente.

De la figura se puede apreciar que la suma de las distancias recorridas por los automóviles hasta el momento del encuentro es igual a la distancia entre P y Q, es decir: p + q = s (1), como s = v * t, entonces, p= v_1 * t y q = v_2 * t (el tiempo es común para ambos), sustituyendo en 1 queda: v_1 * t + v_2 * t = s., sustituyendo por los valores respectivos se tiene que: 78t + 70t = 444

148t = 444

t = 444/148 de donde t = 3

Algún estudiante pudo darse cuenta en el Inciso a) que si sumaba lo recorrido en hora y media por los dos automóviles esa suma daba la mitad de la distancia entre las ciudades, 117+105=222, si entre los dos recorrieron en hora y media la mitad del recorrido total, entonces en 3h recorrían la distancia completa y se encontraban.

Para comprobar:

Un automóvil recorre en tres horas 210km y el otro 234km, para un total de 444km, que es donde se encuentran.

Respuesta del inciso b)/ Demoraron en encontrarse 3h.

Problema de desarrollo:

12. Dos motoristas salen de una misma ciudad, a un mismo tiempo, con velocidades constantes, al transcurrir 100km, el motorista que va más adelantado se detiene a esperar a su compañero, el cual llega 5min después, si la diferencia entre sus velocidades es de 2km/h. ¿A qué velocidad viajaba cada uno?

En este caso una figura de análisis nos sirve para tener una idea gráfica de la situación, pero no para llegar a la idea de solución, se tiene que la distancia recorrida es la misma, y la relación entre sus velocidades y entre el tiempo que demoraron, ¿Qué ecuación nos relaciona estas magnitudes?, s = v * t, analizada en el problema anterior, en este caso nos hace falta tratar de unir estas informaciones, y lo que nos brinda una idea más clara de lo que se quiere es una tabla donde se resuman estos datos. Para realizar esta tabla es necesario declarar variables, se declaran a los motoristas como motorista 1, y motorista 2, la distancia es la misma, 100km, la velocidad del motorista 1 denotémosla como x, por lo que la del motorista 2 seria x + 2, y para los tiempos, que se diferencian en 5min, vamos a utilizar la relación t = s / v, que se despeja de: s = v * t, analizada anteriormente.

	s	v	t
Motorista 1	100	x	100/x
Motorista 2	100	x+2	100/x+2

De esta forma se tiene una relación más clara acerca de los tiempos, observa que el motorista 1 necesita 5min más para poder llegar al punto en el que se encuentra el motorista 2, entonces, ¿qué pasa con los tiempos?, ¿estos tiempos serán iguales?, evidentemente no, por lo que se le debe sumar 5min al tiempo del motorista 2, o restarle los 5min al tiempo del motorista 1, para poder igualar los tiempos. Ahora, esos 5min, hay que convertirlos en horas, porque se trabaja en Km/h, esto se realiza respondiendo a la pregunta: ¿Qué parte es 5 de 60?, porque una hora tiene 60 min, 5/60 =1/12. Por lo que la ecuación nos queda de la forma: 100/x = 100/x + 2 + 1/12 se multiplica por el mínimo como un múltiplo para eliminar los denominadores.

$$100/x = 100/x + 2 \;+\; 1/12 \qquad /^{*}\ 12x(x + 2)$$

$$1200(x + 2) = 1200x + x(x + 2)$$

$$1200x + 2400 = 1200x + x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 2400 = 0$$

$$(x + 50)\,(x - 48) = 0$$

$$x + 50 = 0 \qquad x - 48 = 0 \qquad \text{de donde} \quad x = -50 \quad \text{ó} \quad x = 48$$

Como se trata de la velocidad que lleva el motorista, la solución tiene que ser positiva.

Motorista 1=>48 Km/h, motorista 2 => 48 Km/h + 2 Km/h = 50 Km/h

R/ El motorista 1 viajaba a 48km/h y el motorista 2 a 50km/h.

Tarea docente #5

Tema: Problemas con texto de proporcionalidad directa e inversa.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se utilicen los conceptos de proporcionalidad directa e inversa, para lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

13. Si 12 obreros pueden realizar un trabajo en 21 días, ¿en cuántos días pueden realizar, ese mismo trabajo, 4 obreros?

En estos casos, como la cantidad de trabajo diario es la cantidad total del trabajo entre la cantidad de días que demoró hacerse, se está en presencia de una proporcionalidad del tipo y = k / x, de donde los valores de una de las magnitudes (y) se obtiene multiplicando, por un mismo número (k) los recíprocos (1/x) de los valores correspondientes a la otra magnitud, de otra forma: y = k * 1/x, este tipo de proporcionalidad es: Proporcionalidad inversa.

Del texto del problema se puede obtener que:

Hombres que se necesitan 12---------------------4

Días para realizar el trabajo 21---------------------x

Como esta proporcionalidad es inversa no se multiplica cruzado como en la directa, en este caso se procede de la forma: 12/4 = 1/(21/x), entonces se obtiene la proporcionalidad directa, 12/4 = x/21, de donde x = 12 * 21 / 4, de donde se obtiene que x = 63.

Para comprobar se utiliza la proporcionalidad directa, 12/4 = 63/21, 12 * 21 = 4 * 63, y 252 = 252.

R/ 4 obreros, para realizar el trabajo, necesitan 63 días.

Problema de formación:

14. Un grupo de 20 personas pueden realizar un trabajo en una jornada, ¿en cuánto habría que aumentar el número de personas para realizar el trabajo en tres horas menos? (Considera la jornada de 8h).

Primeramente se debe analizar que el trabajo se realiza por 20 personas en ocho horas, y se quiere conocer cuántas personas se necesitan para realizar el trabajo en tres horas menos, es decir en cinco horas, entonces de la lectura del problema se analizan los datos y se establece la proporcionalidad inversa.

Personas que se necesitan 20--------------------x

Horas para realizar el trabajo 8--------------------5

Al establecer la proporcionalidad inversa nos queda 20/x = 1/(8/5), de donde 20/x = 5/8, entonces x = 20*8/5, X = 32

Para comprobar se analiza si 20/32 = 5/8, 5/8 = 5/8.

Entonces se necesitan 32 personas para realizar el trabajo.

¿Sería esa la respuesta del problema?, no, pues me preguntan cuántas más se necesitan, como eran 20 y se necesitan 32, entonces hacen falta 12 personas más.

R/ Para terminar el trabajo en dos horas menos el número de personas debe de aumentar en 12.

Problema de desarrollo:

15. Ana puede confeccionar 1 blusa en dos horas, María necesita una hora más que Ana para confeccionar una blusa igual. ¿Qué tiempo demoraran en hacer dos blusas, de ese modelo, si trabajan en conjunto?

Como el texto de estos problemas lo índica, se deben de establecer proporciones para la resolución de los mismos. Aquí es necesario conocer siempre lo que cada individuo realiza en la menor unidad de tiempo dado, si se trata de días, un día, si se trata de horas, una hora, de esta forma sumando lo que uno realiza en una hora, con lo que otro realiza en ese mismo tiempo, se obtiene la parte del trabajo que ambos van a realizar juntos, en una hora. Este análisis es recomendable realizarlo mediante una tabla.

	Horas que demoraron en hacer el trabajo.	Parte del trabajo que realizaron en una hora.
Ana	4	1/4
María	6	1/6
Ana y María juntas	x	1/x

En este caso se debe analizar que analizar que si Ana hace 1 blusas en dos horas, entonces hace dos en cuatro horas, y María hace 1 blusas en una hora más que Ana, por tanto hace una en tres horas, es decir hace dos blusas en seis horas.

Entonces, por lo que se analizó anteriormente, $1/4 + 1/6 = 1/x$, al multiplicar por $24x$, nos queda: $6x + 4x = 24$ de donde $x = 2,4$

Realizarían el trabajo en 2,4 horas, ¿qué significa 2,4?, dos horas y x minutos, donde 0,4 es a 1, (porque es una expresión decimal), como x es a 60(porque una hora tiene 60 minutos), lo que da como resultado 24minutos.

Algún estudiante pudo realizarlo mediante razonamientos lógicos, que es en sí la idea de la comprobación.

En una hora las dos juntas realizan 1/4 + 1/6, es decir 5/12, partes del trabajo completo, si 5/12 se realiza en una hora, entonces 1/12 se realiza en 12 minutos, una hora entre cinco. Entonces, si 1/12 parte se realiza en 12 minutos, el trabajo completo, 12/12, se realiza en 12 * 12, es decir 144 minutos, que serían dos horas y 24 minutos.

R/ Ana y María pueden hacer dos blusas en dos horas y 24 minutos, si trabajan en conjunto.

Tarea docente #6

Tema: Problemas con texto de tanques.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se utilicen los conceptos de proporcionalidad directa e inversa, para lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

16. Un tanque se puede llenar por una llave en cuatro horas, por otra llave en ocho, ¿cuánto demorara en llenarse si se abren las dos llaves juntas?

Estos problemas, por su planteo se tratan de problemas de tanque, sin embargo, desde su estructura interna, también puede decirse que se trata de un problema de proporcionalidad, porque para llegar al resultado hay que establecer proporciones, y esto se debe hacer mediante tablas, para tener una mejor idea de la relación que se establece entre los datos que se ofrecen, siempre se debe analizar la parte del tanque, del depósito, de la piscina, que se llenó en un minuto, si se está trabajando en minutos, en una hora, si se trabajó en hora, o se vació, si se trata de un desagüe, para de esta forma poder analizar qué pasa en ese tiempo cuando se unen varias llaves.

Por ejemplo, si un depósito se llenó en 7h, ¿en una hora que parte de él se llenó? R/ 1/7.

	Horas que se demoró en llenar el tanque.	Parte del tanque que se llenó en una hora.
Llave #1	4	1/4
Llave # 2	8	1/8
Llave #1 y #2 juntas	x	1/x

En este caso ¿se podrá decir que 4 + 8 = x? R/ No, porque después que han pasado las 4h ya el tanque está lleno, por eso es que es necesario conocer qué parte se llena en una hora.

Si la llave #1 en una hora llena 1/4 del tanque y la llave #2,1/8, entonces, ¿las dos llaves juntas que cantidad del tanque llenaron, en una hora? R/ 1/4 + 1/8, que sería 1/x. de donde obtenemos la ecuación que nos dará la solución al problema.

1/4 + 1/8 = 1/x se multiplica por 8x para eliminar los denominadores.

$2x + x = 8$

$3x = 8$ de donde $x = 8/3$

Este resultado es conveniente llevarlo a número mixto, para tener las horas exactas, 8/3 = 2 2/3, es decir dos horas y dos tercios, ahora, esos dos tercios cuántos minutos son, se debe establecer la proporción 2/3 es a una hora como x es a 60 min. Por lo que dos tercios representan 40min.

Quizás algún estudiante pudo realizar otro análisis, el cual es posible en este ejercicio porque no es complejo. Se analiza que la dos llaves juntas llenan, en una hora, 1/4 + 1/8, es decir 3/8 del tanque, y el tanque completo es 8/8, entonces: En una hora => 3/8, en dos horas => 6/8, por lo que faltan, para los 8/8, 2/8.

Esos 2/8 ¿en cuántos minutos se llena? Se establece una proporción, 3/8 se llena en una hora, es decir 60min, entonces 3/8 es a 60min como 2/8 es a x min. El resultado sería 40min.

Para comprobar: 1/4 + 1/8 = 3/8

En una hora => 3/8, en dos horas => 6/8, en cuarenta minutos, es decir 2/3 de una hora seria 2/3 de 3/8 => 2/8, sumando 3/8 + 3/8 + 2/8 = 8/8, la unidad.

R/ Si se abren las dos llaves juntas se demora en llenar 2 horas, cuarenta minutos.

Problema de formación:

17. Una llave puede llenar un depósito en 12 minutos, otra llave en 6 minutos, si se abren estas dos llaves y una tercera simultáneamente, el depósito se llena en dos minutos, ¿en qué tiempo se puede llenar el depósito por la tercera llave solamente?

En estos tipos de problema de tanque es recomendable realizar una tabla, como se hizo en el ejercicio anterior.

	Minutos que se demoró en llenar el tanque.	Parte del tanque que se llenó en un minuto
Llave #1	12	1/12
Llave # 2	6	1/6
Llave # 3	X	1/x
Llave #1, #2 y #3 juntas	2	1/2

Para obtener la ecuación se procede igual que en el caso anterior.

1/12 + 1/6 + 1/x = 1/2   se multiplica por 12x para eliminar el denominador.

x + 2x + 12 = 6x

12 = 3x de donde 4 = x

Para la comprobación se analiza que la primera llave, en un minuto llena 1/12, la segunda 1/6, la tercera 1/4, y al final debe quedar lleno en un minuto la mitad del tanque, porque se llena completo en dos minutos.

1/12 + 1/6 + 1/4 = (1 + 2 + 3)/12 = 6/12 = 1/2

R/ El depósito se puede llenar en 4 minutos utilizando solamente la tercera llave.

Problema de desarrollo:

18. Un depósito puede llenarse por una llave en 3 minutos, por otra llave en 8 minutos, ese depósito, cuando está lleno, puede vaciarse por en desagüe en 24 minutos, ¿en que tiempo se llenará el depósito si, cuando está vacío, se abren, simultáneamente, las dos llaves y el desagüe?

Al igual que en los problemas con texto anteriores, se debe realizar una tabla, para tener una mejor visibilidad de los datos que se ofrecen.

	Minutos que se demoró en llenar el tanque.	Parte del tanque que se llenó en un minuto
Llave #1	3	1/3
Llave # 2	8	1/8
desagüe	24	1/24
Llave #1, #2 y desagüe juntos	x	1/x

En estos casos donde aparecen desagües, ¿se procede igual que si fueran llaves?

R/ No, en vez de sumar se resta, porque el desagüe no aporta más agua sino quita. Entonces se obtiene la ecuación:

$1/3 + 1/8 - 1/24 = 1/x$ se multiplica por 24x, y nos queda:

$8x + 3x - x = 24$ de donde $x = 2{,}4$

Serían dos horas y 0,4, ¿Cuántos minutos representa 0.4?, 0.4 es a 1 como x minutos es a 60 minutos, que serían 24 minutos.

Para comprobar se procede como en los casos anteriores.

R/ Si se abren, simultáneamente, las dos llaves y el desagüe, cuando está vacío el depósito, el mismo se llena en 2 horas y 24 minutos.

Sistema de tareas #7

Tema: Problemas con texto de mezcla.

Objetivo: Resolver problemas con texto donde se utilicen los conceptos de proporcionalidad directa e inversa y las relaciones de tanto por ciento, para lograr el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Problema de preparación:

19. ¿Cuántos litros de agua hay que agregar a 5L de una solución de alcohol al 20% para convertirla en una solución al 10%?

Estos problemas, por su planteo se tratan de problemas con texto de mezcla, sin embargo, según su estructura interna, también puede decirse que se trata de un problema relacionado con tanto por ciento, también se parecen, en el modo de encontrar la solución, a los problemas con texto de proporcionalidad, de paso hay que establecer proporciones. En este caso se debe conocer la cantidad de alcohol que se tiene, el 20% de 5L, 20/100 * 5 = 1L, es decir que se tiene 1L de alcohol y 4L de agua, se quiere saber cuántos litros de agua hay que añadir para que la solución esté a un 10%.

¿Qué significan esos por cientos?

R/ La cantidad de litros de alcohol que existe en el total de litros de la solución.

¿Qué proporción se podrá establecer?

R/ La proporción que se puede establecer es: la cantidad de litros de alcohol es a la cantidad total de litros de la solución como el por ciento que se desea obtener es al 100%.

De esta proporción, ¿qué es lo desconocido? En este caso se desconoce la cantidad total de litros de la solución, denotémosla como x, obteniéndose:

1/x = 10/100. Mediante el producto cruzado se obtiene que 10x = 100, entonces x =10.

¿Esta seria la respuesta del problema? R/ No.

La solución tenía inicialmente 5L, y ahora tiene 10L, ¿Cuántos litros se le añadió?

R/ 10 – 5 = 5

Otra vía.

Existen problemas con texto de mezcla con un mayor nivel de complejidad en los cuales es recomendable realizar una tabla, al igual que en los de tanque y de proporcionalidad.

	Cantidad de litros de la solución	Litros de alcohol que aporta
Solución al 20%	5	20% de 5
Litros de agua a añadir	x	0
Solución al 10%	x + 5	10% de (x + 5)

Se puede analizar que la cantidad de alcohol se mantiene constante, también, si se suman los litros de alcohol que aportan el agua y la solución al 20%, se obtienen los litros de alcohol que tiene la solución al 10%. Cualquiera de los dos análisis nos lleva a la ecuación.

20% de 5 = 10% de (x + 5)

(20/100) 5 = (10/100)(x + 5)

1 = x/10 + 1/2

1 – 1/2 = x/10

10 * 0,5 = x de donde 5 =x

R/ Para convertir la solución de alcohol al 10% se le agregó 5L de agua.

Problema de formación:

20. Se tienen dos soluciones de un antibiótico, una al 10% y otra al 25%, ¿Qué cantidad de mililitros de la solución al 10% hay que añadirle a 8ml de la solución al 25%, para obtener una solución al 20%?

En estos tipos de problema de mezcla es recomendable realizar una tabla, como se hizo en la segunda vía del ejercicio anterior.

	Cantidad de mililitros de la solución	Cantidad de mililitros de antibiótico que aporta
Solución al 10%	x	10% de x
Solución al 25%	8	25% de 8
Solución al 20%	x + 8	20% de (x + 8)

¿A qué ecuación se puede llegar de la información que nos brinda la tabla?

R/ Si se suma lo que se tomó de la solución al 10% y de la solución al 25%, se obtiene la solución al 20%.

¿Si se suma la cantidad de mililitros de la solución al 10% y cantidad de mililitros de la solución al 25%, se obtendrá una ecuación? R/ No, se obtendrá una igualdad.

Entonces, ¿cómo se puede obtener la ecuación que nos lleve a la solución del ejercicio? R/ Al sumar la cantidad del antibiótico que aporta la solución al 10% y la solución al 25% e igualándolo a la cantidad de sal que aporta la solución que se quiere obtener al 20%.

Se obtiene la ecuación:

10% de x + 25% de 8 = 20% de (x + 8)

$$(x/10) + 2 = (X + 8)/5 \qquad \text{se multiplica la ecuación por 10}$$

$$x + 20 = 2x + 16 \quad \text{de donde } 4 = x$$

Para la comprobación se analiza si se cumple que:

La cantidad de mililitros del antibiótico aportados por la solución al 10% (0.4) más la cantidad de mililitros del antibiótico aportados por la solución al 25%(2) es igual a la cantidad de mililitros del antibiótico en la solución al 20%(2.4).

El 10% de 4 + 25% de 8 = 20% de 12

$$0.4 + 2 = 2.4 \quad \text{se cumple que } 2.4 = 2.4$$

R/ Se deben añadir 4 mililitros de la solución al 10% a los 8 mililitros de la solución al 25% para obtener una solución al 20%.

Problema de desarrollo:

21. Se tienen soluciones de sal al 24% y al 40%, ¿Cuántos litros de cada solución se deben mezclar para obtener 20 litros de una solución al 31,2%?

En este ejercicio no se conoce ninguna de las cantidades que se deben mezclar, por lo que existen dos incógnitas, y si existen dos incógnitas entonces se debe pensar que la vía que nos va a aportar la solución del ejercicio es un sistema de dos ecuaciones con dos variables, por tanto se está en presencia de un problema de mezcla reducible a un sistema.

Al igual que en los problemas con texto anteriores, se debe de realizar una tabla, para tener una mejor visibilidad de los datos que se ofrecen.

	Cantidad de litros de la solución	Cantidad de sal que aporta
Solución al 24%	x	24% de x
Solución al 40%	y	40% de y
Solución al 31,2%	20	31,2% de 20

X => cantidad de litros de la solución al 24% que se van a mezclar.
Y => cantidad de litros de la solución al 40% que se van a mezclar.
Rápidamente se puede observar que la primera ecuación es: x + y = 20, ya que la suma de los litros de las dos cantidades de solución que se van a mezclar es igual a la cantidad de litros de solución que se quieren obtener, igualmente pasa que la suma de la cantidades de sal que aportan los litros de las soluciones que se van a mezclar es igual a la cantidad de sal que aportan los litros de solución que se quieren obtener, obteniéndose, entonces la segunda ecuación : 24% de x + 40% de y = 31,2% de 20.
Se forma el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ (24/100)\,x + (40/100)\,y = (31{,}2/100)*20 \end{cases}$$

se multiplica por 100 la segunda ecuación, para eliminar el denominador, nos queda

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 24x + 40y = 31{,}2 * 20 \end{cases}$$

Luego se analiza con los estudiantes las diferentes vías de resolver el sistema, el cual tiene como solución y = 9 y x = 11.
Este resultado se comprueba en el texto, 9 litros más 11 litros, es 20 litros, se cumple una parte, ahora, los 11 litros de solución al 24% aportan 2.64 de sal, y los 9 litros de la solución al 40% aportan 3.6 de sal, y los 20 litros resultantes tienen 6.24, por tanto debe cumplirse que 2.64 + 3.6 = 6.24 y se cumple, por tanto se da la respuesta.
R/ se deben mezclar 11 litros de la solución al 24% con 9 litros de la solución al 40% para obtener 20 litros de una solución al 31.2%.

CONCLUSIONES DEL MATERIAL

El análisis del aprendizaje de los alumnos, permitió asumir, que para alcanzar una adecuada modelación de tareas docentes es necesario que: en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la asignatura Matemática se oriente la realización de sistemas de tareas docentes por objetivos específicos, que permita que los estudiantes sean capaces de solucionar los problemas con texto, que el trabajo metodológico tenga un carácter sistémico y sistemático, donde se evidencie la unión entre lo lógico y lo armónico en todos los niveles del Proceso Pedagógico Profesional de la asignatura.

Para poder lograr una mayor efectividad de las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto se debe tener en cuenta el diagnóstico del grupo para que cada profesor utilice, además de los ejercicios y problemas con texto que se propongan, otros que correspondan a las necesidades y potencialidades de sus alumnos.

En general, se aboga por asegurar la comprensión del significado de los contenidos antes de proceder a la ejercitación para su fijación. También se exige un empleo predominante del método de elaboración conjunta, mediante el uso de preguntas heurísticas, que muevan el pensamiento de los estudiantes, y que despierten interés por la asignatura.

EPÍGRAFE 3. EVALUACIÓN DE LAS PERTINENCIAS DE LA PROPUESTA DE TAREAS DOCENTES

En el presente epígrafe se valoran los resultados obtenidos de la aplicación de la propuesta de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado en el grupo 12-4. Se ofrece un análisis general de los resultados mediante la realización de una prueba pedagógica de entrada y una de salida a los estudiantes de este grupo, con el objetivo de constatar la efectividad práctica de la propuesta.

3.1 Resultados obtenidos en la prueba pedagógica de entrada y de salida aplicada a los estudiantes.

Se seleccionó el grupo 12-4 con una matrícula de 40 estudiantes para desarrollar las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado, para acercarnos a la validación de la efectividad práctica de estas tareas, se procedió a la aplicación de una prueba pedagógica de entrada en el mes septiembre y una de salida, en el mes de enero, con tres problemas con texto, el primero conduce o un sistema de ecuaciones, el segundo es relacionado con móviles y el tercero con mezcla, tres problemas con texto diferentes de acuerdo a su tipología, (véanse los anexos 5 y 6).

Para la calificación de la preprueba y la posprueba se tomaron como indicadores las cuatro etapas o cuatro fases para la resolución de un problema:

1. Comprensión del problema, (indicador uno).
2. Concepción de un plan, (indicador dos).
3. Ejecución del plan, (indicador tres).
4. Visión retrospectiva, (indicador cuatro).

Son los mismos indicadores en las tres preguntas, la diferencia radica en la habilidad que el estudiante posee para enfrentarse a los diferentes problemas con texto.

En general se entiende que si un alumno comprende el problema debe llegar a concebir el plan, porque una se desprende de la otra, por lo que en cada uno de los problemas, se establece la siguiente norma de calificación:

1. Si el estudiante llegó a la concepción del plan entonces está aprobado con evaluación de “Regular”.

2. Si el estudiante llegó a ejecutar el plan entonces está aprobado con evaluación de “Bien”.
3. Si el estudiante comprueba el problema y da la respuesta entonces tiene evaluación de “Muy bien”.

Resultados de la prueba pedagógica de entrada.

La pregunta 1 fue resuelta sin ninguna dificultad por el 30% de los alumnos. El 32,5% resolvió el sistema pero no dieron respuesta, el 25% plantearon el sistema pero no lo resolvieron y el 12,5% dejaron la pregunta en blanco.

En la pregunta 2 el 70% de los presentados no la realizaron, porque no sabían relacionar los parámetros que se le daban en el ejercicio. Del 30% de los aprobados, el 10% conocía el resultado pero no cómo llegar a él, y del 20% que representó correctamente la ecuación, solo el 5% (dos estudiante) realizaron el ejercicio completo.

Es necesario destacar que, la pregunta 3, el 85% la dejó en blanco; mientras que el 15% representó algunos indicios de la idea de solución, sin lograr la categoría de aprobado.

Resultados de la prueba pedagógica de salida.

La pregunta 1 fue resuelta sin ninguna dificultad por la mayoría de los alumnos, el 75% obtuvo la categoría de muy bien. El 17,5% resolvió el sistema pero no dieron respuesta, solamente el 7,5% plantearon el sistema pero no lo resolvieron, por lo que todos resultaron aprobados.

La pregunta 2 solamente el 5% de los presentados no la realizaron, porque no sabían relacionar los parámetros que se le daban en el ejercicio. Del 95% de los aprobados, un 10% conocía el resultado pero no cómo llegar a él, es decir resolvieron el ejercicio mediante tanteo inteligente pero no lograron explicar su razonamiento, en este caso concibieron un plan pero no lograron ejecutarlo en forma escrita, el 25% realizó el ejercicio perfectamente, el 50% resolvió el sistema pero no concluyeron y el 10% restante no llegó a resolver el sistema.

En la pregunta 3 el 15% realizó algunos cálculos sin lograr la categoría de aprobado; mientras que el 25% representó las ecuaciones sin llegar a resolverlas, el 37,5% resolvió el sistema pero no lo terminaron, y el 22, 5% resolvió el ejercicio completamente.

La siguiente tabla muestra la cantidad de estudiante que lograron vencer cada uno de los indicadores, en cada una de las pruebas, a modo de comparación. Es necesario aclarar que el estudiante que venció el indicador 4 venció, también los indicadores 1, 2 y 3, por lo que en la cantidad de estudiante que vencieron el indicador 3 están en los que vencieron también el indicador 4, por citar un ejemplo.

	Indicador 1		Indicador 2		Indicador 3		Indicador 4	
	Preprueba	posprueba	Preprueba	posprueba	Preprueba	posprueba	Preprueba	posprueba
Pregunta 1	35	40	35	40	25	37	12	30
Pregunta 2	12	38	12	38	8	30	2	10
Pregunta 3	0	34	0	34	0	24	0	9

Nota: ver indicadores página 74

Como se puede apreciar, en la preprueba, en la pregunta uno, cinco estudiantes no vencieron ningún indicador, en la pregunta dos, 28, solamente 12, lograron vencer algunos indicadores, y en la pregunta tres, ningún estudiante logró vencer ni el primer indicador. Mientras que en la posprueba, en la primer pregunta no hubo ningún estudiante que no venciera al menos dos indicadores, solamente, en la pregunta dos, dos alumnos y en la pregunta tres, seis no lograron vencer ningún indicador.

Como se puede evidenciar, de manera general los resultados, en cuanto a indicadores vencidos por los educandos, de la posprueba son notablemente mejores que los de la preprueba.

Se realizó una comparación alumno por alumno en cada una de las preguntas de estas pruebas en cuanto a su nota cualitativa, para analizar el posible avance de ellos después del desarrollo de las tareas docentes (véase anexo 7).

En correspondencia con ello, la interpretación de los efectos que produjo la introducción de las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en la actuación de los estudiantes, se enmarcó en tres categorías:

- Sin efecto (SE), no se evidencia transformaciones significativas en la actuación del estudiante en la resolución de problemas con texto. Es cuando aparece el signo (=).
- Efecto positivo (EP), se aprecian transformaciones positivas en la actuación del estudiante en la resolución de problemas con texto. Es cuando aparece el signo (+).
- Efecto negativo (EN), se aprecian transformaciones negativas en la actuación del estudiante en la resolución de problemas con texto. Es cuando aparece el signo (-).

De los 40 alumnos examinados en ninguno tuvo efecto negativo, en la pregunta uno, en 26 tuvo efecto positivo, en los 16 que no tuvo efecto, 14 tenían MB en la prueba de entrada. En la pregunta dos, en 35 tuvo efecto positivo, en los 5 que no tuvo efecto, 2 tenían MB. Por último en la pregunta 3, del total, que estaban suspensos, aprobaron 36 es decir que en esos 36 tuvo efecto positivo y en 4 no tuvo efecto. En ninguno de lo casos hubo efecto negativo.

En la pregunta 1, los que obtuvieron la categoría de MB, aumentaron en un 45%, de un 30% inicial a un 75% final. En la pregunta 2 inicialmente solo el 5% había obtenido esta categoría y culminaron con ella el 25%. Y en la pregunta 3, en la que todos estaban suspensos, un 22,5% obtuvo la categoría de MB, (véanse los anexos 8 y 9).

Finalmente, en la pregunta 1 había, en un inicio un 90% de aprobados, lográndose, después un 100%. En la pregunta 2 se observó un avance de un 65%, de un 30% inicial a un 95% final, y en la pregunta 3, que ningún alumno logró aprobar en la prueba de entrada, en la prueba de salida el 85% aprobó, (véanse los anexos 10 y 11).

De donde se puede afirmar que los resultados de la prueba pedagógica de salida fueron superiores, con una notable diferencia, en las tres preguntas, en relación a los de la prueba pedagógica de entrada, no solamente en cuanto al número de aprobados sino también en cuanto a la calidad de las respuestas, (véase anexo 8).

Para constatar la factibilidad de esta propuesta también se aplicó una encuesta a 15 profesores, del municipio de Holguín, que le imparten clases al duodécimo grado. A los mismos se les entregó, con anterioridad, el material docente, para su estudio, (ver anexo 11). Los resultados de esta encuesta arrojaron que la propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en el duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín:

- Se ajusta al nivel de exigencias del grado.
- Es explícita para su aplicación en las clases.
- Es asequible para ser desarrollada con los estudiantes del grado.
- Está graduada por niveles de desempeño.
- Contribuye a la estimulación de la independencia cognoscitiva de los alumnos.
- Favorece el desarrollo de la habilidad resolver problemas con texto.

Esto también se pudo corroborar mediante las observaciones del desempeño de los alumnos, aplicación de preguntas orales, preguntas escritas, revisión de estudios independientes, entre otras vías de evaluación sistemática aplicada a los estudiantes durante el desarrollo de las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto, las cuales evidenciaban los cambios favorables en el desarrollo de la habilidad de la resolución de estos problemas.

CONCLUSIONES

Al efectuarse un estudio de la resolución de problemas con texto, en la asignatura de Matemática en el duodécimo grado en el IPU ”Camilo Cienfuegos”, del municipio de Holguín, se detectaron que existen insuficiencias en el desarrollo de esta habilidad. A pesar de que el problema se centra en un centro educacional relativamente pequeño, el estudio realizado nos permitió constatar que su solución teórica podría constituir un valioso aporte a la Enseñaza de la Matemática en Cuba.

Como vía metodológica para contribuir a mejorar esa situación se utilizó la concepción de tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto en duodécimo grado, que permitieron el paso de los estudiantes por los distintos niveles de desempeño cognitivo, cuyas tareas reflejaron el vínculo con la vida práctica, para así logra, además, desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes.

Finalmente con la aplicación de las pruebas pedagógicas de entrada y de salida, es decir antes y después de la aplicación de la investigación, y una encuesta aplicada a 15 profesores del municipio de Holguín, que trabajan con el grado, pudimos constatar la factibilidad de la propuesta de tareas docentes. De manera general los estudiantes lograron un desarrollo notable en la habilidad para resolver problemas con texto. Por lo que podemos afirmar que el objetivo de la investigación ha sido cumplido.

RECOMENDACIONES

Tomando en consideración los resultados obtenidos en esta investigación, se recomienda generalizarlo en la práctica escolar, especialmente en el pre universitario de la provincia de Holguín, para esto es conveniente elaborar un folleto que recoja las tareas docentes con sus explicaciones.

También se recomienda seguir profundizando en la temática, de manera que se seleccionen y creen nuevas tareas docentes utilizando las potencialidades del contenido para dar continuidad al trabajo realizado.

Incluir en el sistema de trabajo metodológico de la escuela, la aplicación de las tareas docentes de forma continua y sistemática.

BIBLIOGRAFÍA

Almaguer, A. (2000) *El método Delphi y el procesamiento estadístico de los datos obtenidos de la consulta a los expertos*. ISP "José de la Luz y Caballero", Holguín.

Álvarez, C. (1996) *Metodología de la investigación científica*. Centro de Estudios "Manuel F. Gran", Universidad de Oriente.

Álvarez, C. M. (1999 a) *La escuela en la vida. Didáctica*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Álvarez, C. M. (1999 b) *Fundamentos teóricos de la didáctica de la Educación Superior*. apuntes para un libro de texto. Santiago de Cuba: Universidad de Oriente.

Álvarez, M. y coautores. (2008) *Manual de ejercicios de Matemática para la Educación Superior.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Álvarez Pérez, Martha (2004) Interdisciplinariedad: una aproximación desde la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

Baldor, A. (1945) *Álgebra Elemental*. Imprenta nacional de Cuba, La Habana.

Ballester, S. (1992) *Metodología de la enseñanza de las Matemáticas*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Ballester, S,.y Coautores (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana.

Bermúdez, G. Raquel (2005) Aprendizaje formativo y crecimiento personal. - 65h.-.Soporte magnético. IPLAC, La Habana.

Bertoglia, L. (1990) *Psicología del Aprendizaje*. Universidad de Antofagasta, Chile.

Borasi, R. (1986) On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17, pp. 125–141.

Cala, E. (2002) *El sistema de tareas como una alternativa metodológica dirigida a la formación y desarrollo del concepto función en los escolares del noveno grado de la secundaria básica*. Tesis de Maestría. ISP "José de la Luz y Caballero", Holguín.

Campistrous, L. y Rizo, C. (1996) *Aprende a resolver problemas aritméticos.* Pueblo y Educación, la Habana.

Castellanos, D y otros (2001). Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador, Colección Proyectos, La Habana.

Castellanos, D y otros (2001). Para promover un aprendizaje desarrollador, Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana.

Castellanos, D. y otros (2002). Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Chapman, O. (1999) Problem solving in mathematics: approaches to classroom practice. Em: *Actas do ProfMat’ 99* (pp. 39–49), Associação de Professores de Matemática, Lisboa.

Charles, R. y Lester, F. (1982) *Teaching problem solving. What, Why, How,.* Palo Alto. Dale Seymour Publisher.

Colectivo de autores (2004) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en Séptimo grado.* Ciudad de la Habana. Pueblo y Educación, MINED.

Colectivo de autores (2004) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en octavo grado.* Ciudad de la Habana. Pueblo y Educación, MINED.

Colectivo de autores (2004) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en noveno grado.* Ciudad de la Habana. Pueblo y Educación, MINED.

Colectivo de autores (2006) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en décimo grado.* Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (2007) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en onceno grado.* Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (2007) *Programas y precisiones de la asignatura Matemática en duodécimo grado.* Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1989) *Libro de texto de séptimo grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1990) *Libro de texto de octavo grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1991) *Libro de texto de noveno grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1989) *Libro de texto de décimo grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1990) *Libro de texto de onceno grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (1991) *Libro de texto de duodécimo grado*. Parte I y II. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (2005) *Libro de texto complementario de décimo grado*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.

Colectivo de autores (2011) *Material complementario II, preparación con vista al ingreso a la Educación Superior.* Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

Concepción, M. R. (1989) *El Sistema de Tareas como medio para la formación y desarrollo de los conceptos relacionados con las disoluciones en la Enseñanza General Media*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Holguín, ISPH.

Cruz, R. Miguel, (2002): Tesis en opción de grado de doctor en Ciencias Pedagógicas: Estrategia meta cognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática. Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero”. Holguín.

D’Amore, B. et al. (1996) The re–formulation of text of standard school problems. In A. Gagatsis & L. Rogers (Eds.) *Didactic and History of Mathematics* (pp. 53–72). Thessaloniki.

D’ Amore, B. (1997) Lápices–Oretole–Przxetqzyw. ¿Las imágenes mentales de los textos de las situaciones problema influencian su solución? En: *SUMA* No. 26, pp. 111–116.

Delgado, J. R. (1995). Un sistema de habilidades generales para la enseñanza de la Matemática. *Memorias de la 9na. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Docentes e Investigación en Educación Matemática*. Ciudad de la Habana, Cuba.

Feria, F. (2002). *Modelo para el desarrollo de la Dinámica del Proceso Docente Educativo de la disciplina Metodología de la Enseñanza de la Matemática*, Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ISP ”José de la Luz y Caballero”, Holguín.

Garcés, W. (1997) *El Sistema de Tareas como Modelo de Actuación Didáctica en la formación de profesores de Matemática – Computación*. Tesis de Maestría. ISP “José de la Luz y Caballero”, Holguín.

García, G y otros (2002). *Compendio de Pedagogía.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Gascón, J. (1994) El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. En: *Educación Matemática*, Vol. 6, No. 3, pp. 37–51.

Hernández, J. (2006) *¿Cómo estás en Matemática?* Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

González. N. (2008) *El aprendizaje desarrollador en la formación integral del estudiante de secundaria básica. .* Material docente en opción al grado académico de Master en Ciencias de la Educación, Instituto Superior Pedagógico "Jose de la Luz y Caballero". Holguín.

Jungk, W. (1986) *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 2.* t. 2. Pueblo y Educación, La Habana.

Klingberg, L. (1972). *Introducción a la Didáctica General*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Labarrere, A. F. (1989) *¿Cómo enseñar a los de primaria a resolver problemas*? Pueblo y Educación, La Habana.

Labarrere, A. F. (1996) *Pensamiento. Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos.* Pueblo y Educación, La Habana.

Leyva, K. T. (2008) *El aprendizaje de la matemática por niveles de desempeño cognitivo en la especialidad de la construcción civil.* Material docente en opción al grado académico de Master en Ciencias de la Educación, Instituto Superior Pedagógico "Jose de la Luz y Caballero". Holguín.

Maestría en Ciencias de la Educación. CD Nº 1 y 2. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2005.

Maestría en Ciencias de la Educación. *Herramientas didácticas para la dirección del aprendizaje y sus implicaciones didácticas.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2006.

Maestría en Ciencias de la Educación. *Fundamentos de las Ciencias de la Educación*. Tabloide. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2005.

Maestría en Ciencias de la Educación. *Fundamentos de la Investigación Educativa*. Tabloides I y II. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2005.

Ministerio de Educación (1990) *Programas de matemáticas.* 8vo grado. Editorial Pueblo y Educación, MINED.

Moreno, A. (1995) Autorregulación y solución de problemas: un punto de vista Psicogénico. En: *Infancia y Aprendizaje.* No. 72, pp. 51–70.

Müller, H. (1987) *Aspectos metodológico acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la matemática.* ICCP, La Habana.

Ortiz, E. y Mariño, M. (1995). *Los principios para la dirección del proceso pedagógico*. Material docente, ISP “José de la Luz y Caballero”, Holguín.

Palacio, J. (2003) *Colección de problemas matemáticos para la vida.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Palomino, P, Maritza (2008): Material Docente en opción al grado de Master en Ciencias de la educación. *La motivación para resolver problemas matemáticos en los estudiantes del bachiller Técnico en Comercio*. ISPH “José de a Luz y Caballero”. Holguín.

Pérez, E. (2003). Tesis en opción al grado académico de Máster en Didáctica de la Matemática, ISP “José de la Luz y Caballero”. Holguín.

Poggioli, L. (2002). Estrategias de resolución de problemas. http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio05.htm (2007).

Polya, G. (1954) *How to Solve It.* Princeton University Press, New York.

Proensa, H. Fidel D., (2008): Tesis en opción al grado de master en Ciencias de la Educación: Sistema de tareas docentes según los niveles de desempeño cognitivo de la geometría analítica de la recta en el plano para el segundo año de bachiller Técnico en Contabilidad en formación. ISPH “José de a Luz y Caballero”. Holguín.

Reusser, K. et al. (1996) *Heron: a representational tool for collaboratively solving mathematical story problems.* Papers presented in a structured poster session on “Tools for learning: Computer- based representational Tools for mathematics instruction” at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, AERA, New York, April 7–11.

Rico M. Pilar, (2003). La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Procedimientos y Tareas de Aprendizaje. – soporte magnético. – 45 h. –.

Ritter, J. (1989) Las fuentes del número. *El Correo de la Unesco,* Noviembre, pp. 12-17.

Rodríguez, A. y Fonseca, D. (*on-line*) *Organización del proceso docente educativo en la enseñanza del dibujo mecánico*. Disponible en el portal “Ilustrados”, con URL http://www.ilustrados.com/publicaciones/EEulFkkAuAqkACJwgD.php. Último acceso del 10.10.2007.

Roth, W–M. (1997) *Where is the context in contextual word problems?: Mathematical practices and products in grade 8 students’ answer to story problems.* Faculty of Education, Simon Fraser University.

Santos Trigo, L. M. (1994) *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Cuadernos de Investigación, No. 28, UNAM, México.

Santos Trigo, L. M. (1993) *Learning Mathematics: A Perspective based on Problems Solving.* CINVESTAV-IPM, departamento de Matemática Educativa. Dakota, México D. F.

Savraff E y Rubio L (2005): Reflexiones acerca de la motivación profesional en estudiantes universitarios. http://ww.monografias.com.

Schoderbek, P. P.; Schoderbek, K. K. and Kefalas, A. G. (1993) *Management system to system science for everybody*. Systemic Publications, Madrid.

Schoenfeld, A. (1992) Learning to think Mathematically*:* Problem–solving, metaconignition and sense making in mathematics. In D. Greuws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370) New York: Macmillan Publishing Company.

Torres, Y. C. (2009) *Tareas docentes para profesionalizar la asignatura de matemática en el primer año de la especialidad de contabilidad del IPES" Juan George Soto Cuesta”.* Material docente en opción al grado académico de Master en Ciencias de la Educación, Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero”. Holguín.

Vigostski, L. S. (1987) *Historias de las funciones psíquicas superiores*. Editorial Científico Técnica. La Habana.

Vigostski, L. S. (1988) *Interacción entre la enseñanza y el desarrollo. Selección de lecturas de psicología de las edades,* Tomo III, ENPES. La Habana.

Vigostski, L. S. (1995) *Pensamiento y lenguaje*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

Wyndhamn, J. and Säljö, R. (1997) Word problem and mathematical reasoning – A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. In: *Learning and instruction.* Vol. 7, No. 4, pp. 361–382.

Yoshida, H., Verschafel, L. and de Corte, E. (1997) Realistic consideration in solving problematic word problems: Do Japans and Belgian children have the same difficulties? In: *Learning and instruction.* Vol. 7, No. 4, pp. 329-338.

Zillmer, W. (1981) *Complementos de metodología de la enseñanza de la Matemática*. Editorial de Libros para la Educación, La Habana.

ANEXO 1

Prueba pedagógica de diagnóstico aplicada a estudiantes de duodécimo grado del IPU “Camilo Cienfuegos”

OBJETIVO:

Comprobar el estado actual de la habilidad para resolver problemas con texto.

CUESTIONARIO:

1. Si al triple de un número se le resta el doble de otro, el resultado es 5; pero si se suma el duplo del segundo número al cuádruplo del primero, la suma es 9. ¿Cuáles son los números?
2. Un huerto en forma rectangular, de 140m de perímetro, se amplía en una longitud igual a su ancho sobre el propio ancho y sobre su largo y entonces su área aumento en 0,18hm². Calcula las dimensiones del huerto ampliado.
3. Si cinco hombres cavan en cinco horas cinco metros de tierra ¿Cuántos hombres se necesitan para cavar cien metros de tierra en cien horas?

<u>CLAVE</u>

1- R→ Plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear las ecuaciones correctamente y resolver el sistema.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

2- R→ Plantear la ecuación correctamente.
B→ Plantear la ecuación correctamente y resolverla.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

3- R→ Por determinar cuánto cava un hombre en cinco horas (1 m), o bien cuánto cavan cinco hombres en una hora (1 m).
B→ Determinar cuántos hombres son necesarios.
MB→ Determinar cuántos hombres son necesarios y explicar.

RESULTADOS DE LA PRUEBA PEDAGÓGICA:

1. En esta pregunta el 33,3% de los estudiantes alcanzó la evaluación de MB, el 30% de B, el 13,2% la dejó en blanco y el resto llegó a las ecuaciones pero no la resolvieron. .
2. El 70% de los presentados no la realizaron, porque no sabían relacionar los parámetros que se le daban en el ejercicio. Del 30% de los aprobados, el 20%

conocía el resultado pero no cómo llegar a él, y del 10% que representó correctamente la ecuación, solo el 3,3% (un estudiante) realizó el ejercicio completo.

3 Es necesario destacar que el 73,3% dejó la pregunta en blanco o respondió directamente que se necesitaban cien hombres; mientras que el 16,7% representó algunos indicios de la idea de solución, sin lograr la categoría de aprobado. Es más, del 10% de los aprobados el 6,7% dio la respuesta correctamente.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA PEDAGÓGICA:

Las principales dificultades están en que el alumno no posee la suficiente preparación para enfrentarse en un problema. En general, no pone los conocimientos que posee en función de lo que se le plantea en el texto. El estudiante no logra expresar lo que piensa, es decir, no sabe representar esquemáticamente sus ideas a la hora de darle solución a un problema.

CONCLUSIÓN DE LA PRUEBA PEDAGÓGICA:

Es necesario trabajar con más frecuencia la resolución de problemas con texto con los estudiantes del IPU ”Camilo Cienfuegos”, considerando la óptima preparación de los profesores en la materia (sean especialista o no). Es necesario lograr que el alumno represente lo que piensa. Es muy probable que esta habilidad generalizada no se desarrolla plenamente, a causa de una falta de sistematización desde grados anteriores.

ANEXO 2

Encuesta a profesores

OBJETIVO:

Indagar sobre el estado actual del problema de investigación, así como las acciones que desarrolla el maestro para enfrentarlo.

CONTENIDO DE LA ENCUESTA:

Estimado Profesor con el objetivo de perfeccionar la enseñanza en la resolución de problemas con texto en duodécimo grado, estamos desarrollando una investigación; por lo que solicitamos de usted algunas informaciones relacionadas con esta temática.

Muchas gracias por su colaboración.

Años de experiencia como profesor de Matemática: M_e = 11, (en lo adelante M_e significa el promedio).

Años de experiencia en la educación Preuniversitaria: M_e = 17,2

CUESTIONARIO:

1- A su modo de ver, la habilidad para resolver problemas con texto en duodécimo grado se desarrolla hasta un nivel:

Reproductivo: 10

Productivo: 2

Creativo: 1

No se desarrolla: 1

2- ¿Cómo consideras el papel del docente en la planificación de las tareas docentes para favorecer el aprendizaje desarrollador en la resolución de problemas con texto?

Muy Bueno: 1

Aceptable: 6

Regular: 4

Malo: 3 ¿Por qué?

No tiene: 0

3- En las Preparaciones Metodológicas ¿se le da seguimiento al desarrollo de esta habilidad?

¿Sí? 11

¿No? 3

4- ¿Los resultados de las Preparaciones Metodológicas se reflejan en la calidad de la enseñanza de la resolución de problemas con texto?

Siempre: 1

Frecuente: 4

Pocas veces: 9

Casi nunca: 0

Nunca: 0

5- ¿Qué usted nos recomendaría para perfeccionar la enseñanza de la resolución de problemas con texto en la escuela?

Diez de los catorce encuestados, plantearon la necesidad de perfeccionar las actividades metodológicas, proponen desarrollar talleres y clases por profesores de experiencia. Particularmente, consideran necesario profundizar en el proceso de resolución de problemas con texto, en el programa heurístico general, en la graduación del nivel de dificultad y en el aseguramiento de las condiciones previas. Por otra parte, algunos plantearon la necesidad de enriquecer la bibliografía, de contextualizar los problemas con texto de manera que se logre un mayor vínculo con la vida, de potenciar la Interdisciplinariedad, y de dedicarle mayor tiempo en el currículo matemático de los años precedentes.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA ENCUESTA:

De la pregunta 1 se desprende que la habilidad para resolver problemas con texto no se desarrolla más allá del nivel reproductivo, lo cual ha sido planteado por el 78,6% de los encuestados. A pesar de que el papel del docente en la planificación de las tareas docentes para favorecer el aprendizaje desarrollador en la resolución de problemas con texto giran en torno a lo “aceptable”, y de que en el 78,6% de los casos se afirma que en las preparaciones metodológicas se le da seguimiento al desarrollo de esta habilidad, la pregunta 4 nos revela que en opinión del 64,3% de los encuestados, estos resultados se reflejan pocas veces en la calidad de la enseñanza. De manera coherente, los propios profesores (en el 71,4% de los casos) proponen perfeccionar las tareas docentes en resolución de problemas con texto en un ambiente sistematizador.

CONCLUSIONES DE LA ENCUESTA:

Es necesario perfeccionar las tareas docentes, de manera que se reflejen diferentes métodos y estrategias para enseñar a resolver problemas con texto. También es necesario perfeccionar la forma de organización del trabajo en las clases, especialmente para la enseñanza de la resolución de problemas con texto.

ANEXO 3

Entrevista aplicada a los profesores

OBJETIVO:

Profundizar en las causas que originan el problema científico, así como en las posibles soluciones que los maestros proponen para resolverlo.

CUESTIONARIO:

1. ¿Qué opina usted sobre el aprendizaje de la resolución de problemas con texto en el preuniversitario? ¿Dónde radican las principales dificultades?
2. ¿Los problemas con texto que se presentan se originan en grados anteriores?
3. Según su consideración y experiencia profesional, ¿qué acciones metodológicas es necesario emprender en la escuela para mejorar la resolución de problemas con texto en duodécimo grado?

RESULTADOS DE LA ENTREVISTA:

Pregunta 1 Se aluden deficiencias en la interpretación de los problemas con texto, incumplimiento del programa heurístico general, dificultades en el cálculo numérico y en la traducción del lenguaje común al algebraico.

Pregunta 2: Las dificultades se originan en la Educación Primaria y se acentúan en la Secundaria. Se trata de un problema acumulativo en el contenido, tanto en el ámbito del conocimiento como de las habilidades. Los entrevistados resaltan la poca motivación de los estudiantes.

Pregunta 3: Se propone desarrollar un profundo trabajo metodológico, desarrollar talleres, y clases abiertas por profesores de experiencias, profundizar en los pasos a seguir durante la resolución de problemas con texto, en la interpretación de los textos, y en la selección de esos problemas que estimulen al estudiante.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LA ENTREVISTA:

A raíz de la integración de los resultados de la entrevista, puede observarse que nuevamente (al igual que en el instrumento del anexo 2) afloran las dificultades del alumno, en un orden acumulativo, esto complica aún más el desarrollo del aprendizaje estudiantil, pues queda claro que desde la primaria ya se vienen acumulando deficiencias en la habilidad para resolver problemas con texto.

CONCLUSIONES DE LA ENTREVISTA:

Es necesario profundizar en las tareas docentes para la sistematización de los problemas con texto, considerando la necesidad de refinar el diagnóstico (a raíz de las dificultades que ya el educando trae de los grados precedentes) y de potenciar la motivación.

ANEXO 4

Prueba pedagógica de entrada aplicada a estudiantes de duodécimo grado del IPU "Camilo Cienfuegos"

OBJETIVO:

Comprobar el estado inicial de la habilidad para resolver problemas con texto.

CUESTIONARIO:

1. La suma de dos números naturales es 9 y la suma de sus cuadrados es 53. halla los números.

   L. texto comp. Mat. 10° p.56 ej.4.

2. Un bote que navega por un río recorre 15 km en 1,5 a favor de la corriente y 12km en 2h contra la corriente. Calcula la velocidad del bote en aguas tranquilas y la velocidad de la corriente.

   ¿Cómo estás en Matemática? p. 72 ej. 4.

3. Se tienen 9 litros de una loción de afeitar, que contiene un 50% de alcohol. ¿Cuál es el número de litros de agua que se requiere para convertirla en una loción al 30% de alcohol?

   Comp. de conoc. de Mat. 12° B:B ej.3.

CLAVE:

1- R→ Plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear las ecuaciones correctamente y resolver el sistema.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

2- R→ Reconocer que: va a 10km/h a favor de la corriente y a 6 km/h en contra y plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear las ecuaciones correctamente y resolver el sistema.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

3- R→ Reconocer el 50% de 9 , decir que existen 4,5L de alcohol y plantear la ecuación correctamente.
B→ Plantear la ecuación correctamente y resolverla.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

ANEXO 5

Prueba pedagógica de salida aplicada a estudiantes de duodécimo grado del IPU "Camilo Cienfuegos"

OBJETIVO:

Comprobar el estado final de la habilidad para resolver problemas con texto.

CUESTIONARIO:

1. Un vaso lleno de agua pesa 325 gramos, si se la quita la mitad de agua su peso sería de 180 gramos. ¿Cuál es el peso del vaso?

   ¿Cómo estás en Matemática? P.69 ej.4.

2. Un automóvil hace un viaje de 300km de ida y 300 km de regreso en un tiempo total de 11h, sin detenerse, si la velocidad del viaje de regreso fue 10km/h menor que la del viaje de ida, calcula cuántos kilómetros recorrió durante las dos primeras horas del viaje de regreso.

   ¿Cómo estás en Matemática? P.34 ej.4.

3. En una industria siderúrgica deben producirse 12 toneladas de acero con 1.45% de carbono a partir de la fundición de ciertas cantidades de acero con 0.5% y con 2.5 % de carbono respectivamente. ¿Qué cantidad de acero de cada tipo se necesitan fundir?

   Comp. de conoc. de Mat. 12° B:A ej.3.

CLAVE:

1- R→ Plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear las ecuaciones correctamente y resolver el sistema.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

2- R→ Reconocer que: 300/x es el tiempo de ida y 300/(x-10) es el tiempo de regreso, donde X es la velocidad y plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear la ecuación correctamente y resolverla.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

3- R→ Plantear las ecuaciones correctamente.
B→ Plantear las ecuaciones correctamente y resolver el sistema.
MB→ Realizar el ejercicio completo con la respuesta.

ANEXO 6

Resultados obtenidos en la prueba pedagógica de entrada y de salida aplicada a los estudiantes.

	Preg. 1			Preg. 2			Preg. 3		
	P. entrada	P. salida	Compar.	P. entrada	P. salida	Comprar.	P. entrada	P. salida	Compar.
Est.1	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I	B	"+"
Est.2	I	B	"+"	I	R	"+"	I	I	"="
Est.3	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.4	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I	B	"+"
Est.5	MB	MB	"="	MB	MB	"="	I*	MB	"+"
Est.6	MB	MB	"="	MB	MB	"="	I*	MB	"+"
Est.7	R	R	"="	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.8	MB	MB	"="	B	B	"+"	I*	MB	"+"
Est.9	R	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.10	R	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.11	I	B	"+"	I	I	"="	I	I	"="
Est.12	I	R	"+"	I	R	"+"	I	I	"="
Est.13	R	B	"+"	I	R	"+"	I	R	"+"
Est.14	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I*	MB	"+"
Est.15	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I	B	"+"
Est.16	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.17	R	MB	"+"	I	B	"+"	I	I	"="
Est.18	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.19	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.20	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.21	MB	MB	"="	B	MB	"+"	I*	MB	"+"
Est.22	R	B	"+"	I	R	"+"	I	R	"+"
Est.23	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I	B	"+"
Est.24	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.25	I	B	"+"	I	I	"="	I	I	"="
Est.26	R	MB	"+"	I	R	"+"	I	B	"+"
Est.27	MB	MB	"="	R	B	"+"	I	MB	"+"
Est.28	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.29	R	B	"+"	I	R	"+"	I	B	"+"
Est.30	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	MB	"+"
Est.31	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	R	"+"
Est.32	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	MB	"+"
Est.33	R	B	"+"	I	R	"+"	I	B	"+"
Est.34	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	I	"="
Est.35									
Est.36	MB	MB	"="	B	B	"="	I*	MB	"+"
Est.37	R	R	"="	I	R	"+"	I	R	"+"
Est.38	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.39	B	MB	"+"	I	B	"+"	I	B	"+"
Est.40	B	MB	"+"	I	MB	"+"	I	B	"+"
Est.41	MB	MB	"="	R	MB	"+"	I	B	"+"

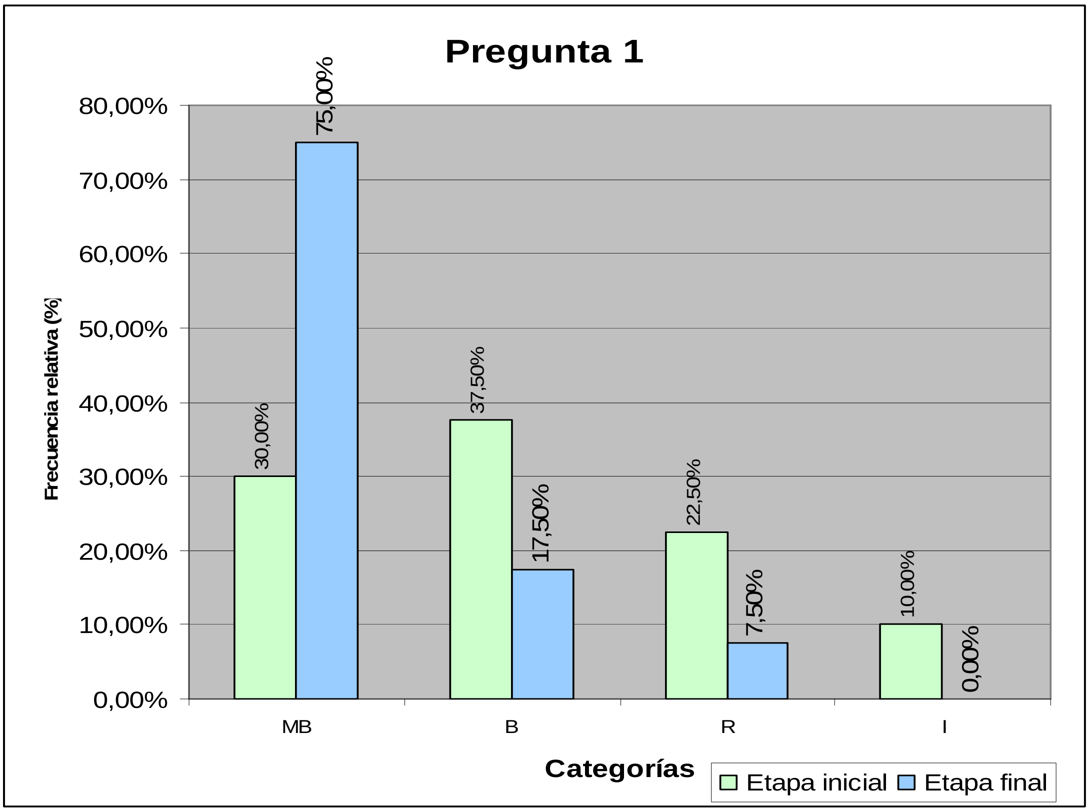
ANEXO 7

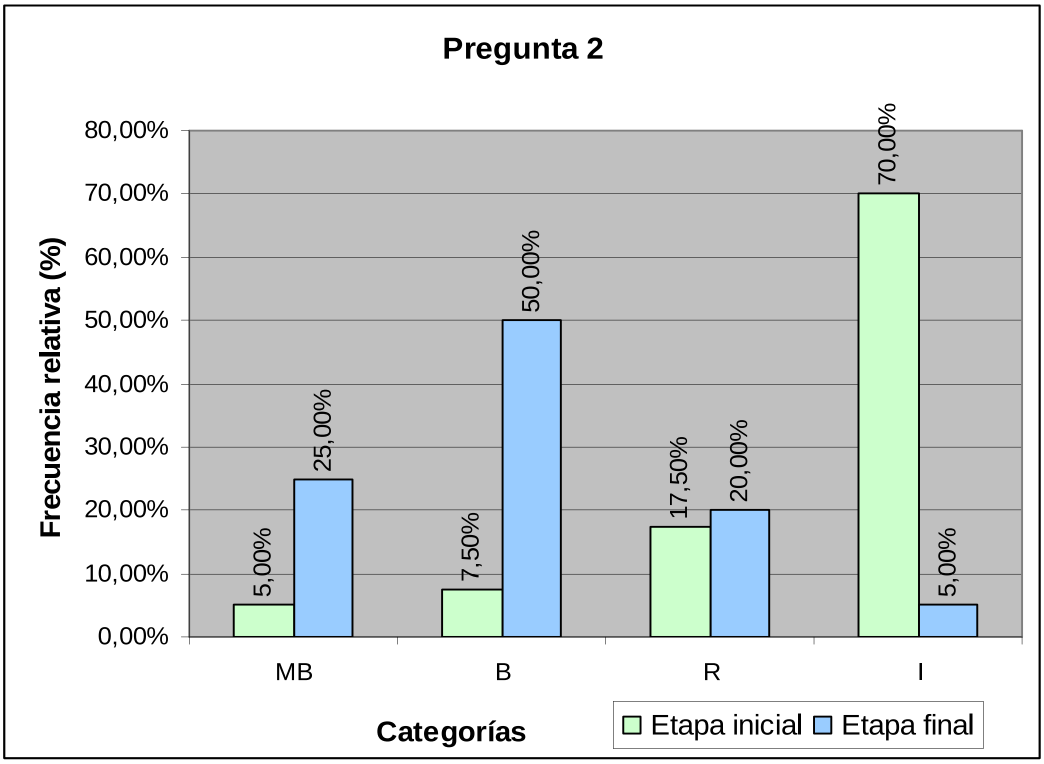
Comparación de los resultados de las pruebas pedagógicas en cuanto a categorías, en cada una de las preguntas, mediante tablas de frecuencias.

		Etapa inicial		Etapa final	
Preg.	Categ	F absoluta	F relativa	F absoluta	F relativa
	MB	12	30,00%	30	75,00%
	B	15	37,50%	7	17,50%
	R	9	22,50%	3	7,50%
1	I	4	10,00%	0	0,00%
	MB	2	5,00%	10	25,00%
	B	3	7,50%	20	50,00%
	R	7	17,50%	8	20,00%
2	I	28	70,00%	2	5,00%
	MB	0	0,00%	9	22,50%
	B	0	0,00%	15	37,50%
	R	0	0,00%	10	25,00%
3	I	40	100,00%	6	15,00%

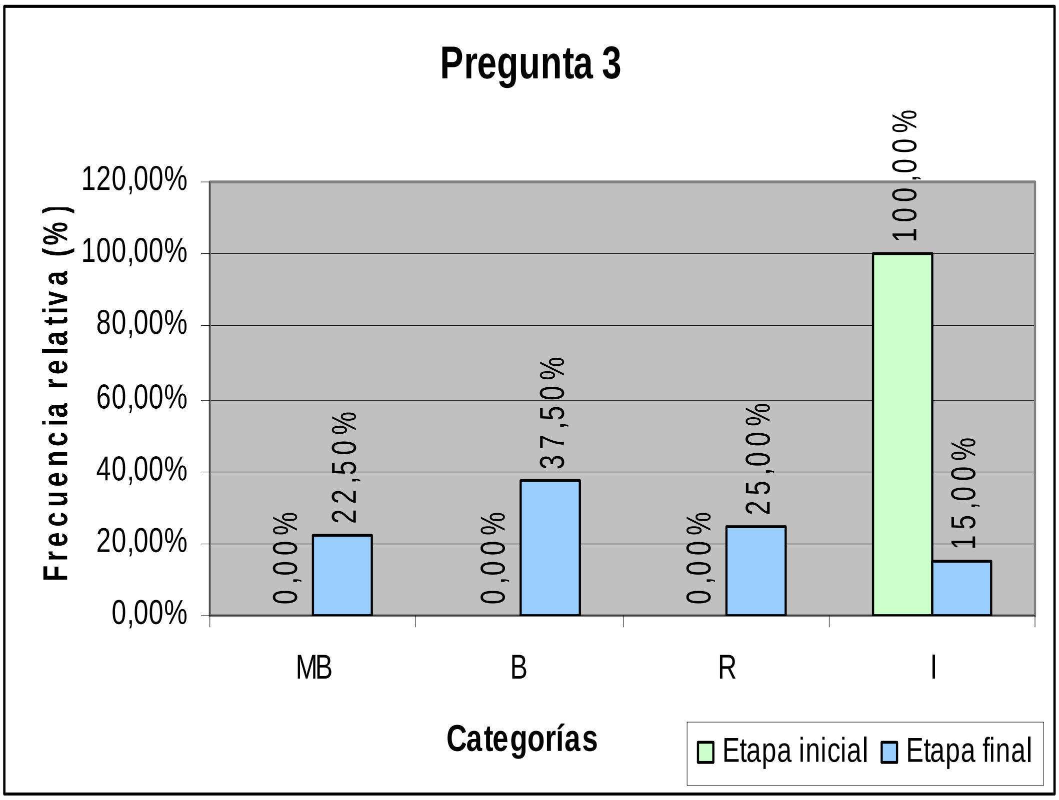
ANEXO 8

Comparación de los resultados de las pruebas pedagógicas en cuanto a categorías, en cada una de las preguntas, mediante gráficos de barras.





Pregunta 2
Frecuencia relativa (%)
80,00%
70,00%
60,00%
50,00%
40,00%
30,00%
20,00%
10,00%
0,00%
5,00%
25,00%
7,50%
50,00%
17,50%
20,00%
70,00%
5,00%
MB
B
R
I
Categorías
Etapa inicial
Etapa final

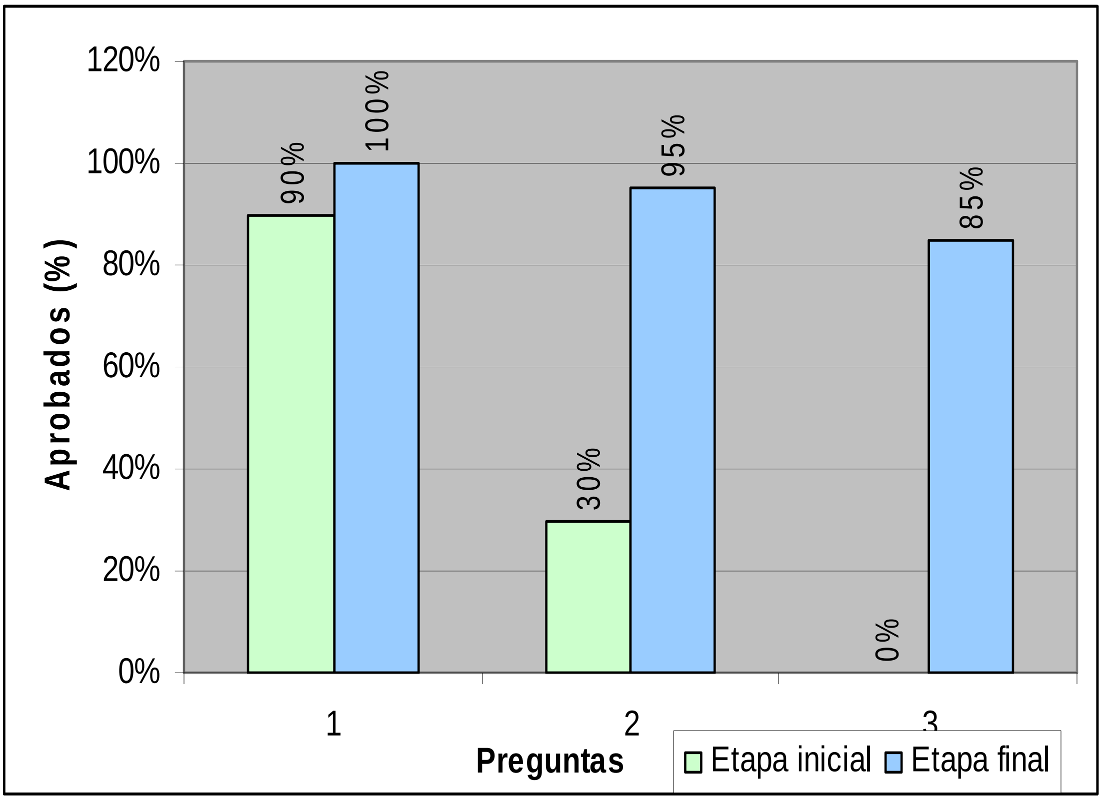


Pregunta 3
Frecuencia relativa (%)
120,00%
100,00%
80,00%
60,00%
40,00%
20,00%
0,00%
0,00%
22,50%
0,00%
37,50%
0,00%
25,00%
100,00%
15,00%
MB
B
R
I
Categorías
Etapa inicial
Etapa final

ANEXO 9

Comparación de los resultados de las pruebas pedagógicas en cuanto a por cientos de aprobados, en cada una de las preguntas, mediante tablas de frecuencias y gráficos de barras.

Preg.	Etapa inicial		Etapa final	
	F absoluta	F relativa	F absoluta	F relativa
1	36	90%	40	100%
2	12	30%	38	95%
3	0	0%	34	85%



ANEXO 10

Encuesta a profesores

OBJETIVO:

Indagar sobre la opinión acerca de la propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en el duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín.

CONTENIDO DE LA ENCUESTA:

En la tabla que se presenta a continuación, marque con una “x” la evaluación que consideres tienen los aspectos que se señalan acerca de la propuesta de tareas que estudió, atendiendo a las siguientes categorías:

MA: Muy Adecuado.

BA: Bastante Adecuado.

A: Adecuado.

PA: Poco Adecuado.

I: Inadecuado.

#	Aspectos	MA	BA	A	PA	I
1	Ajuste de las tareas al nivel de exigencias del grado.					
2	La Explicites de las tareas propuestas para su aplicación en las clases					
3	La asequibilidad de los enfoques de las tareas para ser desarrolladas.					
4	La correspondencia de las tareas con el nivel de razonamiento de los estudiantes.					
5	La graduación de la propuesta de tareas por niveles de desempeño.					
6	La propuesta contribuye a la estimulación de la independencia cognoscitiva de los alumnos.					
7	La propuesta favorece el desarrollo de la habilidad resolver problemas con texto.					

Fueron encuestados un total de 15 profesores, del municipio de Holguín, que le imparten clases al duodécimo grado. A los mismos se les entregó, con anterioridad, el material docente: Propuesta de tareas docentes para la sistematización de problemas con texto en el duodécimo grado del IPU ”Camilo Cienfuegos” del municipio de Holguín.

RESULTADOS DE LA ENCUESTA:

Aspectos	MA	BA	A	PA	I	Total
1	10	4	1	0	0	15
2	7	6	0	0	0	15
3	12	1	2	0	0	15
4	8	6	1	0	0	15
5	15	0	0	0	0	15
6	13	1	1	0	0	15
7	12	3	0	0	0	15