



UNIVERSIDAD DE HOLGUÍN  
OSCAR LUCERO MOYA

---

**Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil**

## **Trabajo de diploma**

**Estudio de la deflexión en losa de hormigón armado  
con espesor mínimo a través del método experimental.**

**Rubén Ibraim Samada Beltrán**

**Holguín  
2015**

**Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil**

## **Trabajo de diploma**

**Estudio de la deflexión en losa de hormigón armado  
con espesor mínimo a través del método experimental.**

**Autor: Rubén Ibraim Samada Beltrán**

**Tutor: MSc. José Luis Arenas Font  
Ing. Raúl Emilio Cruz García**

**Holguín  
2015**

## Resumen

Uno de las patologías que se refleja con más frecuencia en losas de viviendas son las excesivas flechas, en la mayoría de los casos provocada por una incorrecta ejecución de las mismas. Para eliminar estas deflexiones se han puesto en práctica una serie de alternativas que, desde una perspectiva económica, no son factibles. Entre las soluciones más usadas se encuentran la inserción de vigas invertidas y vigas de apoyo intermedias para aumentar su área de apoyo; una solución poco explotada es la de engrosar la sección con una capa adicional de hormigón usando para la unión o transición entre los hormigones las llamadas llaves de cortante. Con el objetivo de obtener datos comparativos en su nuevo formato de sección recrecida se decidió comprobar el comportamiento deformativo de este tipo de elemento estructural bajo un régimen de cargas controladas. La solución del problema de la investigación y el cumplimiento del objetivo planteado fue posible con la implementación de un sistema de métodos de la investigación científica de naturaleza teórica y empírica.

## Summary

One of the pathologies that reflects they are the excessive arrows with more frequency in slabs of houses, for the most part provoked for an incorrect execution of the same. They have put themselves in practice a series of alternatives in order to eliminate these deflections than, from a cost-reducing perspective, they are not feasible. Enter the solutions but used they find the insertion of inverted beams and backup intermediate beams to increase his area of support; A solution little exploited is to thicken the section with an additional concrete cape using for the union or transition between concretes the so-called keys of cutting. It was decided to check the behavior of this type of structural low element for the sake of getting comparative data in his new format from increased section a regimen of controlled loads. The solution of the problem of investigation and the fulfillment of the presented objective was possible with the implementation of a system of methods of the scientific investigation of theoretic nature and empiricist.

## Índice

	Pág.
INTRODUCCIÓN.	1
CAPÍTULO I: ASPECTOS TEORICOS ACERCA DE LAS DEFLEXIONES EN ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION SIMPLE.	4
Introducción al capítulo.	4
1.1 Comportamiento de elementos de hormigón armado sometidos a flexión.	4
1.1.1 Supuestos de la teoría elástica.	6
1.1.2 Comportamiento elástico, sección no fisurada.	7
1.1.3 Comportamiento elástico, sección fisurada.	10
1.2 Flechas e elementos no pretensados sometidos a flexión simple.	12
1.2.1 Diagrama de comportamiento para flexión simple.	13
1.2.2 Ecuaciones para el cálculo de la flecha instantánea según la Norma Cubana (NC-207:2013).	14
1.3 Diferentes enfoques bibliográficos acerca de las deflexiones.	16
1.3.1 Control de las deflexiones según diferentes códigos.	20
1.3.2 Módulo de ruptura.	21
1.3.3 Módulo de deformación longitudinal del hormigón.	21
Conclusiones del capítulo.	23
CAPÍTULO II: VALIDACION DEL METODO DE CÁLCULO ESTABLECIDO POR LA NC-207:2013 A TRAVES DEL METODO EXPERIMENTAL.	25
Introducción al capítulo.	25
2.1 Proceso de ejecución y análisis del ensayo.	25
2.1.1 Descripción del experimento.	25
2.1.2 Exégesis de los datos obtenidos.	28
2.2 Cálculo de la flecha instantánea según la Norma Cubana (NC-207:2013).	29
2.3 Determinación del esfuerzo máximo experimentado por el acero y el hormigón.	36
Conclusiones del capítulo.	37
CONCLUSIONES GENERALES.	39
RECOMENDACIONES.	40
BIBLIOGRAFÍA.	41
ANEXOS.	42

## Introducción

El estudio de las deflexiones en elementos de hormigón armado es un punto clave en el campo de la Ingeniería Estructural. Las flechas excesivas suelen presentarse principalmente en vigas y losas; las que aparecen en estas últimas inducen problemas en los drenajes de cubierta, desalineación de maquinarias y equipos sensibles y deformación visualmente desagradable. Por tanto, es de gran importancia que en el diseño de los elementos se tengan en cuenta los criterios establecidos por las normas vigentes, de manera que se comporten de modo satisfactorio durante su vida útil. Debido, en gran medida, al creciente desarrollo que ha ido experimentando esta rama de la Ingeniería son cada vez más exactos los métodos de cálculo en lo concerniente a la relación equilibrada entre seguridad y costo de las estructuras. La utilización de nuevos materiales y el empleo de software basado en estudios más avanzados son dos de los factores que más influyen en el nivel de precisión tan alto que posee el diseño de estructuras en los países líderes del sector.

Las diferentes fuentes que tratan este tema difieren, principalmente, a la hora de establecer los valores límites que deben admitirse para las flechas. Estas discrepancias no son de extrañar debido a que este es un fenómeno que depende de factores tales como: tipo de estructura y la función que debe cumplir; particularmente obedecen a la existencia de otros elementos ligados a la estructura y de su grado de deformabilidad. Fórmulas y otros parámetros como la resistencia a tracción del hormigón y su módulo de elasticidad son ejemplos de cómo delimitan, los diferentes códigos, el comportamiento de este material a los diferentes esfuerzos.

Apegarse a las normativas más recientes es fundamental en este aspecto, pues obtendremos valores más exactos a la hora de diseñar los elementos estructurales y con ello una mayor seguridad y eficiencia en las ejecuciones.

La falta de conocimientos técnicos y el predominio del empirismo en la práctica de la construcción han conllevado, en gran medida, a la consecuente aparición de pronunciadas deformaciones en las losas de una gran parte de las viviendas del país.

Con el objetivo de eliminar estas anomalías se han puesto en práctica una serie de soluciones que, en vez de aportar un procedimiento factible, resultan costosas debido a la magnitud y complejidad estructural de las vigas que deben colocarse para soportar la nueva estructura (de instalarse vigas en alguna de sus modalidades, pues son las reparaciones más comunes).

Hasta ahora se ha abordado el tema de las deformaciones en términos generales hasta evidenciarse el **problema de la investigación**: Existe un marcado problema con relación a deformaciones por encima del límite establecido por la Norma Cubana en losas de viviendas con bajo nivel de calidad ejecutiva, esto ha provocado la toma de numerosas soluciones alternativas que en muchos casos encarecen el costo propio de la losa, como son, vigas invertidas subcolgando la losa o vigas de apoyo intermedias para aumentar su área de apoyo; una solución poco explotada es la de engrosar la sección con una capa adicional de hormigón usando para la unión o transición entre los hormigones las llamadas llaves de cortante, para ello es preciso comprobar el comportamiento deformacional de este tipo de elementos bajo cargas controladas para así tener argumentos comparativos en su nuevo formato de sección engrosada.

**Objeto de estudio:**

Losas de hormigón armado con espesor mínimo establecido por norma.

**Campo de estudio:**

Deflexión.

**Objetivo general:**

Corroborar a través de un ensayo de laboratorio la validez de las hipótesis planteadas en el cálculo de deflexión de elementos de hormigón armado en losas con peraltos mínimos establecido por norma.

**Objetivos específicos:**

1. Realizar un estudio sobre los diferentes enfoques normativos para la determinación de deflexiones en elementos de hormigón armado.
2. Establecer los parámetros básicos del modelo experimental para realizar el ensayo a flexión bajo cargas controladas.
3. Comprobar según los resultados experimentales la validez del método de cálculo de deflexión planteado en la NC-207:2013, para elementos de hormigón armado con espesores mínimos.

**Hipótesis:**

Existe correspondencia entre el método de cálculo de deflexión establecido en la NC-207:2013 con relación a los resultados experimentales obtenidos en laboratorio bajo condiciones de ensayo controladas, en losas de hormigón armado sometidas a flexión simple con espesor mínimo según la norma.

**Justificación de la investigación:**

Es necesario realizar este estudio para proponer una solución viable al problema de las deflexiones excesivas en losas de viviendas con mala calidad de ejecución y que las mismas cuenten con un nivel comprobado de seguridad admisible.



# Capítulo I

## **Aspectos teóricos acerca de las deflexiones en elementos sometidos a flexión simple.**

### **Introducción al capítulo.**

Este capítulo abordará los aspectos teóricos acerca de las deflexiones en elementos sometidos a flexión simple; básicamente lo relacionado con el comportamiento de secciones rectangulares de hormigón armado bajo este tipo de sollicitación, las ecuaciones que se basan en el comportamiento elástico de las mismas para el cálculo de las flechas (los estudios para las condiciones de servicio se llevan a cabo con base en la teoría elástica que supone los esfuerzos proporcionales a las deformaciones tanto para el hormigón como para el acero) y los diferentes enfoques bibliográficos en cuanto a valores límites u otros parámetros.

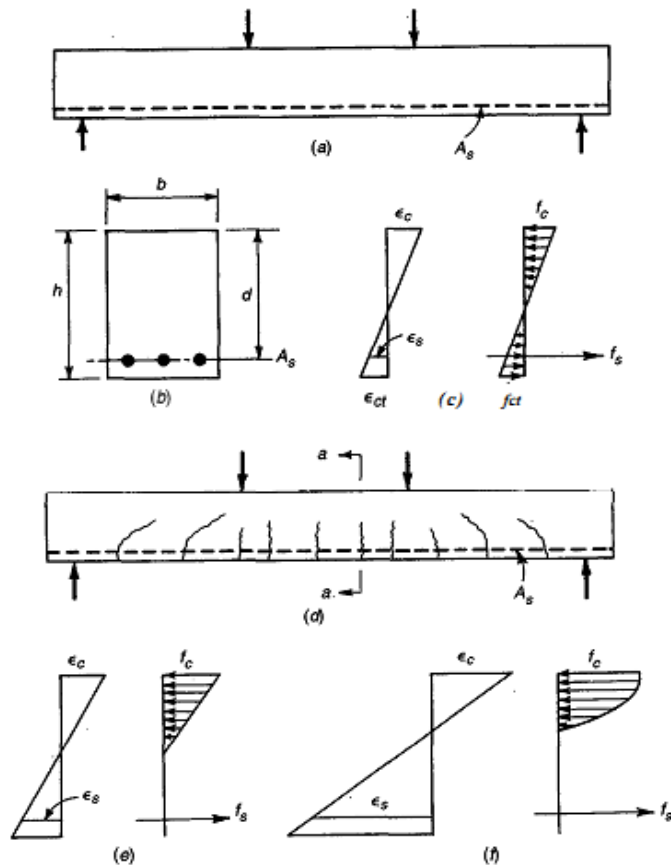
Para la realización de esta tarea se seleccionarán las normativas de más actualidad y otras obras científicas que abordan el tema.

### **1.1 Comportamiento de elementos de hormigón armado sometidos a flexión.**

Debido a su incapacidad para resistir los esfuerzos a tensión en flexión las vigas de hormigón simple son ineficientes como elementos sometidos a flexión, por lo cual fallan en el bloque de tracción a cargas relativamente bajas; es decir, mucho antes del desarrollo de la resistencia total del concreto en el lado de compresión. Propiedad esta que obliga a colocar barras de acero en este lado tan cerca como sea posible del extremo de la fibra sometida a tensión. El uso de barras corrugadas aumenta la adherencia en la interfase acero-concreto, disminuyendo así el deslizamiento relativo entre los dos materiales y garantizando la acción conjunta de los mismos; con lo cual se garantiza una forma de trabajo donde el acero de refuerzo resiste la tensión causada

por los momentos flectores, mientras que el hormigón es capaz de resistir sólo la compresión correspondiente.

En un ensayo a flexión de una viga simplemente apoyada se distinguen diferentes estados en su comportamiento, aumentando las cargas gradualmente desde cero hasta que se produce el fallo estructural. Mientras que el máximo esfuerzo de tensión en el hormigón sea menor que el módulo de rotura, todo el hormigón resulta efectivo para resistir los esfuerzos de compresión y de tensión. En la siguiente figura se observa esquemáticamente parte del comportamiento descrito anteriormente:



**Figura 1.1 Comportamiento de vigas de concreto reforzado ante carga creciente.**

En el mismo se observa la distribución de las deformaciones unitarias y de los esfuerzos en el acero y en el hormigón en la altura de la sección (fig.1.1c). Como se

señaló inicialmente vamos a observar diferentes estados durante el proceso de carga; primeramente se alcanza la resistencia a la tensión del hormigón, fase que se caracteriza por el desarrollo de las grietas de tensión. La forma general y la distribución de estas grietas aparecen en la figura 1.1d. Evidentemente, en una sección fisurada, es decir, en una sección transversal localizada en una grieta como la sección a-a, el hormigón no transmite ningún esfuerzo de tensión; de ahí que al acero le corresponde resistir toda la tracción. La figura 1.1e muestra la distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos en la sección fisurada o cerca de ella. La figura 1.1f señala la distribución de esfuerzos y deformaciones unitarias cerca de la carga última, evidenciándose la pérdida de la proporcionalidad que es característica de esta distribución para esfuerzos en el concreto por debajo de  $f_c'/2$ .

La falla se produce cuando se alcanza la capacidad de carga de la viga y se manifiesta de dos modos: por fluencia del acero cuando este se emplea de forma moderada o por aplastamiento del hormigón cuando se emplean grandes cantidades de refuerzo o cantidades normales de acero de muy alta resistencia; esta última se evita a la hora de calcular las dimensiones de la viga.

### **1.1.1 Supuestos de la teoría elástica.**

Para el caso de elementos sujetos a flexión se verifican tres hipótesis:

- Las secciones planas, antes de la flexión, permanecen planas después de la flexión.
- Se puede ignorar la resistencia a tensión del hormigón, si el agrietamiento comienza en la fibra a tensión externa.
- Las relaciones esfuerzo - deformación para el hormigón y el acero son linealmente elásticas.

El primer punto de las tres suposiciones anteriores implica que la deformación longitudinal en el hormigón y el acero en los distintos puntos a través de una sección es proporcional a la distancia del eje neutro. Numerosos ensayos en elementos de hormigón armado han demostrado que esta hipótesis es bastante correcta en todas las etapas de carga hasta que se logra la falla a flexión, siempre que exista buena adherencia entre el acero y el concreto.

El segundo planteamiento involucra uno de las etapas del ensayo mostrado en la figura 1.1. Supone que cuando el esfuerzo en la fibra a tensión extrema supera el módulo de ruptura del concreto, este se agrieta hasta el eje neutro. Lógicamente, después que comienza el agrietamiento, los esfuerzos en el acero a tensión y el concreto comprimido aumentan considerablemente debido a la redistribución de los esfuerzos, y solamente un poco de hormigón, de existir, queda para transmitir la tensión entre la concentración del esfuerzo en la punta de la grieta y el eje neutro.

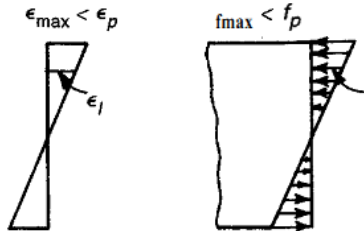
El último de los tres puntos mencionados, que es verdadero para el acero a esfuerzos menores que la resistencia de cedencia, es razonable para el hormigón a esfuerzos de carga de servicio.

### **1.1.2 Comportamiento elástico, sección no fisurada.**

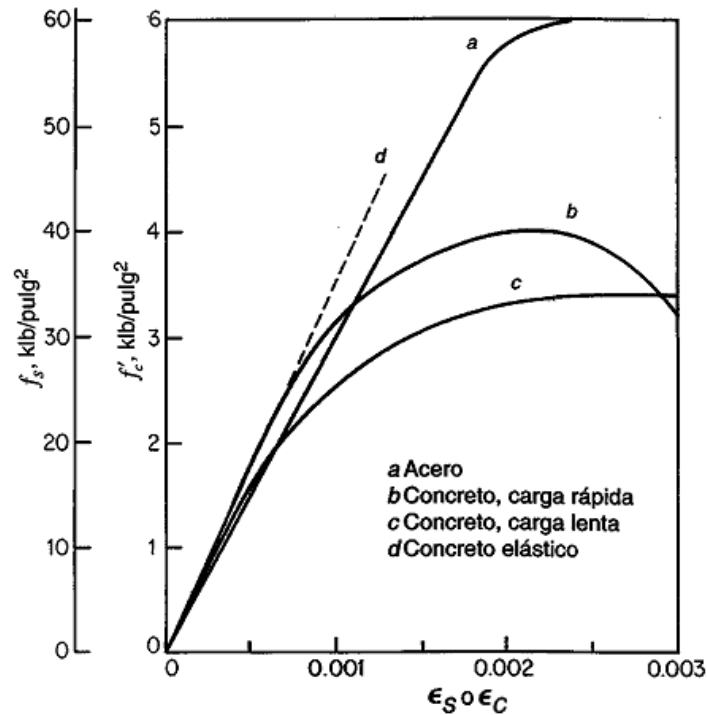
La distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos en una viga antes de alcanzar el módulo de rotura es, en esencia, igual al de una viga elástica y homogénea. En la figura 1.1c y 1.2 se muestra dicha analogía.

Para poder aplicar los métodos usuales de análisis de vigas elásticas homogéneas es necesario reemplazar la sección real transversal acero- hormigón por una sección ficticia conformada únicamente de hormigón. Todo lo anterior posible gracias a la ventaja que nos brinda el comportamiento reflejado en la figura 1.3; donde se demuestra que el esfuerzo en el acero para determinado valor de deformación unitaria en el intervalo elástico, es  $n$  (relación modular,  $E_s/E_c$ ) veces el del hormigón ( $f_s = n f_c$ ). En esta “sección transformada” el área real del refuerzo se substituye por un área

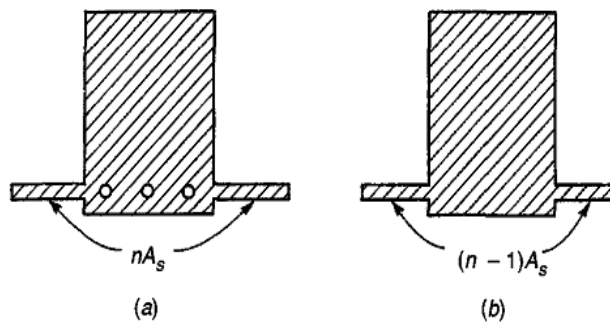
equivalente de concreto igual a  $nA_s$ , localizada al nivel del acero. En la figura 1.4 aparece la sección transformada no fisurada de la viga de la figura 1.1b.



**Figura 1.2** Distribución de deformaciones unitarias y esfuerzos en una viga elástica y homogénea.



**Figura 1.3** Curvas de esfuerzo en concreto y acero.



**Figura 1.4 Sección transformada no fisurada de la viga.**

El esfuerzo en cualquier punto de la sección transversal se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$f = \frac{M \cdot y}{I} \quad (1.1)$$

Donde:

$y \rightarrow$  distancia desde el eje neutro hasta el punto donde se analiza el esfuerzo.

$M \rightarrow$  momento flector externo

$I \rightarrow$  momento de inercia de la sección transversal

El esfuerzo en las fibras exteriores es igual a:

$$f_{\max} = \frac{M \cdot c}{I} \quad (1.2)$$

Donde:

$c \rightarrow$  distancia desde el eje neutro hasta la fibra exterior

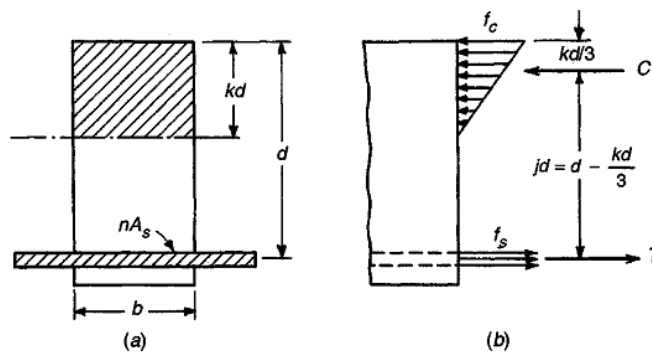
De igual forma es posible calcular el esfuerzo en el acero de la siguiente forma:

$$f_s = n \frac{M \cdot y}{I} \quad (1.3)$$

### 1.1.3 Comportamiento elástico, sección fisurada.

La sección se encuentra en una etapa donde el esfuerzo de tensión ha sobrepasado el modulo de rotura (se produce la formación de grietas), antes de que el esfuerzo de compresión en el hormigón sobrepase aproximadamente  $f'_c/2$  y el esfuerzo en el acero no alcanza el punto de fluencia; manteniendo ambos materiales un comportamiento elástico o semiplástico (casi elástico). Conservando una distribución de las deformaciones unitarias y esfuerzos equivalente a la figura 1.1e.

Debido a que el hormigón en el bloque de tensión se supone agrietado y, por lo tanto, ausente hay que considerar la sección transformada (fig.1.5) de la siguiente forma: a un lado del eje el hormigón sometido a compresión y en el otro  $n$  veces el área de acero.



**Figura 1.5 Sección transformada y fisurada.**

El esfuerzo en el acero y el hormigón respectivamente se calcula a partir de los principios básicos teniendo en cuenta directamente las fuerzas que actúan sobre la sección transversal, como se observa en la figura 1.5b. El esfuerzo máximo del concreto  $f_c$ , situado en la fibra exterior, posee una distribución lineal; mientras que la totalidad del área de acero está sometida a un esfuerzo  $f_s$ . En forma correspondiente, la fuerza total de compresión C y la de tensión T son:

$$C = \frac{f_c}{2} bkd \quad (1.4)$$

$$T = A_s f_s \quad (1.5)$$

El equilibrio requiere que el par constituido por las dos fuerzas C y T sea numéricamente igual al momento flector externo M. Los momentos con respecto a las dos fuerzas anteriores arrojan los siguientes resultados:

$$M = Tjd = A_s f_s jd \quad (1.6)$$

$$M = Cjd = \frac{f_c}{2} bkdjd = \frac{f_c}{2} kjb d^2 \quad (1.7)$$

A partir de las igualdades preliminares se obtienen las ecuaciones de los esfuerzos en el acero y el concreto:

$$f_s = \frac{M}{A_s jd} \quad (1.8)$$

$$f_c = \frac{2M}{kjb d^2} \quad (1.9)$$

Donde  $jd$  es el brazo de palanca interno entre C y T. Quedando pendiente los valores de  $k$  y  $j$  y así establecer la distancia al eje neutro  $kd$  y el brazo interno  $jd$ , definiendo primero la cuantía de refuerzo:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (1.10)$$

La siguiente ecuación cuadrática es el resultado de igualar el momento del área de tensión con respecto al eje y el momento del área de compresión:

$$b \frac{(kd)^2}{2} - nA_s (d - kd) = 0 \quad (1.11)$$



En ella se sustituye el valor de  $A_s$  al despejar en la ecuación 1.10 y se obtiene la siguiente solución para  $k$ :

$$k = \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n} - \rho n \quad (1.12)$$

A partir de la figura 1.5b se observa:

$$jd = d - \frac{kd}{3} \rightarrow j = 1 - \frac{k}{3} \quad (1.13)$$

Para el análisis de la sección elástica fisurada, en función de las cuantías de acero y para las relaciones modulares usuales el texto *“Diseño de estructuras de concreto”* de Arthur H. Nilson nos brinda valores de  $k$  y  $j$  (tabla A.7 del apéndice A).

### **1.2 Flechas en elementos no pretensados sometidos a flexión simple.**

Para el cálculo de flechas se distinguen dos tipos: las inmediatas y las adicionales a largo plazo. Para el desarrollo de este tema solo nos interesan las que se producen inmediatamente después de ser colocadas las cargas en el elemento y así comprobar su comportamiento deformacional en el estado elástico. Se utilizarán los métodos o fórmulas usuales para las flechas elásticas, introduciendo en el cálculo los valores característicos de las cargas y las resistencias de los materiales, ya que el estudio de las deformaciones debe realizarse para la pieza en condiciones de servicio; para este fin se deben distinguir los siguientes casos:

**Caso I.** Estado no fisurado: Se consideran elementos no fisurados aquellos para los cuales la tensión de tracción por flexión, actuante en la fibra extrema, es menor que la resistencia a tracción por flexión del hormigón.

$$f_c \leq f_r \quad \text{ó} \quad M_k \leq M_{cr}$$

**Caso II.** Estado fisurado: Se desarrollan en este estado diversos grados de agrietamiento a lo largo de la pieza que deben ser considerados en los cálculos.

De forma genérica, y según la teoría de elasticidad, una deformación se calcula según las expresiones:

$$\Delta = K \frac{qL^4}{EI} \quad \text{ó} \quad \Delta = K \frac{PL^3}{EI} \quad \text{ó} \quad \Delta = K \frac{ML^2}{EI} \quad (1.14)$$

Según sea carga distribuida, concentrada o momento respectivamente.

Siendo:

- $L \rightarrow$  luz del elemento
- $E \rightarrow$  módulo de deformación longitudinal del material.
- $K \rightarrow$  coeficiente que depende de las condiciones de apoyo del elemento y el tipo de carga, siendo igual a  $5/48$  para el caso de una viga simplemente apoyada con distribución uniforme de las cargas.
- $I \rightarrow$  inercia de la sección.

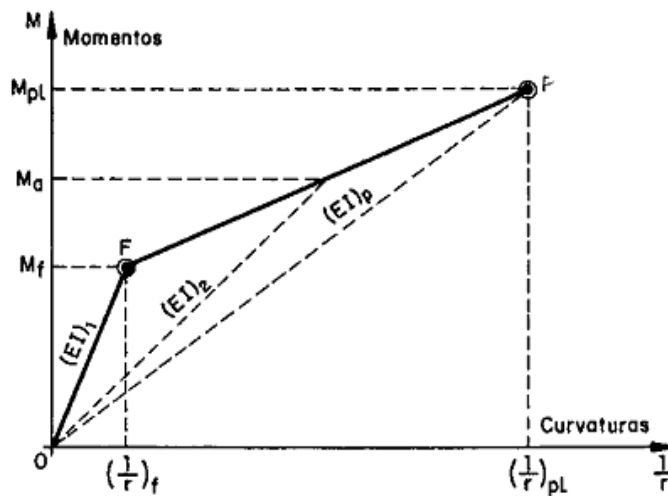
### 1.2.1 Diagrama de comportamiento para flexión simple.

La rigidez ( $EI$ ) es constante solamente en el caso de que la sección más solicitada se encuentra sin fisurar (**estado I**). Si la sección se encuentra fisurada (**estado II**) la rigidez variará a lo largo de la pieza, por lo cual es necesario utilizar en los cálculos un valor medio, nombrado en algunas bibliografías: *rigidez equivalente* ( $EI_e$ ).

En la figura 1.5 se ilustra lo dicho mediante un gráfico de momentos vs curvaturas de la sección central de una pieza en flexión. Los dos tramos del trazo corresponden a los estados que ya se explicaron.

Para valores por debajo del momento de fisuración ( $M_f$ ) la pendiente de la recta representa la rigidez de la sección sin fisurar  $EI_1$  y por encima de este existe una transición entre el punto de fisuración (F) y el de plastificación (P), al que corresponde una rigidez  $EI_p$  de la sección totalmente fisurada. Para el momento  $M_a$  (momento

máximo aplicado a la sección hasta el instante en que se evalúa la flecha) la rigidez correspondiente es  $EI_2$  (intermedia entre las dos anteriores).



**Figura 1.5 Diagrama momentos-deformación.**

### 1.2.2 Ecuaciones para el cálculo de la flecha instantánea según la Norma Cubana (NC-207:2013).

Es en el momento de calcular  $I$  o  $I_e$  (*inercia efectiva*) donde intervienen las características del hormigón armado como material compuesto y se debe considerar la influencia de la fisuración en la sección. En este aspecto se ponen de manifiesto los dos estados anteriormente mencionados:

**Caso I.**  $M_k \leq M_{cr}$ ; la sección no ha experimentado la fisuración, siendo:

$$I_e = I_h = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \left( V_2 - \frac{h}{2} \right)^2 + (n-1) A_s (V_2 - d_s)^2 \quad (1.15)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}}{4700 \sqrt{f'_c}} \quad (1.16)$$

$$V_2 = \frac{S_h}{A_h} = \frac{\frac{b \cdot h^2}{2} + (n-1)A_s \cdot d_s}{b \cdot h + A_s(n-1)} \quad (1.17)$$

Donde:

$b$  → ancho de la sección

$h$  → peralte total

$A_s$  → área de acero a tracción

$d_s$  → recubrimiento

$V_2$  → posición del centroide de la sección transformada

$S_h$  → momento estático respecto al borde inferior

**Caso II.**  $M_k > M_{cr}$ ; la sección se ha fisurado y decrece su rigidez en la medida que la desigualdad anterior se acentúa. Para calcular la inercia efectiva de la sección ( $I_e$ ) la normativa ACI propone la siguiente ecuación:

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_k} \right)^3 \cdot I_h + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_k} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \quad (1.18)$$

$$M_{cr} = \frac{f_r}{V_2} I_h = \frac{0.62 \sqrt{f'_c}}{V_2} I_h \quad (1.19)$$

Donde:

$f_r$  → resistencia a tracción en flexión del hormigón

$x$  → profundidad de la línea neutra

$I_{cr}$  → inercia de la sección cuando se encuentra totalmente fisurada por debajo de la línea neutra, valor extremo y teórico que se alcanza fuera de la zona de las cargas de servicio; se calcula de mediante la siguiente ecuación:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s (d - x)^2 \quad (1.20)$$

$$x \Rightarrow \frac{-b \cdot x^2}{2} + nA_s x - nA_s d = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-nA_s + \sqrt{(n \cdot A_s)^2 + 4\left(\frac{b}{2}\right)(n \cdot A_s \cdot d)}}{b} \quad (1.21)$$

$(d = h - d_s)$

### 1.3 Diferentes enfoques bibliográficos acerca de las deflexiones.

Analizado ya lo más esencial acerca del comportamiento de secciones sometidas a flexión y las ecuaciones de la elástica para el cálculo de la flecha, se hace necesario hacer un compendio de los parámetros que propone cada código para este fin.

A continuación se exponen una serie de ejemplos que demuestran los diferentes enfoques normativos acerca de los parámetros para el cálculo de la flecha y sus valores límites en cada caso:

- **Instrucción española EHE.**

Para el cálculo del valor de  $I$  se basa en el método recogido por la Norma ACI 318 ya en su edición de 1971 y mantenido hasta la actual del 2014(método de Branson):

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 \cdot I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_f \quad (1.22)$$

Donde:

$I_e$  → momento de inercia equivalente.

$M_a$  → momento flector máximo.

$I_b$  → momento de inercia de la sección bruta de hormigón respecto al eje que pasa por su centro de gravedad (c.d.g.).

$I_f$  → momento de inercia de la sección fisurada homogeneizada a valores de hormigón.

$M_f$  → Memento de fisuración de la sección, siendo este:

$$M_f = \frac{f_{ck.flex} \cdot I_b}{y_i} \quad (1.23)$$

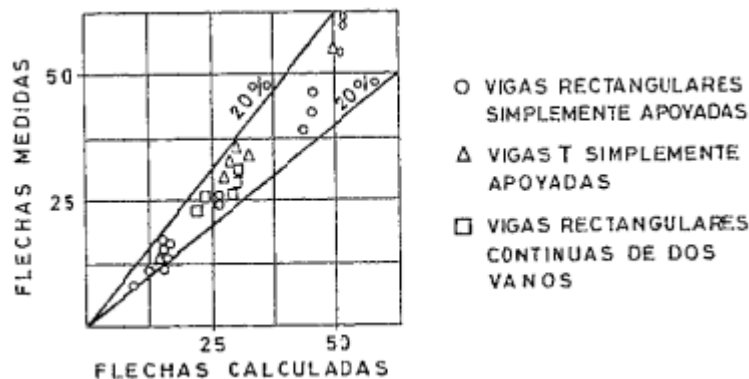
Donde:

$f_{ck.flex}$  → resistencia a flexo tracción.

$y_i$  → distancia del c.d.g a la fibra de tracción más alejada.

Este método (método de Branson) fue adoptado por el Comité ACI-435, tras un contraste experimental, como el mejor de los disponibles para uso práctico. Dichos ensayos se resumen, a manera de comparación, en la figura 1.6; aportando un margen de error, como se puede observar, de  $\pm 20\%$ .

En el caso del **Model Code 90** Calavera sugiere emplear este método para el cálculo de la flecha instantánea, pues en esta normativa no se brinda ningún procedimiento para esta finalidad.



**Figura 1.6** Grafico comparativo de las deflexiones calculadas y las medidas usando el método de Branson.

- **Método del Eurocódigo EC-2.**

Esta normativa propone la siguiente fórmula para el cálculo de la flecha total debida a carga permanente:

$$f = \zeta \cdot f_{II} + (1 - \zeta) f_I \quad (1.24)$$

Donde:

$f_I$  y  $f_{II}$  → flechas correspondientes a sección no fisurada y completamente fisurada, respectivamente.

$\zeta$  → coeficiente de distribución dado por la expresión:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (1.25)$$

*\*el valor de  $\zeta$  se toma igual a cero para secciones no fisuradas.*

$\beta_I = 1$  para barras corrugadas.

$\beta_I = 0.5$  para barras lisas.

$\beta_{II} = 1$  para un solo ciclo de carga breve.

$\beta_{II} = 0.5$  para cargas permanentes o muchos ciclos repetidos de carga.

$\sigma_s$  → tensión en el acero en la sección fisurada.

$\sigma_{sr}$  → tensión en el acero en la sección fisurada, bajo el valor de la carga que produce la fisuración.

Para disminuir su complejidad la expresión  $\sigma_{sr}/\sigma_s$  puede sustituirse por  $M_f/M_a$ .

El Eurocódigo define el siguiente módulo de deformación efectivo:

$$E_{c.ef} = \frac{f_{cm}}{1 + \phi} \quad (1.26)$$

Los valores del coeficiente de fluencia  $\phi$  aparecen en la tabla que ilustra la figura 1.7.

El valor de  $f_{cm}$  esta dado por la siguiente expresión:

$$f_{cm}(t) = f_{cm,28} \cdot e^{s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]} \quad (1.27)$$

Donde:

$f_{cm}(t)$  → resistencia media a compresión a la edad de  $t$  días.

$f_{cm,28}$  → resistencia media a compresión a los 28 días.

$s$  → coeficiente que depende del tipo de cemento.

- $s = 0.20$  → alta resistencia y endurecimiento rápido.
- $s = 0.25$  → endurecimiento normal o rápido.
- $s = 0.38$  → endurecimiento lento.

Edad puesta en carga $t_0$ (días)	Humedad relativa (%)											
	50			60			70			80		
	Espesor medio (mm)											
	50	150	600	50	150	600	50	150	600	50	150	600
1	5,4	4,4	3,6	4,8	4,0	3,3	4,1	3,6	3,0	3,5	3,1	2,7
7	3,8	3,1	2,5	3,3	2,8	2,3	2,9	2,5	2,1	2,5	2,2	1,9
14	3,3	2,7	2,2	2,9	2,4	2,0	2,5	2,2	1,8	2,2	1,9	1,7
28	2,9	2,4	1,9	2,6	2,1	1,8	2,2	1,9	1,6	1,9	1,7	1,5
60	2,5	2,1	1,6	2,2	1,9	1,5	1,9	1,7	1,4	1,6	1,4	1,3
90	2,3	1,9	1,5	2,0	1,7	1,4	1,8	1,5	1,3	1,5	1,3	1,2
365	1,8	1,4	1,2	1,6	1,3	1,1	1,4	1,2	1,0	1,2	1,0	0,9
1800	1,3	1,1	0,8	1,1	1,0	0,8	1,0	0,9	0,7	0,8	0,7	0,7

**Figura 1.7 Valores del coeficiente de fluencia**

Este método emplea, también, el valor de  $E_{c,ef}$  para el cálculo del coeficiente  $m$  de homogenización de armaduras para hallar el momento de inercia correspondiente a la flecha  $f_{II}$  de la sección totalmente fisurada.

En la siguiente tabla se resumen los valores de flecha total, obtenidos por diferentes métodos, de dos ejemplos frecuentes en la práctica:

**Tabla 1.1 Resumen comparativo de los ejemplos.**

Viga	Ambiente	Flechas totales(mm)		
		EHE	EC-2	M. CODE 90
1	Intemperie (HR=80%)	5.24	7.23	6.15
2	Interior (HR=50%)	12.45	13.88	17.88



### 1.3.1 Control de las deflexiones según diferentes códigos.

Aunque algunas normativas lo tratan de forma general, en este caso son únicamente de interés las limitaciones de flechas en losas que poseen una sola dirección de trabajo. Por lo cual, en los casos donde se tratan diferentes valores se recogerán los que son de interés para este trabajo.

- **Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1977).**

Establece dos casos para limitar el valor de la flecha considerando, además, los efectos a largo plazo. En general, no pueden exceder de  $0.5cm + \frac{1}{240}$  ó de  $0.3cm + \frac{1}{480}$  para miembros cuyas deflexiones afecten elementos no estructurales que sean incapaces de soportar deformaciones apreciables.

- **Comité ACI-318.**

Esta institución posee dos métodos para controlar las deflexiones:

- ✓ Usando razones límites de luz a espesor.

Para las losas simplemente apoyadas, sólidas y armadas en un solo sentido que no soportan o no se fijan a otras partes de la estructura susceptibles a grandes deformaciones, se puede considerar que satisfacen los requerimientos de deflexión, si el espesor total mínimo no es menor que  $\frac{1}{20}$ .

- ✓ Operando con las deflexiones límites calculadas.

Si no cumple con el parámetro de espesor anterior y esta soportando o unida a una parte de la construcción que pueda dañarse por grandes deflexiones, se debe calcular la flecha y no puede exceder de  $\frac{1}{180}$  para el caso de una losa plana.

- **Norma Cubana N.C.-207.**

Se basa en las especificaciones del código ACI.

- **Instrucción española.**

Para edificaciones normales y en ausencia de especificaciones más precisas recomienda una flecha total menor que  $\frac{l}{250}$  y para la activa un valor máximo de  $\frac{l}{400} > 10mm$ .

### 1.3.2 Módulo de ruptura.

Es la resistencia a tracción indirecta del hormigón, es decir, la inducida por la flexión. Este parámetro aparece en la literatura norteamericana como *módulo de ruptura*. Investigaciones recientes han preferido indicarla como función de la resistencia a compresión debido a la acumulación de errores que implicaba su determinación relacionándola con la resistencia a tracción directa. Debido al origen empírico las expresiones para determinar su valor varían mucho. En la tabla 1.2 se relacionan algunas expresiones propuestas por diferentes códigos. En el caso del RILEM CPC 7, de referencia para Europa, se sigue usando la resistencia a tracción directa para indicar la expresión de esta resistencia. Todos los valores de resistencia deben introducirse en MPa.

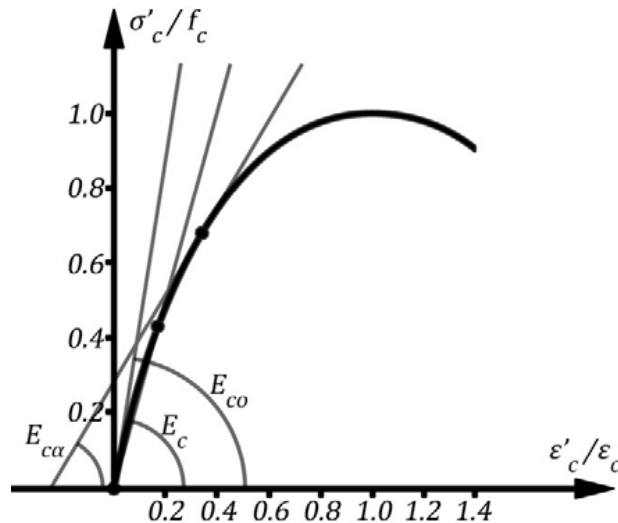
**Tabla 1.2 Módulo de ruptura del hormigón según el enfoque de diferentes normas.**

<b>RILEM CPC 7 (Europa)</b>	<b>EHE (España) (<math>f_c' \leq 50MPa</math>)</b>	<b>ACI 318-05 (EEUU)</b>	<b>NC-207:2013 (Cuba)</b>
$0.37\sqrt[3]{(f_c')^2}$	$0.30\sqrt[3]{(f_c')^2}$	$0.627\sqrt{f_c'}$	$0.62\sqrt{f_c'}$

### 1.3.3 Módulo de deformación longitudinal del hormigón.

El uso de este término, en lugar de módulo de elasticidad, se debe al carácter inelástico de este material. En este caso se puede distinguir la variación de este parámetro en el caso de que este comprimido o traccionado, aunque frecuentemente se considere igual al de compresión. Para este último se reconocen tres módulos de deformación, la figura

1.8 muestra sus respectivas definiciones según la ley tensión deformación del hormigón.



**Figura 1.8 Módulos de deformación del hormigón.**

- Módulo inicial ( $E_{co}$ ).

Está definido por la pendiente de la recta tangente al diagrama tensión-deformación en el origen.

- Módulo tangente ( $E_{ca}$ ).

Coincide con la pendiente de la recta tangente al diagrama, variando desde el origen hasta un punto de coordenadas  $(\epsilon_c; \sigma_c)$  prefijado.

- Módulo secante ( $E_c$ ).

Al igual que el anterior, varía dependiendo del punto del diagrama que se considere. En este caso coincide con la pendiente de la recta que intercepta al diagrama en dicho punto. Es aproximadamente igual al 85% del módulo inicial ( $E_c \approx 0.85E_{co}$ ).

*Para el cálculo de las deformaciones la mayoría de los códigos han adoptado el módulo secante de deformación.*

El código ACI propone dos expresiones que, según el tipo de hormigón, son:

$$E_c = 43w_c^{1.5}\sqrt{f'_c} \rightarrow 15KN/m^3 < w_c < 25KN/m^3$$

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \rightarrow 20KN/m^3 < w_c < 26KN/m^3$$

La instrucción española EHE define el siguiente módulo de deformación longitudinal inicial, para el análisis bajo cargas instantáneas.

$$E_{co} = \beta_E E_{cm}$$

Donde:

$$\beta_E = 1.30 - f'_c / 400 > 1.175$$

$$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{(f'_c + 8)} \rightarrow \text{módulo de deformación secante a los 28 días.}$$

### **Conclusiones del capítulo.**

En este capítulo se ha abordado lo esencial acerca de los basamentos teóricos que rigen el comportamiento de elementos de hormigón armado al ser sometidos a un régimen de cargas uniformemente distribuidas y crecientes; particularmente vigas y losas en una dirección. Se pueden considerar, como conclusiones fundamentales del capítulo, los siguientes puntos:

- En un ensayo a flexión de una viga simplemente apoyada, con un sistema de cargas crecientes, se aprecian diversos estados en su comportamiento hasta el llegar al punto donde se alcanza la capacidad de carga del elemento y este colapsa. Primeramente el hormigón resiste de manera efectiva los esfuerzos de compresión y tracción hasta que se alcanza la resistencia a la tensión del mismo y aparecen las grietas de tensión; a partir de aquí al acero le corresponde resistir toda la tracción. Cuando las tensiones llegan al valor de  $f'_c / 2$  se pierde la proporcionalidad que caracteriza la distribución de esfuerzos y deformaciones unitarias en las dos etapas anteriores. En esta fase es donde se alcanza la capacidad de carga de la viga, produciéndose el colapso estructural.
- Para poder aplicar las ecuaciones de la elástica es necesario sustituir la sección transversal de acero + hormigón por otra constituida únicamente de hormigón, en la cual el área de refuerzo se sustituye por un área “equivalente”.

- En el cálculo de la flecha inmediata se tiene en cuenta la sección antes y después de experimentar la fisuración, debido al cambio que sufre la rigidez de la misma.
- El cálculo de las deflexiones y los límites permisibles para cada elemento varían en algunas regiones dependientemente de la normativa vigente, aunque todas comparten profundas analogías en los métodos.
- El módulo de deformación longitudinal y la resistencia a tracción indirecta poseen diferentes expresiones de cálculo en dependencia de la normativa utilizada, aunque algunas de estas fórmulas han sido adoptadas por más de un reglamento.

## **Capítulo II**

### **Validación del método de cálculo establecido por la NC-207:2013 a través del método experimental.**

#### **Introducción al capítulo.**

Este capítulo tiene como objetivos fundamentales realizar una breve descripción de los procedimientos previos y durante la ejecución del ensayo, interpretar de forma objetiva los datos arrojados por el mismo y determinar el valor de la flecha a través de las ecuaciones y parámetros establecidos por la NC-207:2013 para poder verificar la validez de este método de cálculo al compararlo con los resultados del ensayo. Alcanzado estos objetivos es posible corroborar la hipótesis de que existe correlación entre la NC-207:2013 y el ensayo bajo cargas controladas de losas de hormigón armado con espesor mínimo según la norma.

#### **2.1 Proceso de ejecución y análisis del ensayo.**

Todo el proceso de preparación y montaje del experimento se desarrolló en el laboratorio de materiales del departamento de Ingeniería Civil de la UHo: "Oscar Lucero Moya". Debido a que el objetivo era simular los procedimientos habituales en la construcción de viviendas se trabajó con los materiales existentes en el centro, procediendo de manera similar en la dosificación de la mezcla, construcción del molde, colocación del armado y otras tareas preparatorias.

##### **2.1.1 Descripción del experimento.**

La mezcla fue dosificada de la forma tradicional, con una proporción de 1:2:3. Se utilizó cemento P-35, arena artificial y grava de 3/8". En el proceso de mezclado se siguieron los procedimientos habituales, agregando agua hasta lograr una consistencia

suficientemente plástica. El molde se construyó de madera con las dimensiones adecuadas para la obtención de una losa con dimensiones de: 57cm x 185cm x 5cm. El acero se espació dentro del mismo a 30cm en el sentido de trabajo y a 45 cm transversalmente para contrarrestar los efectos de la retracción durante el fraguado. Las barras se calzaron logrando un recubrimiento de 2cm. El proceso de compactación se efectuó imitando las estrategias usadas comúnmente en la construcción de losas de viviendas, procediendo manualmente y utilizando instrumentos simples. Durante el cálculo de la cantidad de materiales para la elaboración de la mezcla se tuvo en cuenta la elaboración de tres probetas cilíndricas; las mismas fueron ensayadas para establecer un valor promedio y así contar con un valor real de la resistencia a compresión del material usado. El ensayo se efectuó pasado los 28 días desde la colocación de la mezcla para garantizar la resistencia de trabajo del material y así obtener datos verídicos del estudio. La pieza fue colocada en un bastidor existente en el local, lo bastante rígido como para soportar el peso previsto para el estudio sin sufrir deformaciones que pudiesen alterar los resultados del mismo. Después de ubicar la pieza en su soporte se tomaron medidas para determinar luz real, debido a que se apoyó únicamente en sus extremos para garantizar las condiciones de sustento y el régimen de trabajo previstos en el diseño; manteniendo las demás dimensiones y acortando su longitud en 25 cm. El elemento se estudiará realmente con una luz de:  $L=160$  cm. Para apreciar más detalladamente todo lo descrito anteriormente se brindan algunas imágenes previas al ensayo en la figura 2.1. Con el objetivo de aplicarle carga de forma creciente y controlada se utilizaron bloques de hormigón de 15 cm de ancho, colocados aproximadamente en toda la sección transversal y cubriendo la longitud efectiva de la placa. Las deformaciones para cada hilera de bloques se midieron con un nivel topográfico de alta precisión colocado a una determinada distancia ( $\approx 3$  m) y a la altura de una regla empotrada verticalmente en uno de sus laterales (a la mitad de la luz). Los bloques se pesaron para conocer los momentos actuantes y se clasificaron para lograr una mejor distribución de las cargas. En la figura 2.2 se aprecia la técnica e instrumentos usados para la medición de la flecha en cada etapa del ensayo. Para cada



columna de bloques se anotó la flecha correspondiente, al cabo de media hora se comenzó a descargar el elemento y de igual forma se volvieron a medir los valores de deflexión correspondientes a todas las camadas; estos datos se fueron anotando en una tabla para el posterior análisis de los resultados.



***Figura 2.1 Fotos del bastidor durante la nivelación y soportando la losa respectivamente.***



***Figura 2.2 Nivel topográfico y regla usados en la medición de las deflexiones.***



### 2.1.2 Exégesis de los datos obtenidos.

En la tabla 2.1 se puede observar, a modo de resumen, el orden de colocación de las cargas y el peso total por cada camada. De igual forma, los valores de las deflexiones correspondientes a cada combinación se sintetizan en la tabla 2.2; además, se brindan otros resultados del ensayo.

**Tabla 2.1 Resumen del proceso de colocación de las cargas.**

Cam.	Peso de las piezas por orden de colocación(N)											$Q_{prom}(N)$	$Q_{total}(N)$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
1	160	160	155	160	150	160	150	160	160	150	155	156.36	1720
2	155	165	165	165	150	160	160	160	155	160	155	159.09	1750
3	170	180	180	170	175	180	175	170	170	170	170	173.64	1910
4	140	145	155	160	150	160	145	160	155	160	155	153.18	1685
5	220	200	180	180	200	205	200	190	170	200	190	194.09	2135

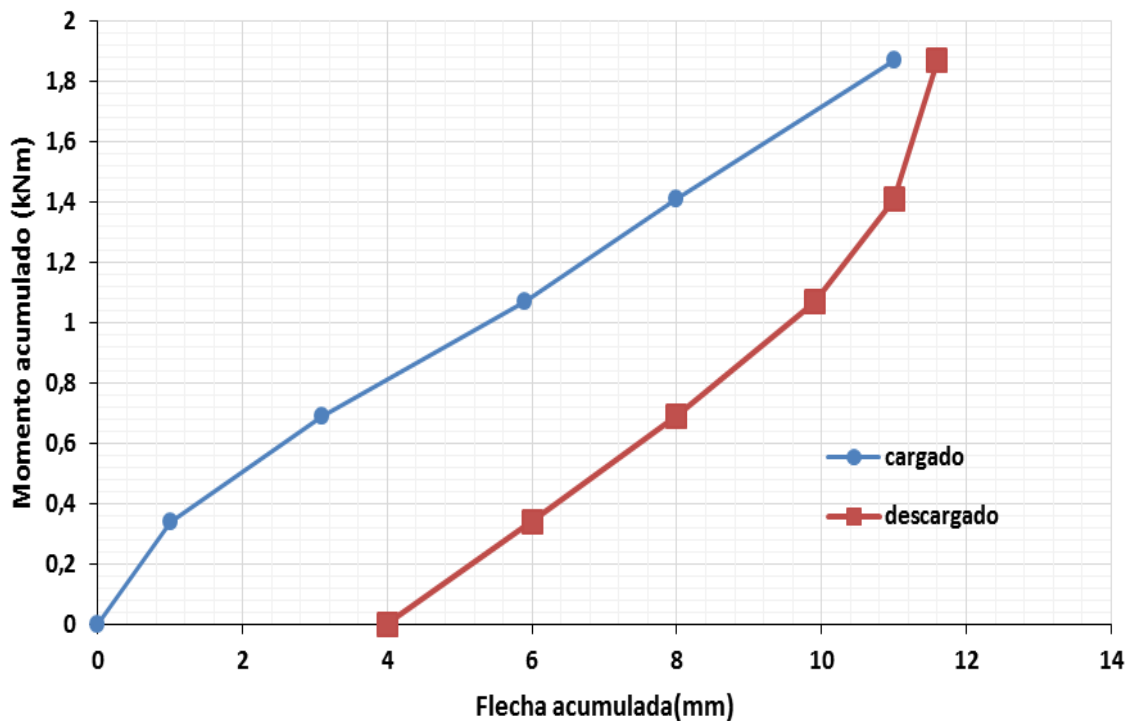
Como se puede apreciar, en cada etapa del proceso de cargado se ubicaron piezas de peso semejante para lograr una distribución más uniforme de las cargas. La última columna de la tabla 2.2 corresponde a la flecha medida inmediatamente después de retirar cada hilera de bloques; cada valor pertenece al número de camada en esa fila. Después de haber retirado la última camada (No.1) se midió una flecha residual de 4 mm, esta no aparece en la tabla debido a que correspondería al valor cero de deflexión antes de aplicar cargas a la losa.

**Tabla 2.2 Valores obtenidos durante el ensayo.**

Cam.	$Q_{total}(KN)$	$M_i(KNm)$	$\Delta f(mm)$	$M_{acum.}(KNm)$	$f_{acum.}(mm)$	$f_{desc.}(mm)$
1	1.72	0.34	1.0	0.34	1.0	6
2	1.75	0.35	2.1	0.69	3.1	8
3	1.91	0.38	2.8	1.07	5.9	9.9
4	1.685	0.34	2.1	1.41	8.0	11
5	2.135	0.43	3.0	1.84	11.0	11.6

En la figura 2.3 se puede apreciar el comportamiento experimentado por la losa en los procesos de cargado y descargado a través de un gráfico de momento vs deflexión. En

el caso de la curva correspondiente al proceso inverso de colocación de las cargas es necesario recalcar que el primer punto es el perteneciente al mayor momento, por lo cual se observa un comportamiento evidentemente similar pero en sentido contrario. Esta curva muestra una pendiente mayor, debido a que representa la tendencia del elemento a recuperar el estado inicial y por lo tanto una variación menos brusca de deflexiones para cada valor de momento. Dando una flecha residual de 4 mm al instante de retirar la última camada.



**Figura 2.3 Gráfico de momento vs flecha que describe el comportamiento real del elemento.**

## 2.2 Cálculo de la flecha instantánea según la Norma Cubana (NC-207:2013).

Para determinar el valor de la flecha máxima teórica en la losa se utilizarán las ecuaciones y procedimientos definidos en el apartado 1.2.2. Los datos para el cálculo,

desde el punto de vista geométrico y de la resistencia, aparecen resumidos en la siguiente tabla:

**Tabla 2.3 Datos para determinar la flecha elástica.**

<b>geometría</b>		<b>resistencia</b>	
<b>parámetro</b>	<b>valor</b>	<b>parámetro</b>	<b>valor</b>
$b$	57 cm	$f'_c$	32 MPa
$h$	5 cm	$f_r$	$0.62\sqrt{f'_c}$
$d_s$	2 cm	$f_y$	300 MPa
$A_s$	2.58 cm <sup>2</sup>	$E_c$	$4700\sqrt{f'_c}$
$L$	160 cm	$E_s$	200000 MPa
$d$	3 cm		

- Determinación del momento crítico ( $M_{cr}$ ).

$$n = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}}{4700\sqrt{f'_c}} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ MPa}}{4700\sqrt{23 \text{ MPa}}} = 8,87$$

$$V_2 = \frac{S_h}{A_h} = \frac{\frac{57 \text{ cm} \cdot (5 \text{ cm})^2}{2} + (8,87 - 1) \cdot 2,58 \text{ cm}^2 \cdot 2 \text{ cm}}{57 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + 2,58 \text{ cm}^2 (8,87 - 1)} = 2,47 \text{ cm}$$

$$I_h = \frac{57 \text{ cm} \cdot (5 \text{ cm})^3}{12} + 57 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \left( 2,47 \text{ cm} - \frac{5 \text{ cm}}{2} \right)^2 + (8,87 - 1) 2,58 \text{ cm}^2 (2,47 \text{ cm} - 2 \text{ cm})^2$$

$$I_h = 598,49 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{(0,62\sqrt{23 \text{ MPa}} \cdot 0,1) \cdot 598,49 \text{ cm}^4}{2,47 \text{ cm}} = 72,1 \text{ kNcm} \approx 0,72 \text{ kNm}$$

La sección ha experimentado la fisuración ( $M_k > M_{cr}$ ), entonces se trabaja con el momento de inercia efectivo.

- Cálculo del el momento de inercia crítico ( $I_{cr}$ ).

$$x = \frac{-8.87 \cdot 2.58 \text{ cm}^2 + \sqrt{(8.87 \cdot 2.58 \text{ cm}^2)^2 + 4 \left( \frac{57 \text{ cm}}{2} \right) (8.87 \cdot 2.58 \text{ cm}^2 \cdot 3 \text{ cm})}}{57 \text{ cm}}$$

$$x = 1.2 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{57 \text{ cm} (1.13 \text{ cm})^3}{3} + 8.87 \cdot 2.58 \text{ cm}^2 (3 \text{ cm} - 1.2 \text{ cm})^2 = 107 \text{ cm}^4$$

- Momento de inercia efectivo ( $I_e$ ) según la normativa ACI y adoptado por la NC-207:2013.

$$I_e = \left( \frac{0.72 \text{ KNm}}{1.84 \text{ KNm}} \right)^3 \cdot 598.49 \text{ cm}^4 + \left[ 1 - \left( \frac{0.72 \text{ KNm}}{1.84 \text{ KNm}} \right)^3 \right] \cdot 107 \text{ cm}^4 = 136.63 \text{ cm}^4$$

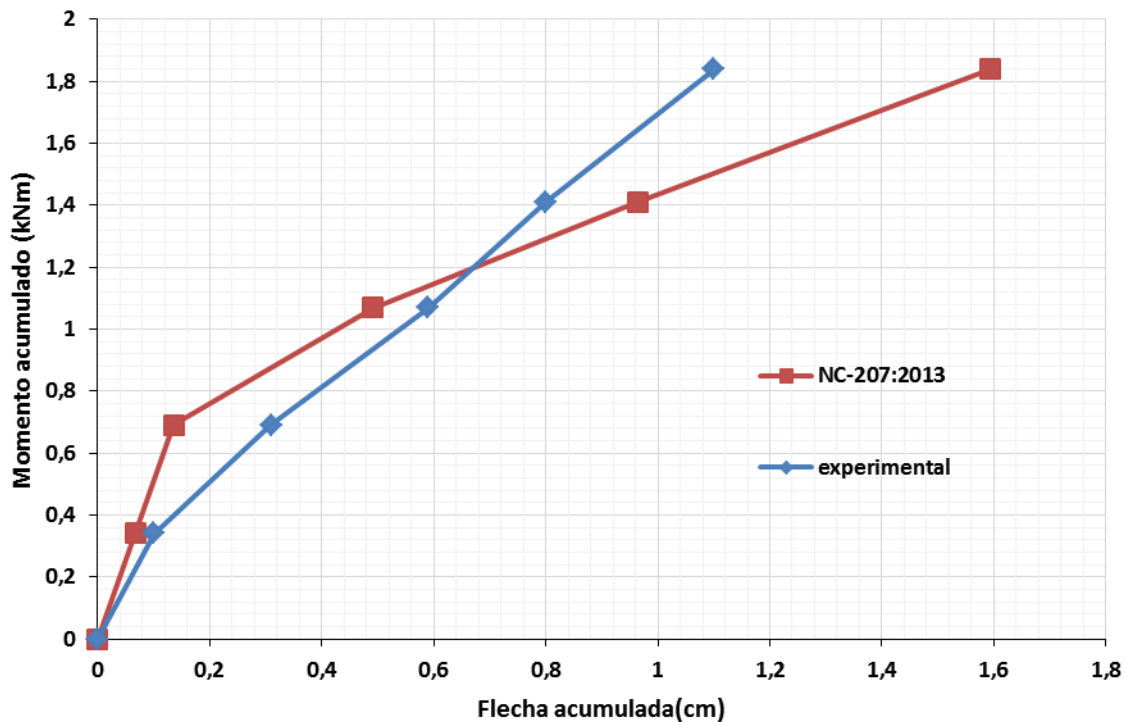
- Determinación de la flecha elástica.

$$\Delta = \frac{5 \cdot 184 \text{ KNcm} \cdot (160 \text{ cm})^2}{48 \cdot 2254 \text{ KN} / \text{cm}^4 \cdot 136.63 \text{ cm}^4} = 1.59 \text{ cm}$$

$$\Delta_{real} = 11 \text{ mm} < \Delta_{calc.} = 15.9 \text{ mm}$$

A partir de este resultado no se puede comprobar el nivel de seguridad del método de cálculo adoptado por la normativa cubana para el cálculo de la flecha. Además, excede el 20% de error arrojado por el gráfico de la figura 1.6; el mismo fue confeccionado por el código ACI para adoptar el método de Branson como el más fiable para fines prácticos. Se debe tener en cuenta la introducción de errores durante la medición de cada flecha, debido a la utilización de instrumentos no destinados para este fin.

Además, la utilización de bloques para simular las cargas no garantiza una distribución efectivamente uniforme de las cargas. Estos errores, aunque muy pequeños, se deben tener en cuenta para deformaciones muy pequeñas. Se debe recurrir a la utilización de gráficos para observar el comportamiento durante todo el proceso de cargado y establecer una comparación más certera. En la figura 2.4 aparecen las curvas de momento vs deformación correspondientes a los valores obtenidos del ensayo y la NC-207:2013. Se calcularon las deflexiones para cada valor de momento registrado en la tabla resumen del ensayo.



**Figura 2.4 Gráfico de momento vs flecha.**

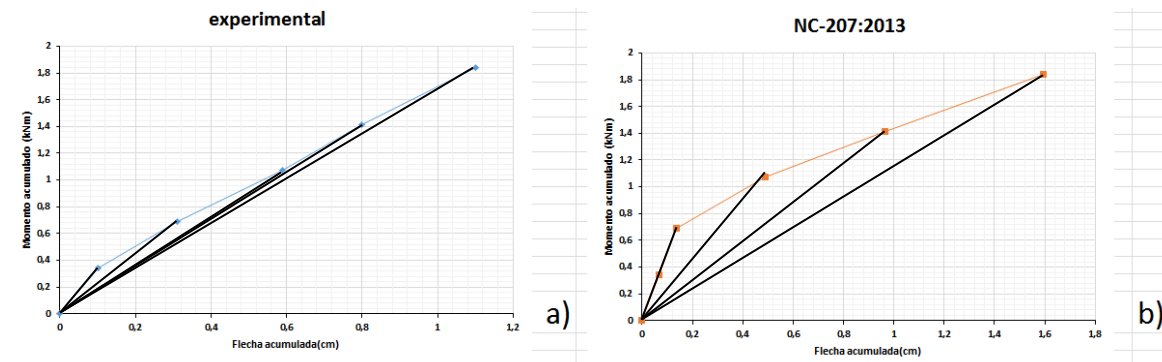
El tramo que muestra un comportamiento más similar es el correspondiente a las flechas para momentos menores a 1.2 KNm. No obstante, y para una mejor observación de los resultados, se resumen en la tabla 2.4 los valores graficados en la figura anterior.

Este gráfico muestra el comportamiento de la curva teórica con respecto a la curva real durante el proceso de aplicación de las cargas, además del error con respecto a la flecha teórica para cada punto del gráfico.

**Tabla 2.4 Deflexiones correspondientes a cada valor de momento estudiado.**

<i>Mto(KNm)</i>	<i>Dflexiones(cm)</i>		
	<i>NC-207:2013</i>	<i>ensayo</i>	<i>Error (%)</i>
<i>0.34</i>	<i>0.07</i>	<i>0.1</i>	<i>30</i>
<i>0.69</i>	<i>0.14</i>	<i>0.31</i>	<i>54.8</i>
<i>1.07</i>	<i>0.49</i>	<i>0.59</i>	<i>16.9</i>
<i>1.41</i>	<i>0.96</i>	<i>0.8</i>	<i>20</i>
<i>1.84</i>	<i>1.59</i>	<i>1.1</i>	<i>30.8</i>

Las variaciones en la rigidez para la curva real son menos violentas que en las teóricas, aunque estas últimas muestran el primer cambio de pendiente para un valor de momento mayor. Esta disminución en las pendientes se da para la primera camada de bloques según la curva del ensayo y para la segunda según la teoría. En las figura 2.5.a) y 2.5.b) respectivamente, se muestran las variaciones de la rigidez para cada curva.



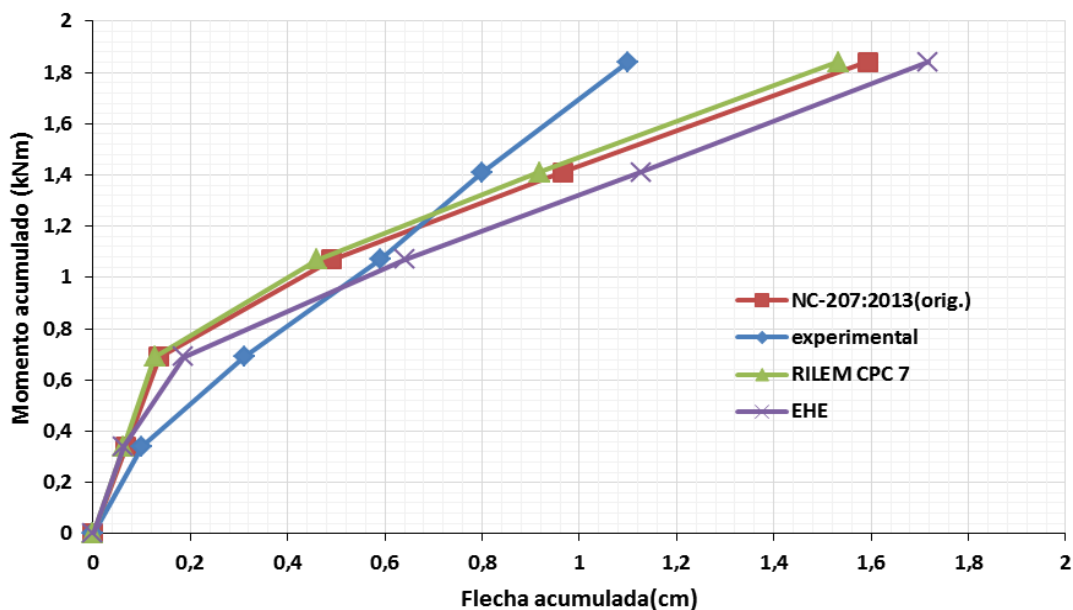
**Figura 2.5 Variación de la rigidez para ambas curvas.**

En cada caso se trazó la recta característica de la rigidez hasta los puntos donde se midió la flecha. En el primer tramo la rigidez corresponde a la pendiente de la curva

momento vs deflexión, esta etapa va desde cero hasta el instante donde comienza la formación de grietas.

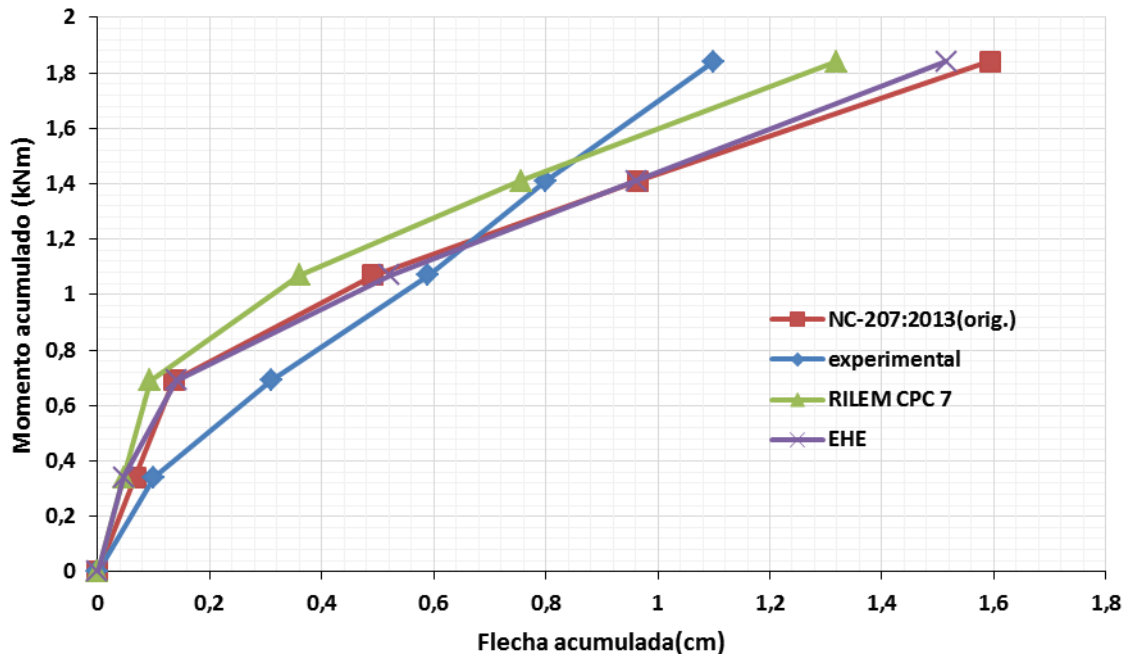
En los apartados 1.3.2 y 1.3.3 se trataron los temas de la resistencia a tracción en flexión del hormigón y su módulo de deformación longitudinal. Se resumieron diferentes expresiones utilizadas por algunos códigos para determinar estos parámetros, siempre en función de la resistencia a compresión. Para este fin, la normativa cubana ha adoptado las fórmulas desarrolladas por la ACI, como se pudo verificar en la figura 2.4. Estas expresiones, al ser asimiladas por la NC-207:2013, alteran el comportamiento de la curva momento vs flecha significativamente; principalmente las planteadas por la Instrucción española y el RILEM CP 7 (de referencia para Europa). La forma y magnitud que adoptan las diferentes variantes escogidas aparecen en los siguientes gráficos, contruidos para representar todas las combinaciones posibles con los datos de las secciones 1.3.2 y 1.3.3. El primero de ellos muestra variaciones de la curva correspondiente a la teoría para las diferentes expresiones del módulo de ruptura, utilizando la siguiente variante de la ACI para determinar el módulo de elasticidad:

$$E_c = 43w^{1.5} f_c' \sqrt{f_c'}$$



**Figura 2.6 Diferentes comportamientos debido a la variación del módulo de ruptura para  $E_c = 43w^{1.5} \sqrt{f_c'}$ .**

En el diagrama aparecen las curvas de la NC con los parámetros originales y utilizando la expresión del módulo de deformación mencionado anteriormente. Para valores de momento relativamente pequeños es recomendable usar la expresión propuesta por la Instrucción española, mientras que para momentos relativamente grandes la fórmula del RILEM CPC7 se aproxima más a la tendencia real. En el siguiente gráfico se usará, para estos valores de módulo de ruptura, la propuesta de la Instrucción española para el módulo de deformación en caso de cargas instantáneas o rápidamente variables.

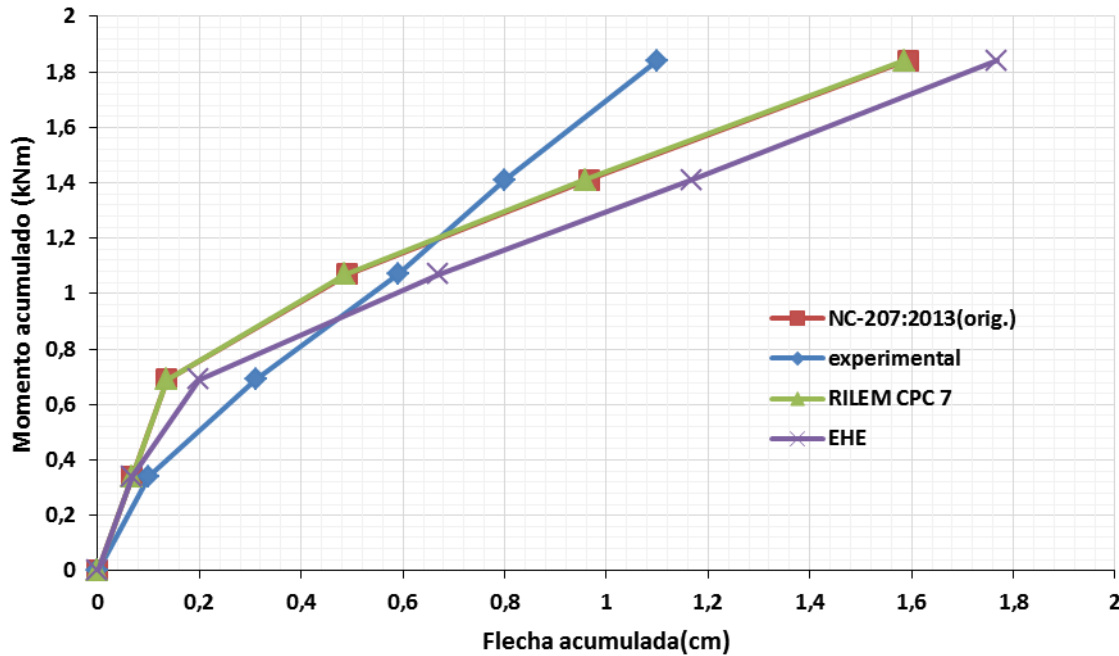


**Figura 2.7 Diferentes comportamientos debido a la variación del módulo de ruptura para el módulo de deformación propuesto por la EHE.**

Para cargas relativamente pequeñas no se muestran tendencias más favorables que el diagrama anterior, aunque sí tienden a coincidir para momentos mayores. En la próxima figura se esquematizan los diferentes comportamientos según la expresión del módulo de deformación utilizado por la normativa cubana para hormigones de peso normal. La



tendencia de la EHE española de acercarse a la curva real, para valores relativamente pequeños de momento, se acentúa más que en la variante de la figura 2.6.



**Figura 2.8 Diferentes comportamientos debido a la variación del módulo de ruptura para  $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ .**

### 2.3 Determinación del esfuerzo máximo experimentado por el acero y el hormigón.

Para este fin se usarán las ecuaciones de equilibrio planteadas en la sección 1.1.3, procediendo de la siguiente forma:

- Definir la cuantía del refuerzo

$$\rho = \frac{2.58\text{cm}^2}{57\text{cm} \cdot 3\text{cm}} = 0,0151$$

- Determinar mediante el cálculo los valores de k y j

$$k = \sqrt{(0.0151 \cdot 7.77)^2 + 2(0.0151 \cdot 7.77)} - (0.0151 \cdot 7.77)$$

$$k = 0.381$$

$$j = 1 - \frac{0.381}{3} = 0.873$$

- Esfuerzo de tensión en el acero

$$f_s = \frac{184 \text{ KNcm}}{2.58 \text{ cm}^2 \cdot 0.873 \cdot 3 \text{ cm}} = 27 \text{ KN / cm}^2 = 2.7 \text{ MPa}$$

- Esfuerzo para el hormigón en la fibra extrema

$$f_c = \frac{2 \cdot 148 \text{ KNcm}}{0.367 \cdot 0.878 \cdot 57 \text{ cm} (3 \text{ cm})^2} = 1.79 \text{ KN / cm}^2 = 0.179 \text{ MPa}$$

### Conclusiones del capítulo:

Después de haber desarrollado este capítulo, mediante el uso de los datos obtenidos en el ensayo y las teorías planteadas en la primera parte del documento, se resumirán los aspectos más importantes abordados. Se tratarán, a modo de sinopsis, los resultados de cada teoría en contraposición con los datos del experimento. Como puntos esenciales se pueden extraer los siguientes:

- Todo el proceso de elaboración del elemento a estudiar se caracterizó por el uso de herramientas simples y procedimientos estándares en cuanto a la tecnología de fabricación de la mezcla y otros accesorios.
- Durante el ensayo se comprobó la flecha para cada camada de bloques, experimentando una deflexión total de 11 mm para un momento total máximo de 1.84 KNm.
- Al retirar todas las cargas se verificó una flecha residual de 4 mm.
- En el gráfico de momento vs deflexión se evidenció un comportamiento aproximadamente lineal, lo que se traduce en una disminución moderada del valor de la rigidez.
- El valor de la flecha obtenido por la NC-207:2013 para el momento mayor superó el real en un 30.8%, estando fuera del rango de error planteado por el comité ACI.

- En un gráfico comparativo, de momento vs deflexión, se verificó cierta correspondencia de la NC-207:2013 con el ACI 318-14.
- La curva correspondiente a la NC-207:2013 muestra una disminución más brusca de la rigidez.
- Para las variantes analizadas con diferentes módulos de deformación y resistencia a la tracción indirecta se aprecian comportamientos favorables y desfavorables en comparación con los resultados obtenidos por la NC-207:2013 respecto a la curva real.
- Para momentos relativamente pequeños (hasta 1 KNm aproximadamente) se muestra eficaz la expresión propuesta por la Instrucción española para determinar el módulo de ruptura.
- Para momentos cercanos al máximo en el ensayo, la fórmula de la Instrucción española para el módulo de deformación fue la más próxima al valor medido.
- Los esfuerzos en el acero y el hormigón quedaron muy por debajo de las resistencias establecidas para cada material.

## Conclusiones generales

- Del estudio de la teoría que caracteriza el comportamiento deformacional de los elementos sometidos a flexión se puede concluir, que los parámetros más influyentes son los que describen la resistencia del hormigón a los distintos estados tensionales (módulo de deformación y módulo de ruptura), estos parámetros difieren de una norma a otra; con respecto a la teoría elástica y el mecanismo de trabajo de estos elementos en las primeras etapas de explotación las diferentes normativas convergen en el mismo análisis.
  
- Existe cierta correspondencia entre los datos obtenidos por la vía experimental y el método de cálculo adoptado por la NC-207:2013. Para momentos relativamente pequeños, la expresión que propone la Instrucción española para determinar el módulo de ruptura es más eficaz que la expresión adoptada por la NC-207:2013, al igual que las expresiones para la determinación teórica del módulo de deformación. En la etapa inicial de cargado y para pequeños valores de momento flector el comportamiento del elemento ensayado presenta menor rigidez que la calculada y no existe correspondencia entre las flechas observadas y los valores calculados en este intervalo.
  
- La tendencia de las curvas de Momento vs Flecha es a disminuir la pendiente; en el caso de los valores medidos este efecto no se observa en igual magnitud que lo calculado, para este intervalo la rigidez real es mayor que la determinada teóricamente.

## Recomendaciones

- Acceder a las normativas vigentes en cada región para tener más elementos comparativos y así enriquecer el contenido teórico de este trabajo, de esta forma se suministraría una gama de resultados mucho más amplia.
- Conservar la losa en su estado original para la continuación de este trabajo.
- Ensayar la losa hasta la rotura
- Proponer el desarrollo del tema concerniente a las **llaves de cortante** como continuidad a esta investigación.

## Bibliografía

1. **BAYCOV V. N. y STRONGIN S. G.** “*Estructuras de construcción*”. Editorial Mir, Moscú, 1982.
2. **CALAVERA RUIZ José.** “*Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*”. (Tomo I y II), INTEMAC, España, 1999.
3. **COMITÉ ACI 318:14.** “*Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario (ACI 318SR-05)*”. Farmington Hills, Michigan, 2014.
4. **HERNANDEZ SANTANA J. J. y HERNANDEZ CANEIRO J. A.** “*Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites*”. (Parte I), 2010.
5. **JIMENEZ MONTOYA Pedro, GARCIA MESEGUER Álvaro y MORAN CABRE Francisco.** “*Hormigón Armado*”. 14ª Edición, Barcelona, España, 2000.
6. **MELI Roberto.** “*Diseño estructural*”. Editorial Limusa, México, 1985.
7. **NC-207:2013.** “*Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón*”, 2013.
8. **NILSON Arthur H. y DARWIN David.** “*Diseño de estructuras de concreto*”. Duodécima edición, McGraw-Hill, Bogotá, Colombia, 2001.
9. **PARK R. y PAULAY T.** “*Estructuras de concreto reforzado*”. Editorial Limusa, México, 1988.
10. **TIMOSHENKO S.** “*Resistencia de materiales*”. (Primera parte), Espasa – Calpe, Madrid, 1957.

## Anexos

### *Anexo 1 Fotos previas al ensayo.*









**Anexo 2 Fotos del proceso de cargado.**











UNIVERSIDAD DE HOLGUÍN  
OSCAR LUCERO MOYA

---