



**Universidad  
de Holguín**

---

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y AGROPECUARIAS

DPTO. FÍSICA

# TÍTULO: LA VISUALIZACION COMO ALTERNATIVA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS EN ONCENO GRADO.

## TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO DE MATEMÁTICA-FÍSICA

Autor: Nolbert González Hernández

Tutor: Ms. Luis Grimaldy Romay, Auxiliar

HOLGUÍN 2018



## **AGRADECIMIENTOS**

A mis profesores de toda la vida.



## DEDICATORIA

A mi familia por su apoyo incondicional.



## RESUMEN

En los últimos tiempos, el estudio de la visualización en el pensamiento matemático es objeto de numerosas investigaciones, en parte, debido al surgimiento de la computadora como un recurso didáctico para la comprensión de conceptos matemáticos. Este trabajo tiene como objetivo reflexionar sobre la importancia de poder relacionar e interpretar el análisis que se hace para determinar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas con su interpretación gráfica. Presentamos un conjunto de tareas docentes y de orientaciones metodológicas, sustentadas en el principio heurístico general de la visualización, mediante el cual se enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.

El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permite dar un significado concreto a las nociones matemáticas, por esta razón es necesario el diseño de nuevos materiales, utilizando una nueva metodología, donde se muestre su uso efectivo en el aula.

Se pudo constatar en la práctica pedagógica, a través de la aplicación de diferentes métodos investigativos, que las tareas y orientaciones metodológicas elaboradas potencian de manera significativa el aprendizaje de los contenidos sobre funciones exponenciales y logarítmicas, en contraposición con las insuficiencias encontradas al utilizar los métodos tradicionales, lo cual muestra que hubo transformación en el problema declarado y por tanto, realizado el objetivo de investigación.



## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	1
I FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA PROPUESTA COMO RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN .....	6
1.1 CONCEPCIONES TEÓRICAS SOBRE LA VISUALIZACIÓN.....	6
1.2 CONCEPCIONES PSICOPEDAGÓGICAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. ....	8
1.3 RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO DEL PROBLEMA.....	12
II LA TAREA DOCENTE EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS. ....	13
2.1 - LAS TAREAS DOCENTES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA –APRENDIZAJE CONCEPCIONES Y TENDENCIAS. ....	14
2.2 PROPUESTA DE TAREAS DOCENTES.....	21
2.3- ORIENTACIONES METODOLÓGICAS PARA LA UTILIZACIÓN DE LAS TAREAS.....	30
III. UNA APROXIMACIÓN A LA VALORACIÓN Y PERTINENCIA DE LA PROPUESTA .....	31
CONCLUSIONES GENERALES .....	38
RECOMENDACIONES .....	39
BIBLIOGRAFÍA.....	1
ANEXOS .....	3



## INTRODUCCIÓN

La historia de la educación muestra que los descubrimientos científicos, en todos los tiempos, han tenido su impacto en el qué o el cómo enseñar, el cual se puede ilustrar ampliamente en el caso de la Matemática. Contenidos que antes se enseñaban en niveles más avanzados y su aprendizaje resultaba complicado se imparten hoy a niños desde edades tempranas. El propio avance de la ciencia y la técnica es un factor importante para que la escuela no se convierta en una fuente de conocimientos obsoletos y pueda brindar una preparación a la altura de los tiempos que les correspondan vivir a los estudiantes que a ella asisten. Desde esta perspectiva ha sido dominante la creencia de que el aprendizaje de la Matemática ha constituido históricamente para muchas personas un proceso complejo, por el carácter abstracto de esta, por el nivel de complejidad que posee su contenido como ciencia, así como, por la forma en que se ha tratado de enseñar; elementos que en la mayoría de los casos han provocado un rechazo por parte de los estudiantes hacia ella (Estrada, M. 1998).

El eje central de la mayoría de las investigaciones educacionales lo constituye, la misión de la Educación en los momentos actuales, la cual se define como, la formación de un individuo competente, es decir que la formación de su personalidad contemple la aprehensión de los cuatro saberes fundamentales (saber, saber hacer, saber ser y saber convivir), lo que lo convertirá en un individuo capaz de desempeñar un rol determinante en la solución de los problemas económicos, políticos y sociales que afronta nuestro país y el resto del mundo, sobre la base para el desarrollo y mejoramiento de las condiciones de vida de la población, lo cual se logrará en gran medida con una alta efectividad de la dirección del aprendizaje de la Matemática.

El punto de partida de la presente investigación está dado en los resultados obtenidos en la práctica laboral concentrada desarrollada en el Preuniversitario “Enrique José Varona de la Pera” del municipio de Holguín, en la misma como resultado de la aplicación de un conjunto de técnicas e instrumentos investigativos, tales como: encuestas, entrevistas, pruebas pedagógicas y visitas a diferentes formas de organización del proceso docente, se constató la existencia de un grupo



de insuficiencias en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, las cuales se relacionan a continuación:

- Insuficiente distinción de los rasgos esenciales de la definición de los conceptos ya tratados y las de los que se quieren obtener.
- Se explota poco los recursos de la interdisciplinariedad en la obtención de nuevos conocimientos.
- Limitado desarrollo en la generalización e interrelación de conceptos.
- Poco uso de la visualización de los resultados mediante el empleo de gráficos y figuras.

Estas insuficiencias alcanzan su mayor manifestación en el tratamiento de las funciones, en especial en la unidad temática, Funciones exponenciales y logarítmicas, de onceno grado. Siendo significativo el poco desarrollo de habilidades que permitan lograr una eficiente vinculación de los conceptos matemáticos con las interpretaciones geométricas y analíticas de estos, lo que limita el desarrollo de capacidades intelectuales.

Desde otra dirección los estudiantes y docentes tienen a su alcance un conjunto de recursos teóricos y tecnológicos de gran utilidad para solucionar las insuficiencias antes citadas.

Los elementos antes declarados dan evidencia de la existencia de una contradicción cuya manifestación externa está dada en no lograr un adecuado aprendizaje de la Matemática por parte de los estudiantes, con énfasis en la unidad de funciones exponenciales y logarítmicas.

Como una primera aproximación a las causas de estas insuficiencias se declara, el insuficiente empleo de la visualización como recurso heurístico fundamental en el proceso de enseñanza de la Matemática y con gran incidencia en la unidad temática antes citada. Estas insuficiencias generan que no se logre cumplir con efectividad las dos principales misiones del proceso de enseñanza de la Matemática la motivacional y la heurística.



Constatada la existencia de las insuficiencias y luego de un proceso de entrevistas con profesores de experiencia, así como los resultados derivados de las conclusiones del activo de la práctica laboral, se propone la realización de una investigación en la que se declara como **problema de investigación** ¿Cómo favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas que se desarrolla con los estudiantes de onceno grado del Preuniversitario “Enrique José Varona de la Pera” del municipio de Holguín? Para dar solución al problema planteado se propone como **objetivo de la investigación**. La elaboración de un conjunto de tareas docentes y de orientaciones metodológicas, sustentado en el principio heurístico general de la visualización, mediante el cual se favorezca el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en el onceno grado del Preuniversitario “Enrique José Varona de la Pera” del municipio de Holguín

Se determina como **objeto de investigación**: el proceso de enseñanza aprendizaje que se desarrolla en la asignatura de Matemática en el onceno grado; y como **campo de investigación**: el tratamiento de conceptos, teoremas y procedimientos contenidos en la unidad temática de “funciones exponenciales y logarítmicas” mediante el empleo de tareas docentes que conduzcan a la visualización en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática.

Para conducir el trabajo siguiendo la lógica investigativa se plantearon las siguientes preguntas científicas:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan la visualización como principio heurístico general para la elaboración de tareas docentes, que permiten incorporarlo como línea metodológica fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado en preuniversitario?
2. ¿Cuál es el estado actual del proceso de enseñanza - aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado en el preuniversitario Enrique José Varona de la Pera del municipio Holguín?



3. ¿Cuál es el estado actual del dominio de los recursos y elementos básicos para el empleo de las nuevas tecnologías, en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en particular en el proceso de visualización?
4. ¿Qué recursos didácticos pueden aplicarse para favorecer el proceso de enseñanza - aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado en el preuniversitario Enrique José Varona de la Pera del municipio Holguín, mediante el empleo de la visualización como principio heurístico?
5. ¿Es pertinente la utilización de la propuesta elaborada para lo que fue concebida?

Para dar respuesta a las preguntas científicas planteadas nos proponemos las siguientes tareas:

1. Análisis de la bibliografía relacionada con la investigación, para conocer el sustento teórico que sirven de fundamento a la misma, el nivel de profundidad con el que se imparten los contenidos en los programas de Matemática de niveles precedentes y la determinación de las relaciones de estos con la unidad temática escogida para el desarrollo de la investigación.
2. Diagnosticar las insuficiencias que tienen los estudiantes en el dominio de la base conceptual y el desarrollo de habilidades generales del pensamiento, así como la importancia que los docentes le atribuyen al principio heurístico general de la visualización como categoría fundamental del proceso pedagógico.
3. Elaborar y fundamentar una propuesta de tareas docentes y orientaciones metodológicas para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, sustentadas en el principio heurístico de la visualización
4. Valorar la pertinencia de la propuesta para lo que fue concebida.



Para darle cumplimiento a las tareas previstas y consecuentemente al objetivo, para con ello proporcionar una solución aproximada al problema planteado, se utilizaron los siguientes métodos de investigación pedagógica:

**Métodos empíricos:** Con la aplicación de estos métodos se logró obtener información sobre la realidad, como punto de partida para enriquecer las valoraciones teóricas.

**La observación:** mediante la observación se recopiló información acerca del objeto de investigación, así como se comprobó empíricamente la pertinencia al aplicar la propuesta de solución.

**La entrevista:** se utilizan para la búsqueda de información en docentes y directivos sobre el objeto de investigación, así como en el análisis de la efectividad de la implementación de la propuesta.

**La encuesta:** Con la aplicación de esta se logra obtener las informaciones en grupos de estudiantes y docentes.

**Métodos teóricos:**

**El histórico-lógico:** su empleo permitió analizar la evolución y desarrollo del objeto de investigación en el tiempo, su naturaleza cualitativa, determinar cuáles fueron las tendencias en su evolución, así como las condiciones y formas concretas de su desarrollo.

**El análisis-síntesis y la inducción-deducción:** su aplicación permitió descomponer el objeto de investigación en sus partes y sintetizar cualidades emanadas de estas en un todo.

**El hipotético-deductivo:** permitió formular las preguntas científicas y a partir de postulados generales obtener inferencias sobre la veracidad de las respuestas dadas a las mismas.

La **novedad científica** de la tesis consiste en revelar lógica integradora entre la visualización como recurso heurístico, el empleo de las nuevas tecnologías y las tareas docentes en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en el onceno grado.



## I FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA PROPUESTA COMO RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.1 CONCEPCIONES TEÓRICAS SOBRE LA VISUALIZACIÓN.

En Matemática la visualización tiene un rol importante. Al respecto, De Guzmán (1996) plantea que las ideas, conceptos y métodos de las Matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geoméricamente y cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como en la manipulación con ellos para la resolución de los problemas del campo.

Zimmermann y Cunningham (1991), consideran a la visualización en el plano externo como ilustración y en el plano interno como producto de la imaginación del hombre, al reconocer que "... la visualización matemática es el proceso de formar imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con ayuda de materiales o tecnologías) y utilizar estas imágenes de manera efectiva para el descubrimiento y la comprensión matemática (citado por Apud. Hernández, 2001).

Es natural que la visualización constituya un aspecto importante en la solución de tareas que requieran de la representación gráfica y/o geométrica, el cual está dado por la naturaleza misma de este tipo de representaciones en el plano instrumental.

Las imágenes mentales, es decir, las representaciones mentales que se pueden hacer de figuras geométricas, dibujos y conceptos constituyen el elemento central de la actividad de razonamiento visual y de la visualización geométrica. Para Presmeg (1985) la imagen visual constituye un esquema mental que describe cierta información visual. En lo que este plantea se incluye tanto el dibujo en forma de imagen mental, como la abstracta intuición espacial que puede ser experimentada como un tipo de imagen y que es particularmente efectiva en la abstracción geométrica espacial. Las imágenes visuales (físicas o mentales) son los objetos que se crean, utilizan y transforman en la actividad de visualización.



La imagen visual se caracteriza como un componente que tiene papeles diversos e importantes para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

En los últimos tiempos, el estudio de la visualización en el pensamiento matemático es objeto de numerosas investigaciones debido al surgimiento de las herramientas tecnológicas como un recurso didáctico para la comprensión de conceptos matemáticos. En esta presentación se muestran algunas definiciones de visualización.

- 1- La visualización como la representación semiótica de un objeto, es decir a lo que se refiere a los signos, relaciones y significados que estos presentan. Explica que la visualización o mediante ella es posible comprender la organización y configuración casi sinóptica de los objetos. Hace visible todo lo que no es accesible a la visión y aportando una imagen global de cualquier organización de relaciones. (Duval, Raymond. 2002)
- 2- La visualización como el conjunto de tipos de imágenes, procesos y habilidades necesarias para que los estudiantes de geometría puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos geométricos. (Gutiérrez, Ángel. 2006)
- 3- La visualización como la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el fin de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas. (Arcavi, Abraham. 2003)
- 4- La visualización es el punto culmine de las ideas, conceptos y métodos que parten de relaciones abstractas para luego desvelar como resultado representaciones concretas. (De Guzmán, Miguel. 1996)
- 5- Se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático y, más generalmente, científico. (Cantoral, Ricardo. 2000)



La evolución que ha experimentado la tecnología ofrece nuevas formas de enseñar, aprender y hacer matemáticas. El uso reflexivo y creativo de las nuevas tecnologías permite dar un significado concreto a las nociones matemáticas. Por esta razón en este trabajo el autor asume la definición dada por Ricardo Cantoral, en la que se muestra la necesidad del diseño de nuevos materiales utilizando la visualización como un recurso heurístico, el que permita obtener, afianzar la comprensión y fijar los conceptos con mayor facilidad a los que se someten a la enseñanza algorítmica. En la definición seleccionada el autor refleja que: la visualización ya no está relacionada con un carácter puramente ilustrativo, también la reconoce como un componente clave del razonamiento ligada a la solución de problemas, e incluso contribuye en la integración conceptual y no simplemente de la percepción.

## 1.2 CONCEPCIONES PSICOPEDAGÓGICAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.

La educación como proceso conscientemente dirigido, establece con el hombre una doble relación tanto a nivel macro como micro social, relación en lo concerniente a conocimientos, habilidades, hábitos y procedimientos intelectuales para su realización (instrucción en un sentido amplio) y la relación referida a valores, sentimientos, actitudes (educación en un sentido estrecho). Estas dos relaciones se encuentran en permanente unidad dialéctica.

Todo momento instructivo es a la vez educativo y viceversa, pues las diferencias entre ambos conceptos son relativas y sobre todo de naturaleza teórica, unidad que se materializa en la escuela, sobre todo en la docencia, en la enseñanza a través de la relación bilateral profesor-estudiante y en la actividad extra docente y en correspondencia con las particularidades de la edad y del subsistema de Educación de que se trate (Abreu ,2004).

Un reto actual para la Educación consiste en formar un bachiller, preparado científicamente, identificado y comprometido con el pensamiento martiano, fidelista y guevariano, así como con la Revolución y el Socialismo.

Por la significación la incidencia que poseen algunas categorías de la Pedagogía General para la propuesta de solución que se plantea al problema científico



declarado, se considera oportuno declarar los principales presupuestos teóricos de estas.

Entre las categorías fundamentales que se asumen se encuentran las siguientes.

De la pedagogía general:

- Aprendizaje
- Interdisciplinariedad

El proceso de enseñanza-aprendizaje de una materia está estructurado en componentes personales (docente, estudiante) y componentes no personales (objetivo, contenido, método, medios, formas de organización y evaluación), se trata, entonces, de lograr la profesionalización de cada uno de estos componentes, en este caso en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Todo aprendizaje implica un cambio, una transformación del sujeto, pero, no siempre ese cambio o transformación conduce a un crecimiento personal. Con frecuencia el alumno repite la información que le ha expuesto el maestro, o realiza acciones que éste le ha indicado cómo hacer. Si se profundiza un poco más y se pide al alumno que argumente y explique la información, que haga una valoración crítica, que aporte criterios o ideas personales, él probablemente no podrá hacerlo correctamente.

Si además se le pide que explique los procesos internos que han intervenido en todo ese aprendizaje, los aspectos de su personalidad que han contribuido o entorpecido su propio proceso de aprender, cómo se ha sentido con respecto a la situación en que aprendió, es bastante probable que no podrá hacerlo. Incluso si al cabo de unos días se le examina de nuevo, recuerda poco.

En las ideas anteriores Raquel Bermúdez y Lorenzo Pérez han sintetizado la realidad que en los momentos actuales se afrontan en el aprendizaje de los contenidos de las asignaturas, en la investigación se corroboró para el caso del estudio de las funciones exponenciales y logarítmicas.

Ante esta situación se formularon las siguientes preguntas:



¿Se puede hablar de un verdadero aprendizaje?

¿Se puede afirmar que el estudiante creció como ser humano?

¿Se puede decir que el estudiante logró una apropiación de la experiencia histórico-cultural que le antecede a su generación?

Una respuesta completamente negativa sería categórica, pues siempre ocurre algún aprendizaje, algún crecimiento personal, etc. Sin embargo, sobre la base de este proyecto social y los objetivos que defiende la escuela cubana, se es del criterio de que no es suficiente. Si se busca respuestas a estas interrogantes a partir de los resultados de los instrumentos aplicados durante el desarrollo de la investigación se llega a la siguiente conclusión.

Para un número significativo de estudiantes el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas es insuficiente como componente instrumental para su desempeño, así como, por su poca incidencia en la formación de una conducta responsable, independiente y auto-controlada, aspectos de gran importancia en la formación de la personalidad.

Por las razones antes mencionadas y contextualizando la investigación al momento histórico actual, donde los valores morales y éticos, la cultura económica y medio ambientalista de las personas, con énfasis en los jóvenes, constituyen una necesidad para la preservación de la especie humana, se asume que el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas no se puede separar de la formación de las cualidades de la personalidad de los estudiantes, es decir el aprendizaje de esta tiene que ser formativo.

Como concepto medular del aprendizaje formativo se encuentra el de crecimiento personal del individuo. El crecimiento personal se define como: el proceso de cambio y transformación que se produce en los contenidos y funciones psicológicas de la personalidad, que permite un nivel superior de regulación y autorregulación comportamental e implica, a partir de las exigencias de la sociedad, una mejor relación con su medio, con las otras personas y consigo mismo (Pérez, 2004).



Es una necesidad que el aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas adquiera, para los estudiantes, sentido y significado, es decir, un alto valor emocional que lo convierta en fuerza movilizadora de sus recursos, de sus potencialidades y que, al incorporarlo a ellos, modifique sus configuraciones personalógicas, convirtiéndose en una nueva adquisición para su desarrollo.

A su vez, el proceso de apropiación es individual, específico y único para cada sujeto, se produce en cada cual con un ritmo y características propias. El proceso de aprendizaje ocurre en el sujeto, como persona concreta y específica, es decir, el aprendizaje es un proceso individual. Lo antes expresado fundamenta la importancia que en la propuesta de solución al problema declarado se le atribuye al diagnóstico como componente regulador de inicio a fin del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Estrechamente ligada a la categoría de aprendizaje se encuentra la de interdisciplinariedad a la cual haremos referencia a continuación.

Históricamente la interdisciplinariedad ha surgido como resultado de motivaciones fundamentales: una académica (epistemológica) y otra instrumental. La primera tiene como objetivo la reunificación del saber y el logro de un cuadro conceptual global y la segunda pretende investigar multilateralmente la realidad.

Cada ciencia tiene un cuerpo de conocimientos específicos que la distingue de las demás, no obstante, las relaciones y nexos entre los diversos objetos de la realidad es tal que los contenidos de diversas ciencias se entrelazan y se complementan mutuamente, este entrecruzamiento debe ser objeto de tratamiento durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de cada una de estas ciencias.

Frecuentemente, un mismo objeto es estudiado por diferentes ciencias desde diferentes puntos de vista. Los resultados así obtenidos se complementan. Es necesario conducir los razonamientos de los estudiantes de tal modo que no surjan contradicciones lógico-formales derivadas de los conocimientos que sobre un objeto aportan diferentes ciencias (hay que distinguir las contradicciones lógico-formales, que no deben existir, de las contradicciones dialécticas, que son inherentes a todo objeto).



La interdisciplinariedad debe ser asumida por el docente como una estrategia, como un principio didáctico para propiciar el perfeccionamiento del modo de actuación del claustro y su desempeño en el contexto de actuación. De manera que le permita trabajar desde las asignaturas y responder a los problemas más generales que suceden en ellas y que desde enfoques disciplinarios no pueden ser resueltos (M. Álvarez, 2008).

Lo antes expuesto, en principio, es consecuente con los eslabones del proceso pedagógico; por cuanto se parte del planteamiento de una situación problémica que es necesario diseñar para proyectar la lógica de la actividad. Esta situación deberá condicionar el surgimiento de una motivación en el estudiante para disponerse a aprender la habilidad profesional que permita dar solución a la problemática y una posterior sistematización de las acciones que posibilitarán solucionar y evaluar la solución del problema.

### 1.3 RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO DEL PROBLEMA.

En este epígrafe se caracteriza el estado actual del desarrollo de habilidades para la visualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado del preuniversitario Enrique José Varona de la Pera del municipio Holguín

Se aplicó una prueba pedagógica de entrada (ver anexos I y anexos II) a los 34 estudiantes de la muestra con el objetivo de valorar el desarrollo de las habilidades para resolver tareas relacionadas con funciones exponenciales y logarítmicas. La prueba consistía en dos problemas, el primero aplicar la definición de logaritmo, identificando los rasgos esenciales de la definición; y la segunda para relacionar funciones con sus gráficas correspondientes o viceversa.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

En la primera tarea correspondiente a los tres parámetros medidos (ver anexo III) 5 estudiantes clasificaron dentro del indicador **MA**, 5 en el indicador **A**, en el indicador **P** 19 estudiantes, en el indicador **B** 21 estudiantes, y finalmente en el indicador **MB** 52.



En la segunda tarea correspondiente a los tres parámetros medidos (ver anexo IV) 7 estudiantes clasificaron dentro del indicador **MA**, 7 en el indicador **A**, en el indicador **P** 18 estudiantes, en el indicador **B** 25 estudiantes, y finalmente en el indicador **MB** 45.

Como se puede apreciar en los resultados obtenidos la inmensa mayoría de los estudiantes se encuentran clasificados en los indicadores **P**, **B**, **MB**. Al analizar las respuestas de los estudiantes se constató que todos los que alcanzaron estos indicadores mostraron las siguientes dificultades:

- 1- No interpretan correctamente la definiciones estudiadas.
- 2- No relacionan las propiedades de las funciones con su gráfica.
- 3- No identifican las funciones a través del gráfico que la define.
- 4- Tienden a realizar los ejercicios sin considerar un tiempo para el análisis y la reflexión.

Teniendo en cuenta los resultados de la aplicación de las pruebas pedagógicas, las entrevistas y las observaciones de clases realizadas, se puede concluir que los estudiantes del onceno grado del preuniversitario “Enrique José Varona de la Pera” del municipio Holguín, no han desarrollado las habilidades necesarias para analizar las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas y deducir sus gráficas a través de visualizar estas propiedades.

Estas habilidades se han visto afectadas debido a los problemas que manifiestan los estudiantes para comprender los problemas, mostrado tendencia a la ejecución a la hora de enfrentarse a ellos.

Todo lo anterior mostró la necesidad de realizar la presente investigación.

## II LA TAREA DOCENTE EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS.

Las tareas docentes con un enfoque que propicie el empleo de los recursos didáctico metodológico que ofrece la visualización, constituyen el aporte fundamental de la propuesta, las misma se sustenta en la integración de los fundamentos teóricos



recopilados mediante la revisión de diferentes trabajos, fundamentos a los cuales se hace referencia en este capítulo.

## 2.1 - LAS TAREAS DOCENTES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE CONCEPCIONES Y TENDENCIAS.

El diagnóstico integral del estudiante debe constituir para los docentes, un punto de partida para llegar a conocer cómo aprende, cómo piensa, cómo se comporta en la formación de las acciones valorativas y cuáles son sus cualidades; donde un conocimiento más completo y profundo le permite una mejor concepción y ejecución de las tareas docentes, de manera tal que permitan establecer los nexos entre los contenidos que se trabajan, todo ello ha permitido arribar a las siguientes consideraciones:

Muchos autores han analizado la tarea a partir de las funciones didácticas, nombrándolas situaciones docentes, tareas docentes o tareas didácticas. Entre estos investigadores se pueden citar a: Danilov (1985), J. Pidkasisti, P. (1986), N.Zubiera (1987), G .Labarrere (1988), Davidov (1990), Gil Pérez (1993), C. Álvarez (1995), M. Malgarejo (1995), I. Contreras (1995) y, W. Garcés (1997 y 2003), entre otros.

Según W. Garcés (2003), la tarea docente “es un medio a través del cual se ponen de manifiesto los componentes fundamentales de la actividad pedagógica. Su función principal es organizar la participación de los sujetos que intervienen en el proceso de enseñanza – aprendizaje dentro y fuera del momento de la clase. Su esencia transformadora se manifiesta a través del método que se emplee para solucionarla, de manera que ofrezca modo de actuación”. El autor en esta definición de tarea docente da una estructura más acabada al abordar la dialéctica de lo instructivo y lo educativo, que debe sustentar el proceso formativo de la personalidad del adolescente al proporcionarle modos de actuación.

M. Silvestre (1999), revela que las tareas docentes, han sido definidas por diferentes pedagogos y desde distintas perspectivas del aprendizaje atendiendo a sus características; pueden presentarse en una clase de tres formas diferentes:

Variada: que existan actividades con diferentes niveles de exigencia que conduzcan a la aplicación del conocimiento en situaciones conocidas y no conocidas, que



promuevan el esfuerzo y quehacer intelectual del escolar, conduciéndolo hacia etapas superiores de desarrollo.

Suficiente: la propia actividad dosificada, incluye la repetición de un mismo tipo de acción, en diferentes situaciones teóricas o prácticas; las acciones a repetir serán aquellas que promuevan el desarrollo de las habilidades intelectuales, la apropiación del contenido de aprendizaje, así como la formación de hábitos.

Diferenciada: promueven actividades que den respuesta a las necesidades individuales de los estudiantes, según los diferentes grados de desarrollo y preparación alcanzados.

Los siguientes requisitos propuestos por L. González (1999), constituyen una guía de orientación para su estructuración.

1. Partir del análisis de los objetivos del modelo de la educación preuniversitaria, objetivos del programa, asignatura, unidad, siguiendo el enfoque sistemático en su derivación gradual hasta la clase.
2. Definir las relaciones interdisciplinarias que se establece con el concepto integrador, centro en el módulo temático en que se desarrolla.
3. Prever qué, cuándo y por qué se emplean determinadas secuencias de tareas, en cada nivel.

La secuencia de las tareas docentes debe corresponderse, según esta investigadora, con el nivel de integración que se pretende en los estudiantes y que los conduzca al tránsito desde un pensamiento activo, a un pensamiento independiente y de este a un pensamiento creativo, como lógica para el logro de una integración consciente de los conocimientos por lo que el profesor debe conocer cómo se estructura.

Es importante en la situación de aprendizaje, tener presente el método que va a emplear el profesor para el uso de la tarea docente durante la clase. Este puede ser en elaboración conjunta o mediante el trabajo independiente en sus diversas variantes: problémica, búsqueda parcial, investigativo y técnica de trabajo en grupo. Se delimita al declarar la secuencia de actividades del profesor y el estudiante durante el desarrollo de la clase.



El análisis de las fuentes ya mencionadas permite sistematizar las características esenciales de las tareas docentes. A continuación, estas se presentan y fundamentan:

1. La tarea docente es la forma esencial de actividad del proceso de enseñanza-aprendizaje:

La investigadora M. Mariño (1999), se sustenta en que “no sólo se le considera como una categoría didáctica, sino psicológica (psicodidáctica) al ser la concreción didáctica de una teoría psicológica de la actividad, desde esta perspectiva, las tareas docentes ofrecen las potencialidades requeridas para la formación de las funciones psíquicas superiores avanzadas y la elevación del pensamiento al plano teórico”. A lo referido con anterioridad se le añade que el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene lugar de tarea en tarea hasta alcanzar exitosamente los objetivos planteados.

2. La tarea docente tiene un nivel de complejidad variable, por lo que puede emplearse en distintos niveles de asimilación:

Esta característica implica una dirección paulatina y controlada del proceso formativo, así como la posibilidad de tomarse como un componente para la elaboración de un sistema en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se viabiliza, entonces, que cada tarea docente cumpla con una función específica y permita una transformación sucesiva del estudiante.

3. La tarea docente es el medio posibilitador para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se personifique en cada estudiante:

C. Álvarez de Zayas (1999), se fundamenta en que cada estudiante las desarrolla de acuerdo con sus motivaciones e intereses, en dependencia de su propio desarrollo intelectual. Esto le confiere un carácter personalógico.

4. La tarea docente integra todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje:

El propio autor refiere que va dirigida al cumplimiento de un objetivo. Se asume esta categoría desde la concepción que es un reflejo pedagógico del encargo social y en ella se expresa lo que se pretende formar en los estudiantes como resultado de las



exigencias planteadas por la sociedad a la educación. Tomando en consideración estas ideas, el objetivo se convierte en el componente que permite determinar qué se persigue con cada tarea docente, así como el papel desempeñado por ellas en los diferentes niveles estructurales del proceso.

Al integrar los componentes del proceso, la tarea docente se convierte en el exponente principal de su contradicción esencial, la que tiene lugar entre el objetivo que se pretende alcanzar y el método utilizado por el estudiante para lograrlo. De esta forma, cada tarea incluye un contenido, de ella emanan los medios que se deben emplear en su solución y las formas de evaluación que se corresponden con los objetivos planteados. Esta característica también permite que se convierta en un factor decisivo para la instrucción, desarrollo y educación de los estudiantes, no tiene lugar de manera lineal, sino mediante relaciones complejas en las cuales puede prevalecer, en algún momento, lo instructivo, lo desarrollador o lo educativo.

En el Seminario Nacional para el personal docente MINED (2000), se recoge que “la participación del estudiante está vinculado a la concepción de actividades y tareas docentes que le conduzcan a esta búsqueda, el análisis reflexivo del conocimiento y del valor que tiene para él y la sociedad, la actividad y el proceso mental de los estudiantes varían en dependencia del contenido de la búsqueda”. Cuando el estudiante conoce la actividad de lo que estudia, el significado social que tiene el valor en sí y para sí, encontrará un sentido al objeto de aprendizaje que favorecerá su adquisición porque con ello se siente más estimulado en su desempeño.

A. Leyva (2000), plantea “que es necesario cambiar los códigos mentales de los hombres a partir de la adecuada relación de lo que se aprende en la escuela, la vida cotidiana y lo que se aprende investigando, por lo que se hace imprescindible lograr que en la escuela la dirección del aprendizaje esté dada a partir que el estudiante sea un investigador novel asesorado por un experto, en este caso el profesor”.

Lo anterior es posible, cuando se tiene en cuenta la ejecución de un buen diagnóstico, los objetivos del grado, los objetivos del programa y la preparación metodológica que posea el profesor, además de flexibilidad de pensamiento, para no establecer barreras que afecten la creatividad del estudiante.



En sentido general, se evidencia que las aproximaciones realizadas al estudio de las tareas docentes se centra en su dimensión formativa y que las mismas, constituyen un componente fundamental dentro del proceso de enseñanza -aprendizaje; permite la formación de habilidades y procedimientos encaminados a la formación integral de los estudiantes.

Elementos a tener en cuenta para la elaboración de tareas docentes:

1.- Determinar el contenido, los enfoques a adoptar, los métodos y los medios para el diseño y la dirección del proceso de enseñanza–aprendizaje y el contenido de la transformación (el cambio) que se desea lograr en el comportamiento y el modo de actuación del estudiante.

2.- Orientar la actividad durante el proceso de enseñanza– aprendizaje, al expresar qué se pretende lograr, hacia dónde conducir el proceso de cambio, hasta dónde llegar.

3.- Constituye el criterio principal a tener en cuenta para la valoración de la efectividad obtenida en el proceso y determina, por tanto, el contenido de la evaluación como componente del proceso de enseñanza–aprendizaje.

De esta forma el objetivo tiene que estar expresado en correspondencia directa con el nivel alcanzado por el grupo e incluso por estudiante.

4- Determinar el objetivo del tema: el objetivo del tema está planteado en los programas de las diferentes asignaturas y en él se expresa la máxima aspiración que se quiere lograr a través del desarrollo de dicho tema. No obstante, a lo anteriormente expresado, hay que agregar que el objetivo tiene que ser replanteado atendiendo a las características del contexto para el cual se formula.

5- Determinar el sistema de conocimientos correspondiente al tema seleccionado: el sistema de conocimientos del tema está determinado por los objetivos y en ellos se expresan aquellos aspectos que son imprescindibles para mantener la lógica con que se estructuran las ciencias, pero desde un enfoque pedagógico.

6- Establecer la relación entre los principales conceptos: para diseñar tareas docentes resulta de mucha ayuda elaborar un esquema donde se revele la relación



que se establece entre los diferentes conceptos que sirven de base para la comprensión del nuevo concepto y a la vez la relación que se establece entre este y otros conceptos contenidos en el sistema de conocimientos del tema, pues ello permite dar un enfoque perspectivo y retrospectivo a las tareas que conforman el sistema.

7- Establecer o asumir una tipología para las tareas: Las clasificaciones y tipologías de las tareas docentes se realizan sobre la base de:

Los fundamentos, los rasgos y las propiedades determinadas por la propia naturaleza de las tareas docentes. La fundamentación de su importancia desde el punto de vista práctico, es decir, a partir de la determinación de algún objetivo práctico. En Garcés, W. (1997) se ofrece una clasificación de tareas docentes (tareas de preparación, formación y desarrollo) y en el 2003 este autor ofrece una tipología que posibilita una mayor concreción para la formación de conceptos que se desarrolla durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, esto es:

1- Tareas para la búsqueda y procesamiento de la información.

Este tipo de tareas tiene como finalidad preparar al estudiante para el uso de las diferentes fuentes de información lo que conlleva a formar en él una cultura y una necesidad de búsqueda de información, así como a desarrollar habilidades para extraer de esa información lo esencial y los enfoques más sencillos y novedosos.

Este tipo de tareas adopta dos formas fundamentales de presentarse:

- ✓ La búsqueda y procesamiento de la información por indicación, esto es, cuando se orienta la actividad de forma explícita, indicando aquellos aspectos que se desean resaltar, además se indican los aspectos principales que se deben extraer como conclusiones.
- ✓ La búsqueda y procesamiento de la información por necesidad, este es el caso en que el contenido de la tarea exige buscar la información, pero no se plantea de forma explícita la actividad de búsqueda, el procesamiento de la información se realiza también como necesidad para dar solución a la tarea



planteada. En este tipo de tarea lo que surge es un auto planteamiento de la tarea de búsqueda y procesamiento de la información.

2- Tareas para revelar información. La finalidad de este tipo de tarea es que el estudiante mediante la observación de las regularidades, diferencias, contradicciones y particularidades que se manifiestan en determinados hechos, relaciones, fenómenos, etc. llegue a: elaborar conclusiones, formular y/o reformular hipótesis, definir conceptos, describir hechos y fenómenos y elaborar procedimientos de solución.

Las tareas dentro de esta tipología se caracterizan porque el estudiante llega a reconstruir el conocimiento a través de métodos que ofrecen una aproximación de cómo transcurren los descubrimientos en las ciencias matemáticas.

3- Tareas para aplicar la información. Este tipo de tarea tiene como principal finalidad la de sistematizar los conocimientos adquiridos a través de aplicaciones que pueden encontrar su campo de acción dentro o fuera de la Matemática.

De acuerdo con la estructura externa, las tareas de aplicación pueden adoptar diferentes formas y enfoques, los más usuales dentro de la formación del profesor de Matemática son: los ejercicios tradicionales o rutinarios, los problemas a resolver, el planteamiento de problemas, las demostraciones, la construcción de gráficos y figuras geométricas, la planificación de tareas y sistemas de tareas, elaborar medios de enseñanza, etc.

Atendiendo a los niveles de asimilación estas suelen ser: tareas reproductivas, tareas productivas, tareas creativas. Aunque hay autores que prefieren omitir las tareas de tipo creativas, en este caso se considera procedente incluirlas,

4- Tareas evaluativas.

Este tipo de tareas tiene como propósito crear, en el estudiante, una actitud crítico-reflexiva que lo acerque a las cualidades que debe poseer el individuo que se quiere formar.

Desde esta perspectiva, el tipo de tareas evaluativas adquiere un marcado protagonismo del alumno, lo que precisa de una concepción diferente, en cuanto al



papel que debe asumir el profesor en la organización y dirección del proceso de enseñanza–aprendizaje. Es precisamente en esta dirección que deberá realizarse la principal renovación metodológica, ya que aún persiste en las aulas una actividad centrada en el profesor, manteniéndose la del alumno en un plano predominantemente reproductivo.

## 2.2 PROPUESTA DE TAREAS DOCENTES.

En la propuesta el autor asume la clasificación dada por Garcés, W. (2003). En la misma se muestra una correspondencia con la intencionalidad de la propuesta y la definición de visualización asumida.

### Tarea número 1

Tipología: búsqueda y procesamiento de la información

Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Identificar propiedades de las funciones logarítmicas, a partir de su representación gráfica, así como, la relación entre el gráfico y los conceptos de dominio, imagen, biyectividad, signo de la función y monotonía.

Situación de aprendizaje.

Sea la función  $h(x) \log_b(x + a) + c$  donde  $a, b, c$  son números reales, con  $b > 0, b \neq 1, x > -a$ .

1.1- Represente la función en el asistente gráfico Geogebra.

1.2- ¿Cómo varían las propiedades de  $h(x)$  al cambiar los valores de los parámetros  $a, b, c$ ?

1.3- ¿A qué conclusiones arribas?

### Tarea número 2

Tipología: búsqueda y procesamiento de la información



Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Identificar propiedades de las funciones logarítmicas, a partir de su representación gráfica, así como, la relación entre el gráfico y sus propiedades a partir de restricciones a su dominio de definición.

Situación de aprendizaje.

A la función  $g: \{x \in \mathbb{R}: x > 2\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \log_2(x - 2) + 3$ , se le ha restringido el dominio obteniéndose la función  $f(x): \{x \in \mathbb{R}: 2 < x \leq 6\} \rightarrow (-\infty < y \leq 5), f(x) = \log_2(x - 2) + 3$ .

2.1- Represente en un sistema de coordenada los gráficos de ambas funciones.

2.2- Complete la siguiente tabla.

Propiedad	$g: \{x \in \mathbb{R}: x > 2\} \rightarrow \mathbb{R},$ $g(x) = \log_2(x - 2) + 3$	$f(x): \{x \in \mathbb{R}: 2 < x \leq 6\} \rightarrow (-\infty < y \leq 5),$ $f(x) = \log_2(x - 2) + 3.$
Imagen		
Ceros		
Signo de la función		
Monotonía		
Biyectividad		

2.3- Ilustre los cambios que experimenta el gráfico de  $g(x)$  al restringir su dominio.



2.4- Elabore un informe donde se exprese los cambios experimentados por algunas de las propiedades de la función original al realizarle una restricción a su conjunto de partida.

Tarea número 3

Tipología: Tareas para revelar información.

Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Comparar las variaciones de las propiedades de las funciones logarítmicas, a partir del cálculo y la representación gráfica, así como, la relación entre los conceptos de biyectividad y función inversa.

Situación de aprendizaje.

Dada la función  $f$  cuya ecuación es

3.1- *Determina:*

- a) Dominio e imagen de  $f(x)$
- b) Analice si la función es par o impar. Fundamente su respuesta
- c) Si los siguientes puntos pertenecen al gráfico de la función  $f$
- d) El valor que alcanza la función para  $x = -0,5$
- e) Para que valores del dominio  $f(x)$  alcanza valores no negativos.
- f) El punto donde el gráfico de  $f(x)$  corta al eje de las ordenadas.
- g) Las coordenadas del punto de intersección de los gráficos de las funciones  $f$  y  $g$ , si  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 4)$

3.2- A partir del empleo de un asistente para graficar funciones:



- a) Corrobore los resultados obtenidos en la actividad 3.1
- b) Analice la inyectividad de la función a partir de la interpretación geométrica del concepto de función inyectiva.
- c) Empleando un mismo sistema de coordenadas cartesianas represente gráficamente a  $f(x)$  y  $f^{-1}(x)$ .
- d) Analice qué relación existe entre los gráficos de ambas funciones con respecto a la recta  $x - y = 0$

#### Tarea número 4

Tipología: Tareas para aplicar la información.

Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Demostrar mediante el análisis gráfico de las propiedades de las funciones logarítmicas, las transformaciones que experimentan sus propiedades al cambiar los valores de los parámetros que las definen.

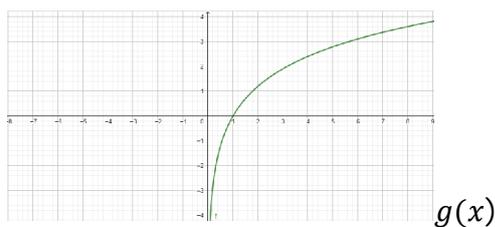
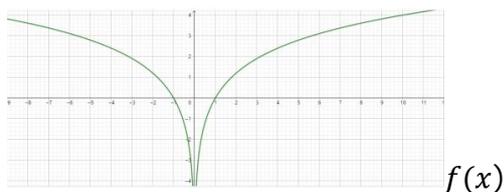
Situación de aprendizaje.

Sea la función  $f$  dada por la ecuación  $f(x) = \log_{10}(x)^4$ ,  $x \neq 0$ , si se aplica la propiedad  $\log_a b^n = n \log_a b$ , se obtiene la función  $g$  dada por la ecuación  $g(x) = 4 \log_{10} x$ , con  $x > 0$ .

4.1- ¿Serán iguales  $f(x)$  y  $g(x)$ ?

4.2- Observando las gráficas de estas funciones. ¿Qué propiedades se puede afirmar que han cambiado?





4.3- ¿Será igual el caso para las funciones  $h(x) \log_{10} x^5$  y  $r(x) 5 \log_{10} x$ ? ¿Por qué?

4.4- Si  $f(x)$  admite valores menores que cero en su dominio y  $g(x)$  no. ¿Al aplicar una propiedad a la hora de resolver ecuaciones logarítmicas no se estarán perdiendo soluciones?

### Tarea número 5

Tipología: Tareas para aplicar la información.

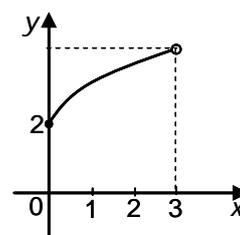
Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Calcular elementos de las funciones a partir de la modelación de sus gráficos y la interpretación de sus propiedades.

Situación de aprendizaje.

El gráfico que se muestra corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma  $g(x) = \log_2(x+b) + 2$ , en el intervalo  $0 \leq x < 3$ .



a) Escribe la ecuación de la función  $g$ .

b) La imagen de la función  $g$  en el intervalo dado es:



\_\_\_  $2 \leq y < 3,9$

\_\_\_  $2 \leq y < 4$

\_\_\_  $2 \leq y \leq 4$

\_\_\_  $0 \leq y < 3$

c) ¿Para qué valores de  $x$ , en el intervalo dado, se cumple que  $g(x) \geq \frac{10}{3}$ ?

d) La función inversa de  $g$ , en el intervalo dado es:

Tarea número 6.

Tipología: Tareas evaluativas.

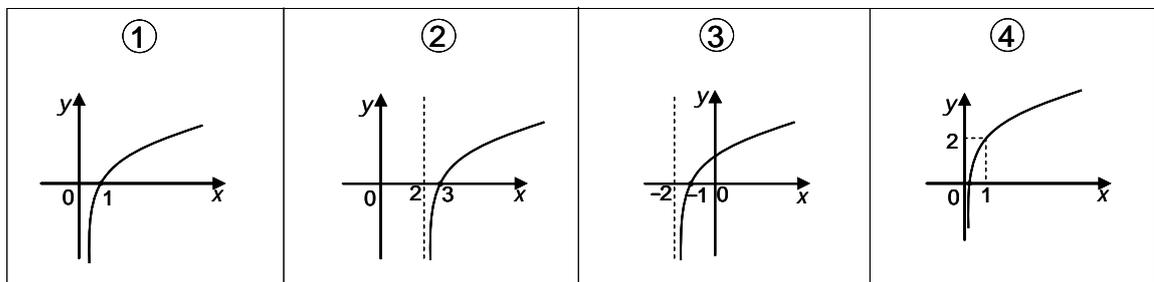
Conocimiento: Función logarítmica, propiedades y representación gráfica.

Habilidad: Identificar propiedades de la función logarítmica.

Objetivo. Evaluar la solidez del aprendizaje de los estudiantes en el dominio de las propiedades de las funciones logarítmicas, a partir de su representación gráfica.

Situación de aprendizaje.

Cada uno de los siguientes gráficos corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma  $y = \log(x + d) + e$  ( $d$  y  $e$  son números reales)



6.1- Identifica el que corresponde a la función  $g$ , definida por  $g(x) = \log(x + 2)$ .



6.2- Encuentra todos los valores reales de  $t$ , para los cuales se cumple que  $g(t+1)+g(t)=g(4)$ .

6.3- Resuelve la ecuación  $\sqrt{g(x)+1}=1-\sqrt{g(x)}$ .

6.4- Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Fundamenta en el caso de las falsas.

a) \_\_\_  $g(x)$  es una función inyectiva.

b) \_\_\_  $g(-1)=0,25$

c) \_\_\_  $g(x)$  es creciente y positiva en el intervalo  $(-2,0)$

d) \_\_\_ La inversa de  $g(x)$  es la función definida por la ecuación  $g^{-1}(x)=10^x-2$

6.5- Corroborar el valor de verdad de las proposiciones dadas en 6.4, mediante el empleo de un asistente matemático que te permita graficar cada una de las situaciones dadas.

Tarea número 7.

Tipología: Tareas evaluativas.

Conocimiento: Función logarítmica, propiedades.

Habilidad: Evaluar el desarrollo de los estudiantes determinando las propiedades de la función logarítmica.

Objetivo: Evaluar el desarrollo alcanzado por los estudiantes para determinar propiedades de la función logarítmicas.

Situación de aprendizaje.

Sea  $h(x)$  una función real dada por la ecuación  $h(x) = \log_2(x + 2) - 1$ . Seleccione las respuestas correctas en cada una de las interrogantes planteadas. Para dar respuesta a las siguientes actividades te sugerimos dos variantes:

1- Construir el gráfico de la función mediante el uso de un asistente matemático.



2- Analizar las definiciones de cada una de las propiedades de la función logarítmica.

7.1- El dominio de  $h(x)$  es:

- a)  $\{x \in R : x < 2\}$
- b)  $\{x \in R : x \neq -2\}$
- c)  $x \in [-2; \infty)$
- d)  $x \in (-2; \infty)$

7.2- La función  $h(x)$  se anula para:

- a)  $x = -2$
- b)  $x = 1$
- c)  $x = 0$
- d)  $x = 2$

7.3 La función  $h(x)$  alcanza valores negativos para:

- a)  $x \in (-2; \infty)$
- b)  $x \in (0; \infty)$
- c)  $x \in (-\infty; -2)$
- d)  $x \in (-2; 0)$

Tarea número 8

Tipología: búsqueda y procesamiento de la información

Conocimiento: Función exponencial, relación entre sus propiedades y su representación gráfica y viceversa, mediante el empleo de asistentes matemáticos.

Habilidad: Identificar propiedades de la función exponencial



Objetivo. Identificar propiedades de las funciones exponenciales, a partir de su representación gráfica, así como, la relación entre el gráfico y los conceptos de imagen, biyectividad, signo de la función y monotonía.

Situación de aprendizaje.

Sea la función  $t(x)a^{x+b} + c$  donde  $a, b, c$  son números reales.

8.1- Represente la función en el asistente gráfico Geogebra.

8.2- ¿Cómo se afectan las propiedades de  $t(x)$  al variar los parámetros  $a, b, c$ ?

8.3- ¿A qué conclusiones podemos arribar?

Tarea número 9

Tipología: Tareas evaluativas

Conocimiento: Función exponencial. Propiedades

Habilidad: Identificar propiedades de la función exponencial

Objetivo. Evaluar los conocimientos de las propiedades de las funciones exponenciales a partir de un ejemplo práctico

Situación de aprendizaje.

Las diferencias de presiones, que se producen al ascender una montaña, son la causa que algunas personas tengan fuertes dolores de oídos. Investigaciones científicas determinaron que la presión atmosférica está dada por la expresión:

$$f(x) = \left(\frac{9}{10}\right)^x$$

x: se mide en miles de metros.

y: se mide en atmósferas

a) Realice la gráfica de la función, apoyándose en las conclusiones arribadas en la tarea 8

b) ¿Qué presión hay a cuatro mil metros de altura?



## 2.3- ORIENTACIONES METODOLÓGICAS PARA LA UTILIZACIÓN DE LAS TAREAS.

Aseguramiento del nivel de partida para la realización de las tareas: El mismo se concibe a partir del contenido de cada tarea, este se tramita mediante la orientación de actividades de revisión bibliográfica, de fichaje de información o a través de la realización de ejercicios. Es muy productivo orientar la revisión de los textos editados en la República Bolivariana de Venezuela, en el bicentenario de la república, por la riqueza de los mismos en ilustraciones y ejemplos.

Alternativas para la orientación, análisis y control de la tarea.

La tarea puede orientarse por parte o completa, en dependencia del nivel de independencia cognoscitiva alcanzado por los estudiantes, lo que si no debe realizarse de forma única es su debate, el mismo debe dosificarse atendiendo a tres momentos: identificación de elementos en el que caracterizan a las funciones, relaciones entre los mismos (demostración de algunas) y generalización de conceptos.

Los teoremas que aparecen reflejados en cada tarea aparecen demostrados en el texto de onceno grado, la tarea debe ser utilizada como recurso heurístico para su tratamiento.

¿Cómo controlar la realización de la tarea?

No debe constituir un medio mediante el cual el estudiante perciba un carácter abstracto de la unidad, por el contrario, debe estar motivado con su ejecución, para lo cual el profesor debe de manera permanente propiciar el debate, la ejemplificación, con recursos ingenieros etc. Es fundamental que se incentive el trabajo en colectivo y la utilización de las nuevas tecnologías.

Dos elementos de carácter priorizado son el desarrollo de la imaginación y el operar con conceptos, garantizar una correcta articulación de estos dos elementos.



### III. UNA APROXIMACIÓN A LA VALORACIÓN Y PERTINENCIA DE LA PROPUESTA

Para darle una valoración objetiva a la propuesta se recurrió a la Consulta de Especialistas ante la imposibilidad práctica de realizar una constatación experimental u otra forma de aplicación parcial de resultados. En este caso, tomando en consideración la importancia de las fuentes de argumentación basadas en la experiencia y formación teórica de los especialistas, se tuvo a bien la aplicación de este método, como caso particular del método de Criterio de Expertos. Con tal propósito, se seleccionaron doce (12) especialistas, de experiencia, los cuales se clasificaron según sus características en:

Caracterización de los especialistas seleccionados

Característica	Cantidad
Profesores de Matemática que han impartido docencia en Preuniversitario	12
Profesores de Matemática que imparten docencia en onceno grado	12
Años de experiencia promedio de los encuestados como profesores de Matemática.	20
Años de experiencia promedio de los encuestados como profesores de Matemática en Pre	19
Con categoría científica de Doctor	2
Con categoría académica de Máster.	10



Con postgrados recibidos sobre funciones	12
Con postgrados recibidos sobre didáctica de la Matemática.	12
Con desempeño como metodólogos municipales o provinciales	6
Con dominio de las características del proceso pedagógico actual	12

Encuesta a especialistas para buscar consenso en cuanto a la pertinencia de la propuesta elaborada para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones, sustentada en un Aprendizaje Formativo, donde la visualización del proceso desempeña un rol determinante.

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_

Desempeño actual: \_\_\_\_\_

Categoría docente \_\_\_\_\_ Categoría científica \_\_\_\_\_

Años de experiencia como profesor de Matemática \_\_\_\_ en la Pre \_\_\_\_\_

Años de experiencia como metodólogo: Municipal \_\_\_\_\_ Provincial \_\_\_\_\_

Cantidad de postgrados recibidos sobre funciones: \_\_\_\_\_

Cantidad de postgrados recibidos sobre Didáctica de la Matemática: \_\_\_\_\_

Como parte del tema de tesis de diploma se ha elaborado una propuesta de tareas docentes para la enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado del centro donde se desarrolla la investigación, donde se emplea el aprendizaje Formativo como sustento teórico, que permita favorecer la



formación de los futuros bachilleres, bajo una adecuada interdisciplinariedad del proceso pedagógico que se desarrolla mediante el programa de Matemática de oncono grado , además se ofrece un conjunto de recomendaciones metodológicas para poner en práctica la propuesta.

Atendiendo a su preparación en la temática antes citada solicitamos nos exprese sus criterios respecto a:

Objetividad de la propuesta.

Estructura de la propuesta (si las tareas están bien estructuradas; si faltan, si son objetivas, motivadoras).

Viabilidad de la propuesta (concepción de un aprendizaje formativo en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en la formación del bachiller).

Viabilidad de la concepción de la como línea metodológica para el desarrollo de la unidad temática referida en la propuesta.

Viabilidad del sistema de recomendaciones metodológicas para la aplicación de la propuesta.

Si el sistema de recomendaciones está en correspondencia con las tareas propuestas.

Si el sistema de recomendaciones se adecua a los objetivos de la asignatura y el nivel.

Posibilidad de aplicación en la práctica social.

Claridad de la redacción.

Uso del lenguaje científico.

Sintaxis y ortografía.

Normas para la presentación de trabajos científicos.

Coherencia y lógica de la exposición escrita de las ideas.



Indicaciones: a continuación, le presentamos una tabla que contiene los aspectos que solicitamos evalúe mediante el empleo de la siguiente escala ordinal: MA: Muy Apropiado, BA: Bastante Apropiado, A: Apropiado, PA: Poco Apropiado, NA: No apropiado.

Marque con una equis (X) en la celda que se corresponde con el grado de relevancia que otorga a cada aspecto.

Le agradecemos anticipadamente el esfuerzo que hará para responder con la mayor fidelidad posible.

Se recibieron las doce (12) respuestas para un 100% que después de procesadas arrojaron lo siguientes resultados.

ASPECTOS	M	%	BA	%	A	%	PA	%	NA	%
Estructura de la propuesta	12									
Metodología de la propuesta	10		2							
Pertinencia de los ejes temáticos	12									
Pertinencia de la propuesta	12									



Viabilidad del problema	12									
Viabilidad de la propuesta	12									
Claridad de la redacción	11		1							
Uso del lenguaje científico	12									
Sintaxis y ortografía	12									
Normas para la presentación de trabajos científicos	12									
Coherencia y lógica de la exposición escrita de las ideas.	12									
Objetividad de la propuesta	12									
Posibilidad de aplicación en la práctica social	7		1		4					



TOTAL EN %	94, 87		2,5 6		2,5 6					
------------	-----------	--	----------	--	----------	--	--	--	--	--

Resultados de la consulta de los especialistas.

En resumen, de lo anterior se puede entender que, la categoría que indica Muy Apropiado, señalando que se está de acuerdo totalmente con esos aspectos de la propuesta, recibió un total en porcentaje (cálculo porcentual y promedio) de noventa y cuatro coma ochenta y siete por ciento (94,87%). La categoría siguiente, Bastante Apropiado recibió un dos coma cincuenta y seis por ciento (2,56%) y la de apropiada un dos coma cincuenta y seis por ciento (2,56%) las que sumadas cubre el ciento por ciento (100 %) de las respuestas solicitadas, las otras categorías no recibieron obviamente ningún tipo de respuesta y siendo entonces las dadas, las más indicadoras de factibilidad, pertinencia y todos los otros aspectos, significa que positivamente se acepta esta propuesta.

Aunado a estas respuestas se dieron varias sugerencias y observaciones como las que siguen:

“Muy pertinente, de fácil transferencia a otras unidades”. “Este tipo de tareas debe incluirse en el programa del diplomado que se desarrolla para profesores noveles de Matemática”. “Me parece positivo”.

“Debes incluir más tareas docentes demostrativas”. “Que se oriente como material de estudio en el desarrollo de las preparaciones metodológicas colectivas”. “Es necesario que los directivos se preparen constantemente para que no existan contradicciones en las visitas”. “Estoy de acuerdo con la estrategia, debes darle continuidad en otras unidades temáticas”.

El autor manifiesta su acuerdo con todos los criterios y sugerencias dadas y presenta este informe como aval para la consideración de la futura aplicación y además propone que:



La propuesta constituya un material de estudio en cursos de postgrado, donde se someta a una crítica por parte de profesores y estudiantes de los mismos en aras de continuar su perfeccionamiento.

Constituya un material de consulta para la preparación de directivos, con énfasis en aquellos que su formación básica no es del área de ciencias exactas, en muchas ocasiones al visitar carecemos de preparación para dirigir la implementación de acciones, lo que nos conlleva a dictar modelos, modos de actuación generales, sin tener en cuenta las particularidades de los estudiantes, de los docentes, el tipo de educación, los intereses de los individuos que protagonizan el proceso de enseñanza aprendizaje de un determinado contenido, lo que propicia una falta de efectividad en el desempeño del visitante.

Enseñar Matemática en la Educación preuniversitaria es más difícil que en cualquier otra educación, el autor defiende este postulado a partir de conocer la paradoja siguiente: el estudiante de una escuela no reconoce la importancia que tiene la preparación Matemática en su formación y por otro lado los docentes en la mayoría de los casos no ponemos el máximo de empeño en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta asignatura.

La propuesta que se realiza está sustentada en la materialización del cumplimiento de un sistema de objetivos derivados a partir del fin de la Educación Preuniversitaria , el que responde a su vez a las necesidades económicas y sociales en los momentos actuales , donde la creación de un mundo mejor si es posible, pero posible si somos capaces de formar a las nuevas generaciones como hombres de bien, que amen la paz, que dominen y materialicen con su accionar el concepto de revolución definido por nuestro comandante en jefe.

La enseñanza de la Matemática y dentro de esta, la de las funciones desempeña un roll determinante, razón por la cual consideramos a manera de conclusión enfatizar en cual deben ser los elementos de carácter dominante en la propuesta, los mismos son:

El aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas tiene que tener un enfoque formativo.



La interdisciplinariedad del proceso constituye una categoría rectora.

En las clases de Matemática se deben romper esquemas tradicionalistas, debe predominar la creatividad y el intercambio entre docente-alumno y alumno- alumno.

El proceso de aprendizaje de las funciones no puede verse como una tarea solo del docente de Matemática, es una tarea del colectivo pedagógico que incide en la formación de los estudiantes.

Las tareas docentes como medio fundamental de implementación de la estrategia propuesta no deben surgir de la espontaneidad, deben responder a los elementos del diagnóstico, planificarse dosificadamente en tiempo, espacio y cantidad y con carácter diverso.

El estudiante debe conocer cuáles son sus insuficiencias y potencialidades para aprender este contenido, el docente deberá por su parte fomentar en ellos hábitos de autoevaluación

## CONCLUSIONES GENERALES

En el trabajo se presentan los resultados de la investigación realizada en este orden el énfasis del estudio ha sido el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, la cual constituye un problema a escala mundial y con particularidades de orden nacional.

El estudio teórico realizado y los resultados empíricos obtenidos en esta investigación, a través de diferentes vías, han permitido arribar a las siguientes conclusiones generales. Las que permiten valorar; a través de ellas, el cumplimiento del objetivo propuesto.

El desarrollo del aprendizaje a través del empleo de tareas docentes que propicien el empleo de los recursos que ofrece la visualización y su integración con el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones, constituye un medio idóneo para lograr un crecimiento personal en los alumnos que se forman como futuros bachilleres.

La aplicación del criterio de especialistas permitió llegar a consenso sobre la viabilidad y pertinencia de la aplicación de la propuestas de tareas docentes para la



enseñanza aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas en onceno grado del preuniversitario donde se desarrolla la investigación y el sistema de orientaciones metodológicas para la aplicación de las mismas en el proceso pedagógico profesional, a través de las clases de Matemática correspondientes a la unidad “Funciones exponenciales y logarítmicas”.

Como parte de esta investigación se sistematizan y realizan propuestas de dosificaciones, de instrumentos de diagnóstico, de instrumentos evaluativos, así como un conjunto de tareas docentes los que servirán como material de apoyo y consultan de los docentes encargados de dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje.

## RECOMENDACIONES

El resultado presentado en esta tesis constituye una primera aproximación para la aplicación práctica de la propuesta de tareas docentes en el preuniversitario, así como de sus orientaciones metodológicas para su implementación En este marco se recomienda:

Extender la aplicación de esta estrategia a otros preuniversitarios de la provincia, así como, adaptarla para otras unidades temáticas.

Preparar a los profesores que tienen la responsabilidad de desarrollar los cursos superación a profesores noveles o dirigir secciones de preparación metodológicas colectivas en la forma de implementarla atendiendo a las particularidades de los estudiantes sobre los cuales incidirá la misma.

Dar continuidad a esta investigación, en los colectivos de profesores de Matemática de la Provincia.



## BIBLIOGRAFÍA

- 1- ADDINE, F. (2004) Didáctica. Teoría y práctica. - - Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación,
- 2- ÁLVAREZ, D, C. (1994). La escuela en la vida. Ed. Pueblo y Educación,
- 3- ÁLVAREZ, D, C. (1995). Metodología de la Investigación Científica. Centro de Estudios de Educación Superior,
- 4- ÁLVAREZ, D, C. (1996). Hacia una escuela de excelencia. La Habana, Academia,
- 5- ÁLVAREZ, M. (2003.) Interdisciplinariedad: Una aproximación desde la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. La Habana: Ed. Pueblo y Educación,
- 6- BALLESTER, P, S. y otros (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo I. Ciudad de La Habana. Ed. Pueblo y educación,
- 7- BALLESTER, P, S. y otros (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática, Tomo II. Ciudad de La Habana. Ed. Pueblo y educación,
- 8- BERMÚDEZ, M, R. (2004). Aprendizaje Formativo y Crecimiento Personal / Raquel Bermúdez. La Habana: Ed. Pueblo y Educación,
- 9- Cala, E. (2002). El Sistema de tareas como una alternativa metodológica para la formación y desarrollo del concepto de función en el noveno grado de la Secundaria Básica. Tesis de Maestría. ISP "José de la Luz y Caballero". Holguín,
- 10- CAMPISTROUS, P, L. (1989). Orientaciones metodológicas de décimo grado. La Habana: Ed. Pueblo y Educación,
- 11- CAMPISTROUS, P, L. (1991). Matemática 12. La Habana: Editorial Pueblo y Educación,
- 12- CAMPISTROUS, P, L. (1998). Conferencia "Retos para la enseñanza de la Matemática" ISP "José de la Luz y Caballero". Holguín,



- 13- CANTORAL, R. y MONTIEL, G. (2001). Funciones: visualización y pensamiento matemático. México: Prentice Hall & Pearson Educación.
- 14- Cruz, R, M. (2002). Tesis en opción de grado de doctor en Ciencias,
- 15- CRUZ, R, M. (2008). El procesamiento de la información en las investigaciones educativas. La Habana: Ed. Educación Cubana,
- 16- GARCÉS, C, W. y cols. (2001). Hacia una Nueva Concepción de la Evaluación en la Formación Inicial del Profesor de Matemática-Computación. Ponencia Presentada al Evento Internacional Pedagogía 2001, La Habana, Cuba,
- 17- GARCÉS, C, W. (1997). El Sistema de Tareas como Modelo de Actuación Didáctica en la formación de profesores de Matemática–Computación. Tesis de Maestría. ISP “José de la Luz y Caballero”. Holguín,
- 18- GARCÉS, C, W. (2003). Desarrollo de modo de actuación para el trabajo con sistema de tareas en la formación inicial del profesor de Matemática. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP “José de la Luz y Caballero. Holguín.
- 19- GARCÉS, C, W. (2003). Desarrollo de Modo de Actuación para el Trabajo con Sistema de Tareas en la Formación Inicial del Profesor de Matemática, Tesis Doctoral, Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero, Holguín,
- 20- [HTTPS://DEFINICION.DE/VISUALIZACION/](https://definicion.de/visualizacion/)
- 21- MATEMÁTICA ONCENO GRADO. (1991) Ed. Pueblo y Educación,
- 22- MINED. (1999): Programa Director de la Matemática.
- 23- MINED. (2003): III Seminario Nacional para Educadores.
- 24- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (1989)Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación y de los Institutos Superiores Pedagógicos. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.



## ANEXOS

### Anexo I: Pregunta número 1

Marque con una **x** la respuesta correcta:

1.1- Al aplicar la definición de logaritmo a la expresión  $y = \log_2 b$ , se obtiene:

a) ----  $b = 2^y$

b) ----  $b = y^2$

c) ----  $2 = b^y$

d) ----  $2 = x^y$

1.2- El valor de  $\log_3 27$  es:

a) ---- 0,3

b) ---- 1

c) ---- 3

d) ---- 6

1.3- Si  $\log_a 9 = 2$ , entonces  $a$  es:

a) ---- 3

b) ----  $\frac{1}{3}$

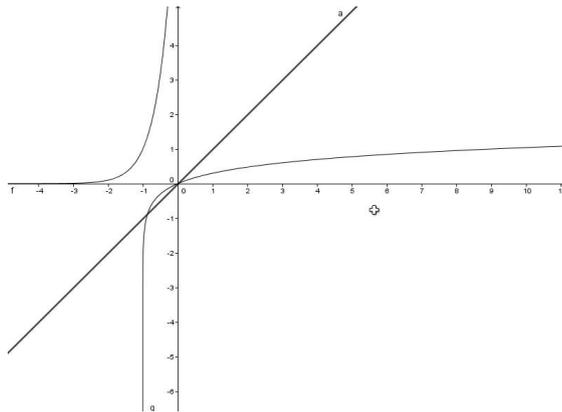
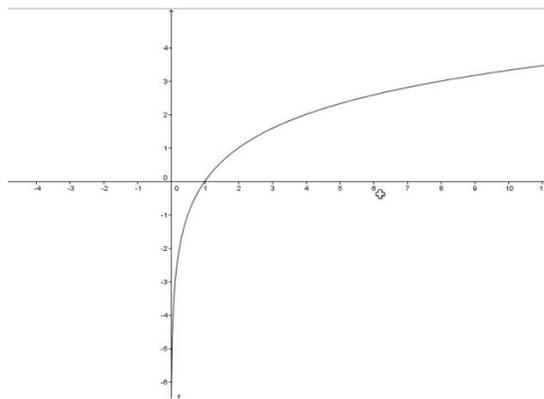
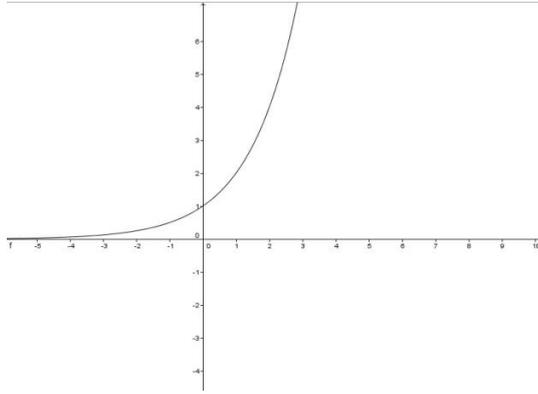
c) ---- 0,5



## Anexo II: Pregunta número 2

Asocie cada función con la gráfica que la representa, uniendo con una línea:

$$f(x) = 2^x \quad g(x) = \log_2 x \quad h(x) = x \quad z(x) = \log(x + 1) \quad t(x) = 10^{x+1}$$



2.2- Analice las propiedades de  $f(x)$  y de  $g(x)$



**Anexo III:** Resultados de la aplicación del test de conocimiento. (Tarea Número 1)

No	Indicadores	MA	A	P	B	MB
1	Identifica correctamente los parámetros de la definición	2	4	6	8	14
2	Aplica correctamente la definición	2	1	7	5	19
3	Resuelve ecuaciones exponenciales aplicando propiedades	1	0	6	8	19

**Anexo IV:** Resultados de la aplicación del test de conocimiento. (Tarea Número 2)

No	Indicadores	MA	A	P	B	MB
1	Identifica los rasgos esenciales de la definición de los conceptos.	4	6	6	7	11
2	Relaciona las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas con sus gráficas correspondientes	2	1	8	11	12
3	Relaciona el gráfico de las funciones exponenciales y	1	0	4	7	22



	logarítmicas con sus gráficos correspondientes.					
--	---	--	--	--	--	--

Los indicadores se obtuvieron a partir de las respuestas dadas en las preguntas.

Categorías:

MA \_\_\_\_\_ Muy alto

A \_\_\_\_\_ Alto

P \_\_\_\_\_ Promedio

B \_\_\_\_\_ Baja

MB \_\_\_\_\_ Muy Baja



