



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

Una visión dinamizadora de la visualización en la formación inicial del profesor de Matemática.

A dynamic vision of visualization in the initial formation of the Mathematics teacher.

Wilber Garcés Cecilio¹, Nolbert González Hernández², Luis Narciso Grimaldy Romay³.

¹Universidad de Holguín, Cuba wilbergc@uho.edu.cu, ²Universidad de Holguín nolbertreblon@gmail.com, ³Universidad de Holguín grimaldy@uho.edu.cu

RESUMEN

En la ponencia se presentan algunos resultados, teóricos y prácticos de una investigación que considera la necesidad de desarrollar modo de actuación en los profesores en formación de la carrera Educación Matemática de la Universidad de Holguín, de manera tal que provoque un cambio en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, mediante la utilización de métodos que favorezcan la construcción y reconstrucción de conocimientos. Desde esta posición se plantean un conjunto de regularidades para que la visualización adquiriera la dimensión de método heurístico, así como varias exigencias didácticas las cuales son necesarias tener en cuenta, para que el profesor en formación, desde su experiencia personal, comprenda la utilidad del mismo y de esta manera lo transfiera a su práctica profesional, desarrollándolo como modo de actuación. Al caracterizar la visualización como método se ha tenido en cuenta los recursos, medios y procedimientos asociados al mismo, los que han favorecido su aplicación práctica, además de proporcionar fundamentos didácticos, los que se ofrecen a los profesores en formación, y ello ha contribuido a elevar la comprensión de la necesidad de poseer una amplia cultura matemática y didáctica, para desarrollar un efectivo proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Palabras clave: visualización; modo de actuación; método heurístico; formación inicial.

ABSTRACT

The paper presents some results, both theoretical and practical, of a research that considers the need to develop a way of acting in the teachers in training of the Mathematics Education career of the University of Holguin, in such a way that it provokes a change in the development of the process of teaching and learning Mathematics, through the use of methods that favors the construction and reconstruction of knowledge. From this position, a set of regularities are posed so that visualization acquires the dimension of a heuristic method, as well as several didactic requirements which are necessary to take into account, so that the teacher in training, from his personal experience, understands the usefulness of it and in this way transfers it to his professional practice, developing it as a way of acting. In characterizing visualization as a method, the resources, means and procedures associated with it have been taken into account, those that have favored its practical application, as well as providing didactic foundations, those



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

that are offered to teachers in training, and this has contributed to raising the understanding of the need to possess a broad mathematical and didactic culture, in order to develop an effective process of teaching and learning Mathematics.

Keywords: visualization; mode of actuation; heuristic method; initial formation.

INTRODUCCIÓN

Hace varias décadas investigadores de diferentes latitudes del mundo han estudiado el uso de recursos visuales en la enseñanza de la Matemática y han puesto específicamente a la visualización matemática como eje central en sus investigaciones (Arcavi, 2003; Presmeg, 1995, 2014; Cantoral y Montiel 2001; Figueiras 2005, Ahori, 2000; Bishop, 1988, 1989; Duval, 2003, 2006). En estos trabajos se aborda la visualización, fundamentalmente, desde una sola arista: las distintas formas que existen de interpretar conceptos abstractos utilizando figuras hechas con lápiz y papel, figuras en la pizarra, gráficas o animaciones elaboradas con ayuda de cualquier software matemático, así como la utilización de estas interpretaciones en clases de Matemática. A estas formas de hacer que se interpreten estas definiciones de conceptos matemáticos abstractos o las relaciones que estos tienen con otros, a groso modo es a lo que se le ha llamado visualización.

CLARIFICACIÓN Y POSICIONAMIENTO CONCEPTUAL

La existencia de determinados objetos, relaciones y operaciones, dentro del sistema conceptual de la Matemática, que no se pueden graficar o representar de forma instrumental ha motivado que, por más de 200 años, la construcción del conocimiento matemático haya tenido un estilo, predominantemente, poco ilustrativo mediante figuras, objetos, esquemas y gráficos, aún en aquellos casos que si son posibles. Como consecuencia, se evidencia que en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática se ha hecho más hincapié en la representación simbólica mediante un tratamiento lógico y algebraico de los contenidos, que en procesos relacionados con el pensamiento espacial. “Hipócrates de Quios en su *Quadratura Lunularum*, tuvo el cuidado de probar teóricamente aún desigualdades que podrían haberse hecho obvias mediante ilustración. Esta observación muestra que Hipócrates ya no confiaba en la evidencia de la simple visualización”. (Szabó, 1960, p. 40).

Esta desconfianza ha existido durante un largo tiempo, y ha dado lugar a que en ocasiones se emplee la visualización gráfica como algo secundario cuya única función es propiciar el retorno a los estilos algebraicos tradicionales de enseñanza, generando de esta forma una visión incompleta de la visualización al no contemplar la unidad entre lo algebraico-gráfico así como lo gráfico-algebraico, esto ha generado que a muchos profesores de Matemática no les es posible explotar todo el potencial que la visualización ofrece al integrarse en el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática. Todo ello ha marcado una tendencia que se ha convertido en modo de actuación en los profesores de



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

Matemática a la hora de dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje de esta ciencia. Desde esta perspectiva se plantea la necesidad de que el profesor "...en su tarea de formación de los más jóvenes, debe consistir en tratar de transmitir no solamente la estructura formal y lógica del quehacer matemático..., sino también, y probablemente con mucho más énfasis, estos aspectos estratégicos e intuitivos de su oficio, que por otra parte son probablemente mucho más difíciles de hacer explícitos y asimilables para los estudiantes..." (Guzmán, 1996, p. 34).

En la actualidad, debido principalmente al desarrollo tecnológico y a las aplicaciones de este en la enseñanza de la matemática, fundamentalmente, con el empleo de software se ha comenzado una etapa que contempla, con mayor frecuencia, el uso de recursos visuales como apoyo didáctico tanto al lenguaje aritmético como al algebraico y viceversa, lo que promueve que la mayoría de los profesores de matemática intenten emplear la visualización en sus clases, conozcan o no, estos profesores, el rol que está desempeñando la visualización matemática en el proceso que ellos dirigen, o estén conscientes o no de que están empleando de alguna forma este proceso durante el desarrollo de su clase.

Presmeg (2006, p.227) plantea lo que considera trece preguntas significativas relacionadas con la visualización en Educación Matemática que urge responder, por la relación que tienen con el tema de investigación que se desarrolla, se ha considerado pertinente reproducir una selección de ellas:

- 2- ¿Qué aspectos culturales del aula promueven el uso y ejecución del pensamiento visual efectivo en las matemáticas?
- 3- ¿Qué aspectos en el uso de diferentes tipos de imaginación y visualización son efectivos en la resolución de problemas matemáticos en niveles diversos?
- 7- ¿Cómo pueden ayudar los maestros a los estudiantes a hacer conexiones entre inscripciones visuales y simbólicas de las mismas nociones matemáticas?
- 8- ¿Cómo le pueden ayudar los maestros a los estudiantes a hacer conexiones entre la imaginación visual idiosincrásica y las inscripciones, y los procesos matemáticos convencionales y las notaciones?
- 10- ¿Cómo puede ser la visualización implementada para promover generalización y abstracción matemática?
- 12- ¿Cómo cambian los aspectos visuales de la tecnología de la computadora la dinámica del aprendizaje de las matemáticas?
- 13- ¿Cuál es la estructura y cuáles son los componentes de una teoría de visualización para educación matemática?

Además, se ha considerado conveniente incorporar otras interrogantes, que urgen contestar también, desde la perspectiva de una didáctica para la formación de profesores de Matemática:

- 1- ¿Cuál es el rol actual de la visualización en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática?



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

- 2- ¿Podemos usar a la visualización matemática como un modelo que desarrolle modo de actuación del profesor de Matemática mediante la comprensión teórica y práctica en la que se sustenta la misma?
- 3- ¿Cómo se logra dinamizar el proceso de enseñanza aprendizaje, durante la formación del profesor de Matemática, a través del proceso de visualización?

El análisis de los diferentes planes de estudios para la formación de Licenciados en Educación en la especialidad de Matemática, cuando se diseña el modelo del profesional se enfatiza en la necesidad de desarrollar, en este futuro profesional, modo de actuación que permita transformar el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina. Es así que se proyecta el desarrollo de esta investigación dirigida a desarrollar modos de actuación en los profesores en formación de la carrera de Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Holguín, para fomentar en estos futuros profesores la búsqueda de alternativas que favorezcan la transformación de los modelos tradicionales de enseñanza utilizados hasta ahora. En la misma se pretende fundamentar a la visualización matemática como un método heurístico y se exponen sus procedimientos asociados. Desde otra perspectiva se defiende que el método de la visualización puede ayudar a modificar el esquema de enseñanza algebraico tradicional inculcando a los profesores en formación modos de actuación que permiten complementar la enseñanza de la matemática con nuevos métodos de aprendizaje acorde con las exigencias educativas actuales.

Seguidamente se resumen resultados obtenidos empíricamente a través de intervenciones directas de los autores sobre los profesores en formación, intervenciones que involucran el uso de la visualización matemática en el planteo, resolución o reformulación de problemas, apoyando el procedimiento seguido en análisis gráficos y sus interpretaciones, haciendo uso muchas veces de las ventajas que ofrece el empleo de las tecnologías de la información y la comunicación.

Durante la aplicación de la visualización en el proceso de enseñanza aprendizaje en la formación inicial del Licenciado en Educación Matemática los autores partieron de considerar el papel que juegan las estrategias, los recursos y los métodos que se emplean en dicho proceso para el desarrollo de modos de actuación de este futuro profesional, compartiendo de esta manera lo planteado por Garcés, W. (2003) sobre el efecto reproductor o de modelaje que tiene el modo de actuación del profesor formador sobre el modo de actuación que desarrolla en su práctica profesional el profesor en formación, cuando este valora positivamente la eficacia y utilidad que el mismo ha tenido en el proceso de adquisición de nuevos conocimientos y desarrollo de habilidades para resolver ejercicios y problemas de alta o mediana complejidad.

Sobre la base de estas posiciones los autores han considerado necesario plantear un conjunto de regularidades, para que la visualización adquiriera la dimensión de método que se transfiera como modo de actuación. Estas son:



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

1. La visualización está concebida con un fin bien determinado, el que debe permitir revelar el sistema conceptual que se necesita para dar solución a la tarea planteada e integrarlo de manera tal que genere nuevos conocimientos.
2. Para lograr los objetivos se requiere de un ordenamiento adecuado de los datos planteados en la(s) tarea(s), de los medios que sirven de apoyo, de los recursos que disponemos, así como de los procedimientos apropiados, todo esto obedeciendo a una rigurosa planificación que permita que los estudiantes se apropien de los conocimientos en un ambiente donde predomine la reflexión crítica.
3. El empleo de la visualización debe proporcionar el planteamiento de nuevos retos, pues ello contribuye a educar nuevas forma de pensar y actuar para enfrentar con éxito la resolución de problemas propios de la Matemática o de otras disciplinas. De nada sirve permanecer estático en un nivel porque se considere que los alumnos no están preparados para mayores desempeños.
4. La visualización en el proceso de enseñanza aprendizaje debe contribuir a que el logro de los objetivos se alcance de forma más efectiva a través de un mejor aprovechamiento del tiempo, hacerlo de manera más fácil y comprensible, con el empleo de los materiales y recursos imprescindibles, todo en función de elevar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje.
5. La visualización tiene sentido en el proceso que se sigue para dar solución a tareas de alto nivel de dificultad para los estudiantes, sobre la base del planteamiento, por parte del profesor, de tareas más simples que direccionen de manera segura, sencilla y bien definida la solución de las tareas inicialmente planteadas. Las tareas más simples deben estar orientadas hacia la representación de los datos a través de símbolos, gráficos, figuras, esquemas o cualquier otra que se considere conveniente y útil para aprender todo lo que se debe aprender y desarrollar habilidades para aprender más y así poder enfrentar los retos que la vida le imponga.

Estas regularidades han permitido revelar que la visualización como método con el que el profesor formador pretende facilitar los aprendizajes para desarrollar modos de actuación de los profesores en formación, concebida a partir de tareas que propicien la interacción entre profesor formador-profesor en formación, y profesor en formación-profesor en formación, debe proporcionar motivación, información y orientación para concebir y realizar sus aprendizajes, y debe tener en cuenta las siguientes exigencias didácticas:

1. Considerar las características individuales y grupales en el planteamiento de tareas.
2. Tener en cuenta las motivaciones e intereses de los profesores en formación.
3. Incorporar el empleo progresivo de las tecnologías de la información y la comunicación haciendo énfasis en el empleo de software educativos y de aplicación Matemática



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

4. Considerar un adecuado tratamiento para que los errores no se conviertan en fracaso sino que los mismos se constituyan en punto de partida para alcanzar nuevos aprendizajes.

5. Desarrollar en los profesores en formación estrategias metacognitivas.

6. Plantear actividades de aprendizaje colectivas, pero tener presente que el aprendizaje es individual.

Sobre la base todo lo planteado anteriormente se evidencia que la visualización se constituye como un método por poseer lenguaje didáctico, estar estructurado a partir de medios, recursos y procedimientos que facilitan su implementación en la práctica educativa lo que permite desarrollar acciones didácticas que dinamizan el proceso enseñanza aprendizaje.

Desde este enfoque los autores plantean: que la visualización es entendida como un método heurístico que permite dinamizar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática a través de la solución de problemas así como el planteamiento de situaciones que enriquezcan el proceso de construcción y reconstrucción del nuevo conocimiento matemático.

A este método están asociados los procedimientos:

- Representación mental de los objetos, relaciones y operaciones que se revelan en el planteamiento del problema, es decir conceptos en su dimensión abstracta.
- Representación materializada a través de símbolos, gráficas, figuras, esquemas u otras formas que permita revelar la interdependencia que se establece entre los objetos, relaciones y operaciones asociadas al planteamiento del problema, es decir la relación y representación del sistema conceptual que aparecen en el problema.

CONCLUSIONES

Lo expuesto anteriormente evidencia que el uso reflexivo y creativo de nuevos métodos de enseñanza permite dar un significado concreto a los entes matemáticos abstractos. Y muestra que "... en la visualización matemática lo que interesa es precisamente la habilidad del estudiante... para representar un concepto matemático o problema y para usar el diagrama para el logro del entendimiento, y como una ayuda en la resolución de problemas." (Zimmermann and Cunningham, 1990, p. 3). Por esta razón es necesaria la utilización de estos métodos que permiten una adquisición efectiva de los contenidos impartidos en el aula. La explicación a estos resultados, hipotéticamente, es que nos apropiamos del conocimiento cuando este es impartido de una forma que involucre a todos los integrantes del proceso docente. La poca frecuencia con que se interpretan las propiedades, relaciones, etc, visualizando mediante tareas docentes impide que a menudo los alumnos no puedan interpretar los resultados y que al apoyarse



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

plenamente en recursos algebraicos no son conscientes de lo que representan los resultados obtenidos. Urge que los profesores utilicen métodos que permitan a sus estudiantes visualizar en el sentido más abarcador de este concepto y a comprobar sus resultados dándole un significado concreto a las nociones matemáticas. Sobre esta base concluye que:

- 1- La visualización matemática es un proceso superior del estadio del pensamiento matemático mediante el cual se interpretan y relacionan conceptos matemáticos que permite generar, transformar, analizar y comunicar procedimientos previamente desconocidos.
- 2- La visualización como método heurístico puede ser desarrollada conjugando el uso de medios y recursos tradicionales con el uso de las TIC.
- 3- La visualización como método tiene que trascurrir en una unión armónica entre la representación mental de objetos, relaciones y operaciones y su representación materializada a través de símbolos, figuras, gráficos, esquemas u otros que se consideren necesarios y pertinentes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahori, D. (2000). What you see is what you get – the influence of visualization on the perception of data structures. In T. Nakahara & M.Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th PME International Conference*, 1-8.
- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11 (1), 7-16.
- Bishop, A.J. (1988). A review of research on visualization in mathematics education. In A. Borbás (Ed.), *Proceedings of the 12th PME International Conference*, 170-176.
- Cantoral, R. y Montiel G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Prentice Hall y Pearson Educación
- Duval, R. (2003). "Voir" en Mathématiques. En Filloy, E. (Ed.), *Matemática educativa: aspectos de la investigación actual* (pp. 41-76). México: FCE.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 103-131.
- Figueiras, L. (2005). *Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización. Enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 23 (2), 217-226.
- Garcés, W. (2003). *Desarrollo de Modo de Actuación para el Trabajo con Sistema de Tareas en la Formación Inicial de Profesores de Matemática-Computación*. (Tesis doctoral no publicada), Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero, Holguín, Cuba.



CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y
CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN

Universidad de Holguín, 2020

- Guzmán, M. (1996). El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en Análisis Matemático. Pirámide, Madrid.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez y P. Boero (eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education (pp.210-213). UK: Sense Publishers.
- Presmeg, N. (2014). Contemplating visualization as an epistemological learning tool in mathematics. *Mathematic Education* 46, 151–157.
- Presmeg, N. and Bergsten, C. (1995). Preference for visual methods: An international study. In L. Meira and D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th PME International Conference*, 58-65.
- Szabó A. (1960). The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definitions and axioms. *Scripta Mathematica* 27(1), 27-49.
- Zimmermann, W. and Cunningham S. (1990) What is Mathematical Visualization? In *Visualization in Teaching and Mathematics* (Zimmermann) W. and Cunningham S. Editors), MAA Series. USA.



**CONFERENCIA DE INFORMÁTICA, MATEMÁTICA Y
CIENCIAS DE LA INFORMACIÓN**

Universidad de Holguín, 2020