

FACULTAD  
CIENCIAS NATURALES  
Y AGROPECUARIAS

DPTO. FISICA

EJERCICIOS PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD DEMOSTRAR EN EL PROCESO DE  
ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA IGUALDAD DE TRIÁNGULOS EN LA SECUNDARIA  
BÁSICA

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN  
AL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACION  
MATEMATICA FISICA

Autor: Rodrigo González Zaldivar

HOLGUÍN 2018



FACULTAD  
CIENCIAS NATURALES  
Y AGROPECUARIAS

DPTO. FISICA

EJERCICIOS PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD DEMOSTRAR EN EL PROCESO DE  
ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA IGUALDAD DE TRIÁNGULOS EN LA SECUNDARIA  
BÁSICA

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN  
AL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACION  
MATEMATICA FISICA

Autor: Rodrigo González Zaldivar  
Tutor: MSc. Ariel Hernández Hernández

HOLGUÍN 2018



## RESUMEN

La Geometría es una de las disciplinas que ha tenido mayores dificultades para ser asimilada por los estudiantes a lo largo de la historia. Lograr un pensamiento geométrico que posibilite enfrentar los problemas de la vida cotidiana es objetivo en todos los niveles de educación del sistema de educación cubano. La habilidad “**demostrar**” tiene una incidencia importante para el logro del pensamiento geométrico, lo cual favorece la formación y desarrollo de un sistema de inferencias lógicas que permiten al individuo resolver los problemas de la vida.

En el proceso investigativo desarrollado en la ESBU “Rafael Freyre Torres”, se pudo comprobar que existen insuficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la igualdad de triángulos, como múltiples consecuencias, entre las que se encuentra la pobre preparación metodológica de los profesores, pues la mayoría de ellos no tienen una formación matemática adecuada, lo cual limita el desarrollo de dicha habilidad en los estudiantes del octavo grado de este centro.

Lo anterior motivó la necesidad de desarrollar el trabajo investigativo, cuyo aporte práctico se concreta en elementos necesarios para el trabajo con la habilidad “**demostrar**” y ejercicios que van dirigidos a potenciar la preparación de los estudiantes para el desarrollo de esta la misma en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría con especificidad en la igualdad de triángulos.

## Summary

The Geometry is one of the branch which it has had the most difficult to be assimilated to get a level of thinking about Geometry which Helps to solve the problems of daily life is one of the goal of every branch of Cuban Education. The skill of demonstrate has a particular and important influence to achieve the development of thinking about geometry which it allows the formation and development a system applied to logical inference which it permits to solve daily life problems. In this developed research in the secondary school Rafael Freyre. It has got that there are insuficiencias in the teaching learning process of angles equality with multiple causes such as the methodological preparation of the professors because they do not have mathematical levels also they are not specialists of the subject which it limits the development of this skill in the students of eighth grade in the center. All of these problems has motivated the need of the development of this research. Which it is presented where it has practical contribution is expressed in elements to work with the skill of demonstration and exercises to develop of the preparation of the students. For development of this skill in the mathematical teaching learning process related to Geometry with angle equality.

## Índice

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I. CONCEPCIONES TEÓRICAS QUE SUSTENTAN LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS: CON ESPECIFICIDAD EN LA HABILIDAD “DEMOSTRAR”.....</b>	<b>9</b>
1.1. Algunas consideraciones sobre el proceso de formación y desarrollo de habilidades.....	9
1.2 Panorámica de la habilidad “demostrar” durante el desarrollo de la línea directriz Geometría en la escuela cubana.....	15
1.3 Las habilidades como parte del contenido de enseñanza del proceso docente educativo.....	21
<b>CAPITULO II. PROPUESTA DE EJERCICIOS PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD DEMOSTRAR EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA IGUALDAD DE TRIÁNGULOS EN LA SECUNDARIA BÁSICA.....</b>	<b>28</b>
2.1 Papel de los ejercicios en la enseñanza de la matemática.....	28
2.2. Propuesta de ejercicios para desarrollar la habilidad demostrar en la igualdad de triángulos en la Secundaria Básica. ....	31
2.3 Valoración de los resultados.....	37
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>39</b>
<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>40</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>41</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>1</b>

## INTRODUCCIÓN

El estudio de la Matemática ofrece múltiples posibilidades para contribuir al desarrollo integral de la personalidad. Durante la formación matemática a los estudiantes se les presentan exigencias que no sólo están vinculadas al saber sino al poder con marcado interés en el desarrollo de capacidades, hábitos y habilidades generales y la formación de convicciones.

La importancia de la Matemática se fundamenta por el reconocido valor de los conocimientos matemáticos para la solución de problemas que se pueden presentar en cualquier contexto del radio de acción del individuo, por la contribución de esta ciencia al desarrollo del pensamiento lógico.

Las líneas directrices en la enseñanza de la Matemática se dividen en dos grandes grupos: las líneas directrices del desarrollo de conocimientos de la disciplina a la que se asocian aquellas situaciones conocidas como específicas y las líneas directrices del desarrollo de capacidades en las que se incluyen las capacidades mentales específicas y generales, así como la educación patriótica y socialista (Zillmer, 1981, Jungk, 1979).

Dentro de las líneas directrices del desarrollo de conocimientos se encuentran aquellos complejos de materia que deben ser parte de la formación matemática de los alumnos. Una de estas líneas contiene todos los conocimientos geométricos de los diferentes niveles de enseñanza, la línea directriz **“geometría”**.

El estudio de la geometría comienza en el nivel preescolar. Durante esta etapa y toda la enseñanza primaria tiene un carácter propedéutico y meramente intuitivo. Al desarrollo de esta línea directriz en el nivel medio básico se le da un tratamiento especial, pues en dicho nivel se formalizan las definiciones de los conceptos que el alumno conoce de manera intuitiva, se enuncian las propiedades, teoremas y se realizan demostraciones que requieren la aplicación de diferentes procedimientos de demostración.

El proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el nivel medio ha sido siempre un reto para los profesores de matemática, no sólo por las características del contenido, sino además por las regularidades del adolescente, para el que el aumento de sus posibilidades cognoscitivas no es

consecuencia de un proceso espontáneo interno, sino de la asimilación de conocimientos y de la formación de capacidades, habilidades y hábitos que tienen lugar en el transcurso de este proceso.

El origen de las primeras nociones geométricas y su estudio sistemático se pierde en la profundidad de la historia de las civilizaciones primitivas más avanzadas. Testimonios materiales de antes de nuestra era corroboran que los primeros conceptos geométricos surgieron en la actividad práctica del hombre y atravesaron un largo periodo de perfeccionamiento. Análogamente en otras culturas muy antiguas como la babilónica, la china o la hindú, se han hallado pruebas del surgimiento temprano y el carácter práctico de las primeras nociones geométricas.

La contracción teórica de la geometría, sin embargo, tiene sus orígenes en las escuelas científicas y filosóficas de la Grecia Antigua. Los trabajos monumentales de Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides y otros, trascendieron su época de manera tan significativa que la referencia a su obra es obligatoria en cualquier curso de geometría. Con ellos se alcanzó un nivel de abstracción de los conceptos geométricos cualitativamente superior, se introdujeron y perfeccionaron los métodos de demostración y fueron escritos libros especiales en los cuales se exponían con autonomía y sistematicidad los fundamentos de la geometría y sus aplicaciones (Ballester, P. 2000)

La geometría en la escuela es el modelo matemático del espacio físico en que el hombre se desarrolla, porque el centro de su atención es el estudio de las propiedades relativas a la forma y al tamaño de los objetos y las relaciones de posición entre ellos. Ella prepara a los alumnos para orientarse en el entorno espacial, percibir sus proporciones y dimensiones, desarrollar una memoria visual, captar semejanzas y diferencias, regularidades y manipular mentalmente figuras geométricas, entre otros aspectos lo que debe servirles para la apreciación estética de la realidad, y desenvolverse en su medio natural y productivo, pero también contribuye al desarrollo de importantes convicciones y cualidades de la personalidad, lo que se refleja en actitudes como la curiosidad científica (Álvarez, M. 2014)

En la enseñanza de la matemática se plantean objetivos generales que son alcanzables sólo a través de un adecuado tratamiento de las diferentes

situaciones de enseñanza y que tienen una relación directa con la geometría, por ejemplo, los alumnos tienen que realizar acciones como, definir, fundamentar y demostrar. Estas acciones por sus características requieren de una adecuada dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como el empleo de métodos y procedimientos que requieren de un alto grado de actividad mental y que van más allá de una simple reproducción.

A través del desarrollo de la geometría se evidencian sus potencialidades por el carácter integrador y desarrollador de conocimientos, habilidades y hábitos en los estudiantes. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados se ha podido constatar que los resultados están lejos de las aspiraciones en cuanto al logro de conocimientos sólidos y duraderos, así como la apropiación por parte de los alumnos de formas de trabajo que propicien el desarrollo de las habilidades generales desde la enseñanza de la matemática.

Se requiere profundizar de manera continua en las causas de los problemas de aprendizaje de los estudiantes y desarrollar investigaciones para perfeccionar las estrategias de enfrentamiento y erradicación de las mismas, pues resulta complejo identificar donde el alumno se detiene en el aprendizaje, es por eso que la educación tiene que ser natural, científica, integral, desarrolladora para la vida y con un elevado sentido práctico.

Es necesario precisar el papel de la Matemática como asignatura priorizada para lograr un vínculo con la vida y su responsabilidad en el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, como base y parte esencial para la formación comunista, integral y armónica de la personalidad a partir de la definición de objetivos formativos generales y por grados para el nivel de Secundaria Básica.

En el octavo grado es donde los alumnos comienzan el estudio de nuevos contenidos matemáticos, bajo la influencia de las transformaciones en enfoques y métodos que asume la asignatura en su conjunto.

Dentro del complejo de materias Geometría, ocupa un lugar importante las propiedades geométricas por representar un fundamento a los estudios



posteriores relacionados con esta rama de la matemática. Las propiedades geométricas que se van preparando desde los primeros años de la vida escolar de los niños, se estudian más concretamente en los grados en los grados del

segundo ciclo de la Educación Primaria y en la Educación Secundaria. Propiedades geométricas como las referidas a las rectas y segmentos notables de los triángulos y las de los cuadriláteros convexos (trapezios, paralelogramos, paralelogramos especiales) permiten el cálculo de amplitudes de ángulos, de longitudes de segmentos, de áreas, de perímetros de polígonos; así como resolver problemas de diversa índole tanto intramatemáticos como extra-matemáticos; lo cual representa un contenido que tiene un papel decisivo en el transcurso de los grados posteriores.

Sin embargo, la fijación de las propiedades se convierte en un difícil trabajo tanto para profesores como para alumnos. Los primeros no siempre encuentran los recursos metodológicos para lograr la motivación de los educandos en dirección de dicho contenido y los últimos en el mejor de los casos, terminan por aprenderse de memoria las propiedades más usadas sin hallarles sentido o utilidad práctica en la mayoría de las veces. Y es que, a pesar de la progresiva dosificación de los contenidos geométricos, las propiedades se enseñan casi siempre de forma intuitiva sin formarse a veces los conceptos necesarios que permiten a los alumnos darle al contenido el sentido que los lleva a asimilar las relaciones y características en la geometría evidentemente, con tamañas dificultades, cuando los alumnos transiten hacia la enseñanza media superior tendrán un vacío cognitivo que se traduce casi siempre en el rechazo inmediato a los contenidos de carácter geométrico, no hallando en estos más que un voluminoso conjunto de propiedades, reglas, teoremas y conceptos que se les presentan como algo de gran complejidad disminuye todo deseo de entender realmente el contenido.

En la enseñanza secundaria básica (7mo grado) se sistematizan las figuras planas y las relaciones entre ellas, se profundiza en los movimientos del plano y sus propiedades, segmentos y rectas notables de los triángulos, su construcción y propiedades, se analizan los cuadriláteros, sus características y relaciones que se establecen entre los mismos. En 8vo grado se retoman los

movimientos del plano y ya se comienza con la igualdad de triángulos. Se dan los criterios de igualdad que permiten no solo demostrar cuando dos triángulos son iguales, sino propiedades entre segmentos, entre ángulos pertenecientes a triángulos, así como demostrar propiedades geométricas ya estudiadas, esto último ofrece una posibilidad de sistematizar las propiedades geométricas a la vez que se desarrolla la habilidad demostrar. Es decir no solo las propiedades existen para la igualdad de triángulos, y así lograr una complementariedad entre ambos contenidos.

Debemos desatacar que la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Secundaria Básica, en particular de la Geometría, ocupa a muchos investigadores dedicados a la búsqueda de nuevas estrategias para su mejor comprensión y así lograr una formación geométrica en los estudiantes.

Diversas son las investigaciones sobre esta temática, entre ellas están las realizadas por Rizo (1993-2010), Cantoral (2001), Ferrás (2002), Lima (2005), Amador (2009), Proenza (2009), Rojas (2009). Sus resultados científicos se presentan en forma de modelos, estrategias, concepciones metodológicas, metodologías y materiales docentes que enriquecen la teoría y la práctica pedagógica en las actuales transformaciones educacionales. En sus trabajos se refleja que estas dificultades están dadas por la insuficiente comprensión de los conceptos, proposiciones y procedimientos geométricos y se manifiestan en la insuficiente capacidad que tienen los alumnos para aplicar los conocimientos a la resolución de ejercicios y/o problemas intra-matemáticos y extra-matemáticos.

En la presente investigación se aplicaron diferentes instrumentos, se revisaron documentos y se observaron actividades docentes, lo que permitió identificar insuficiencias en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, en particular en la igualdad de triángulos, como consecuencia de la pobre preparación de los profesores que imparten la disciplina, ya que carecen de una formación matemática adecuada, al ser graduados de otras especialidades que no son de la rama de carreras pedagógicas, lo cual está limitando el desarrollo de la habilidades matemáticas en los estudiantes, con énfasis la habilidad “**demostrar**” en los estudiantes del octavo grado de este centro.

Durante diagnóstico realizado acerca del desarrollo de la habilidad demostrar se pudo constatar que:

- Los estudiantes no poseen un dominio adecuado de las propiedades de las figuras geométricas para ser aplicadas en las demostraciones de igualdad de triángulos.
- No se considera el proceso de formación y desarrollo de habilidades como un proceso cognoscitivo generalizador e integrador.
  - No se conoce por parte de los profesores los aspectos teóricos acerca de la estructura interna de las habilidades.
  - No se realiza una adecuada orientación de las acciones para el desarrollo de las habilidades, tratándolas a través de la repetición forma mecánica.
- En las clases no se emplean métodos y procedimientos que propicien la participación activa y consciente de los alumnos.

Las insuficiencias señaladas muestran la necesidad de profundizar en el trabajo con la habilidad “**demostrar**” en el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría. En correspondencia con estas insuficiencias, se declara el siguiente **problema de investigación**:

¿Cómo lograr una eficiente formación y desarrollo de la habilidad “demostrar” en la unidad de geometría plana de octavo grado?

La presente investigación toma como **Objeto de investigación**: el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en la unidad de Geometría Plana de octavo grado de la escuela “Rafael Freyre Torres”.

Se identifica como **Campo de acción**: el proceso de formación y desarrollo de la habilidad “**demostrar**” en la unidad de Geometría Plana de octavo grado de la escuela “Rafael Freyre Torres”.

En correspondencia con el problema planteado se define como **Objetivo de investigación** el siguiente:

*Elaborar un conjunto de ejercicios para desarrollar la habilidad “**demostrar**” en el proceso de enseñanza aprendizaje de la igualdad de triángulos en el octavo grado de la Secundaria Básica.*

Para el cumplimiento al objetivo se formulan las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son las concepciones teóricas que fundamentan el proceso de formación y desarrollo de habilidades?
2. ¿Qué aspectos metodológicos se deben considerar en el proceso de enseñanza - aprendizaje para propiciar el desarrollo de la habilidad “**demostrar**” en los estudiantes de octavo grado? ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de la habilidad demostrar propiedades geométricas en octavo grado de la Secundaria Básica “Rafael Freyre Torres” del municipio Rafael Freyre?
3. ¿Cómo elaborar un conjunto de ejercicios que posibiliten la formación y desarrollo de la habilidad “**demostrar**” en el proceso de enseñanza aprendizaje de la igualdad de triángulos en el octavo grado de la Secundaria Básica?
4. ¿Cómo valorar la factibilidad del conjunto de ejercicios para la formación y desarrollo de la habilidad “demostrar” en el proceso de enseñanza aprendizaje de la igualdad de triángulos en el octavo grado de la Secundaria Básica?

Para dar solución al problema planteado se determinaron las siguientes **tareas**:

1. Analizar las concepciones teóricas que sustentan la formación y desarrollo de las habilidades matemáticas: con especificidad en la habilidad “**demostrar**”
2. Diagnosticar la situación inicial del desarrollo de la habilidad demostrar propiedades geométricas en octavo grado de la Secundaria Básica “Rafael Freyre Torres” del municipio Rafael Freyre
3. Elaborar un conjunto de ejercicios que favorezca la formación y desarrollo de la habilidad “**demostrar**” en los estudiantes de octavo grado.
4. Valorar la factibilidad de la aplicación del conjunto de ejercicios propuesto.

Para el desarrollo de la investigación fue necesario la utilización de los siguientes métodos de investigación:

**Del nivel teórico:**



- **Historico-lógico:** permitió desarrollar una panorámica de la habilidad “demostrar” durante el cumplimiento de la línea directriz Geometría en la escuela cubana y caracterizar el desarrollo de esta habilidad en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría del octavo grado de la Secundaria Básica “Rafael Freyre Torres”.
- **Análisis-síntesis:** se aplicó en todo el proceso investigativo como complemento de otros métodos en el análisis y procesamiento de la información, en el estudio de la bibliografía consultada para determinar los fundamentos teóricos metodológicos acerca de la problemática.

Dentro de los **métodos empíricos** utilizados en la investigación se encuentran:

- **Encuestas y entrevistas:** para diagnosticar el estado actual de la habilidad “**demostrar**” en el proceso de enseñanza aprendizaje y para constatar la factibilidad de los ejercicios elaborados en función de potenciar la preparación de los estudiantes.
- **Observación científica:** para determinar los métodos y vías utilizados en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje en la igualdad de triángulo en el octavo grado y como complemento de otros métodos en el diagnóstico del problema.
- **Prueba pedagógica:** para diagnosticar el estado actual de la habilidad “demostrar” en los estudiantes del octavo grado.

**Métodos estadísticos y matemáticos:** se utilizan para el procesamiento de la información obtenida a través de los métodos y técnicas del nivel empírico.

Para llevar a cabo esta investigación se tomó como población la matrícula de estudiantes de octavo grado de la Secundaria Básica “Rafael Freyre Torres” (120), además 3 profesores del colectivo del grado, por su implicación directa en la problemática de la investigación, así como el jefe de grado y el tutor del área del conocimiento.

De esta población se tomó una muestra para corroborar el estado actual del aprendizaje a 22 estudiantes lo que representa el 18,3%. Ellos constituyen las

fuentes personales de información para aplicar los métodos y procedimientos utilizados en la investigación.

El aporte práctico de esta investigación consiste en un conjunto de ejercicios que potencian el desarrollo en los estudiantes de la habilidad “**demostrar**” durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la igualdad de triángulos.

## **CAPÍTULO I. CONCEPCIONES TEÓRICAS QUE SUSTENTAN LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS: CON ESPECIFICIDAD EN LA HABILIDAD “DEMOSTRAR”.**

Una de las prioridades de la educación en Cuba es alcanzar niveles óptimos en la formación matemática de los alumnos, lo que queda debidamente plasmado en el Programa Director que se aplica desde el curso escolar 1997 - 1998, que indica las habilidades matemáticas que deben ser atendidas con mayor fuerza, entre las que se encuentran: demostrar, fundamentar, calcular y resolver problemas, y propone realizar esfuerzos de los docentes de todas las disciplinas para lograrlo.

El análisis del sustento teórico y metodológico de las habilidades y en particular cómo son comprendidas las habilidades matemáticas y las vías que son empleadas para la dirección del proceso de su formación sentará, en este epígrafe, las bases de la fundamentación de los aspectos que son objeto de perfeccionamiento, tanto de la actividad del maestro, como de los alumnos.

### **1.1. Algunas consideraciones sobre el proceso de formación y desarrollo de habilidades.**

Algunos psicólogos como S. L. Rubinstein, L. S. Vigotski, H.E González, A. N. Leontiev y A. V. Petrovski desarrollaron importantes ideas acerca de la estructura de la actividad que revelan la relación motivo - objetivo y los tránsitos recíprocos entre las distintas unidades de la actividad.

En psicología se considera actividad “A aquellos procesos mediante los cuales el individuo, respondiendo a sus necesidades, se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud hacia la misma.” (González.1993. P.91)

La categoría actividad en la Enciclopedia Filosófica Soviética se define como: “Forma específicamente humana de relación activa hacia el mundo circundante, contenido del cual constituye su cambio y transformación racional” (Pupo.1990. P.68)

Desde el punto de vista de la filosofía marxista se considera la actividad como un proceso interactivo en el cual el hombre modifica al medio y resulta modificado; en este proceso que tiene como centro la actividad laboral el

hombre obtiene lo necesario para la vida, conoce, valora y se comunica con los demás hombres.

Esta categoría es considerada como muy importante para la psicología marxista. Cada actividad está compuesta por acciones y estas por operaciones. El alumno mediante su actividad fundamental que es el estudio se apropia de conceptos, juicios, razonamientos, leyes, valores, hábitos y habilidades que constituyen el objeto de estudio. Después de la asimilación consciente del contenido estará en condiciones de aplicarlo para resolver problemas de la vida práctica.

Pero la aplicación de los conocimientos demanda de la ejecución de las acciones entendidas como procesos subordinados a objetivos o fines conscientes, o sea, procesos dirigidos al logro de fines previamente establecidos.

Las vías, procedimientos, métodos y formas mediante las cuales las acciones transcurren en dependencia de las condiciones en que se debe alcanzar el objetivo, se llaman operaciones. (González.1993. P.94)

La formación de hábitos y habilidades ocurre mediante la automatización de las operaciones y las acciones respectivamente.

El análisis de una actividad debe iniciarse por la delimitación de la actuación que el que la realiza debe cumplir para resolver la tarea que se le plantea, para luego pasar a la separación de las acciones que la forman y, después, al análisis estructural y funcional del contenido de cada una de ellas, que es lo que permite, como análisis sistémico, revelar sus componentes, vínculos, interrelaciones y dependencias para asegurar el logro del objetivo de la actividad de la que forman parte.

Muchos psicólogos han orientado su estudio hacia las formas de asimilación de la actividad que se explican a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades y se caracterizan por reflejar diferentes niveles de dominio de las unidades estructurales: operación, acción y actividad, respectivamente.

Por la importancia que tiene el estudio de estos conceptos en el proceso docente educativo se ha destacado la atención al análisis de las acciones del alumno que conllevan a asimilar conocimientos, hábitos y habilidades que le



permiten adoptar formas de conducta y tipos específicos de actividad para el logro de un objetivo determinado.

La expresión de las formas de asimilación de la actividad humana, dada a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades, explica estos conceptos a partir del nivel de perfeccionamiento que se alcanza en el dominio de sistemas de acciones y operaciones que conforman una determinada actividad.

A.N.Leontiev (1981) plantea "...que no se debe pasar por alto el lugar que ocupan las habilidades en la estructura de la actividad, que toda actividad está condicionada por el surgimiento de un motivo, encontrándose detrás de él una necesidad..."

Explica además que la actividad está compuesta por acciones encaminadas a un fin y relacionadas y enlazadas internamente pero que deben tener su aspecto operacional, o sea los procedimientos necesarios para alcanzar el fin. Para realizar las operaciones se debe tener la habilidad de realizarlas pues "ante el hombre surge el objetivo de reflejar gráficamente algún tipo de dependencia compleja descubierta por él. Para hacer esto él debe emplear uno u otro medio de construcción de gráficos, realizar determinadas operaciones y para esto debe poseer la habilidad de ejecutarlas". Es decir que para el ser humano realizar cualquier actividad de acuerdo a sus motivos y necesidades necesita desarrollar ciertas habilidades que estarán en correspondencia con las acciones y operaciones que debe realizar.

Sin embargo, para la comprensión de cómo ocurre la adquisición de las habilidades necesarias para el perfeccionamiento de la realización de determinada actividad, se debe conocer que los distintos pasos en que se sustenta la actividad tienen una secuencia, que aunque puede variar en dependencia de las características individuales de los participantes de la misma, y del tipo de acción a realizar, siempre transitará por caminos determinados teniendo en cuenta que nos estamos refiriendo a procesos prácticos que repercuten en el plano psicológico de los individuos

Cuando estas operaciones se realizan de forma automatizada sin que el profesor tenga conciencia de ellas, se puede decir que ha adquirido el hábito de realizarlas, y esto traerá como resultado el que, en la medida que se



sistematicen más las operaciones, mejore la calidad en la realización de la actividad.

Es necesario aclarar que la formación de hábitos no se puede ver aislada de las actitudes y capacidades del individuo, ni de la complejidad de las operaciones que deben automatizarse.

Las habilidades constituyen otra forma de asimilación de la actividad. Éstas al igual que los hábitos permiten al hombre realizar determinadas tareas, así en el desarrollo de la actividad el hombre al realizar acciones y operaciones se apropia de ellas paulatinamente y las perfecciona evolutivamente. Al tratar las habilidades desde esta concepción se puede plantear que no se adquieren tan sólo por la sistematización de las operaciones, como los hábitos, sino por la asimilación y el dominio de éstas y la sistematización de las acciones encaminadas a determinada finalidad. Es a través de las habilidades que se regula racionalmente la actividad, desde un plano consciente.

No obstante la realización de una actividad haciendo uso de determinadas habilidades no excluye que el individuo emplee automáticamente hábitos ya adquiridos por la sistematización de determinadas operaciones.

La actividad planificada podrá reflejarse en forma de ejercicios, bien planteadas por el profesor o generados en la interacción alumno profesor. Tales ejercicios contendrán órdenes y estas servirán de guía para la realización de la actividad. La orden podrá desencadenar procesos muy reproductivos o procesos reflexivos, así como acciones dirigidas a incidir tanto en la búsqueda de la información, como en la estimulación al desarrollo intelectual y en la formación de puntos de vista, juicios, realización de valoraciones por el alumno.

Los ejercicios deberán ser concebidos en un sistema que permita establecer relaciones entre las diferentes acciones y operaciones que se promuevan, los cuales deben ser:

**VARIADOS**, de forma que se presenten diferentes niveles de exigencia que promuevan el esfuerzo intelectual creciente en el alumno; desde el ejercicio sencillo hasta la solución de problemas, la formulación de hipótesis, la búsqueda de soluciones, la concepción y ejecución de proyectos y la creación de problemas.

No se trata de que el profesor ajuste la actividad a lo que la mayoría logra hacer con poco esfuerzo, se trata de impulsar a los alumnos a la realización de ejercicios que exijan un esfuerzo mental que estimule el desarrollo. En este caso se pone de manifiesto la concepción de Vigotsky de que la enseñanza estimule el desarrollo y no esté a la zaga de este. De igual forma se pone de manifiesto la necesidad de diagnosticar qué sabe y qué sabe hacer el alumno respecto al conocimiento, lo que indica la necesidad de explorar las zonas de desarrollo real o actual y próximo del alumno, como condición previa a concebir la clase.

**SUFICIENTES**, de modo que asegure la ejercitación necesaria tanto para la asimilación del conocimiento como para el desarrollo de habilidades. Si el alumno ha de aprender, ha de aprender haciendo. Es de destacar que este hacer es sólo efectivo si el alumno está preparado para vencer las dificultades, si se le ofrecen las ayudas que necesita, si tiene lugar el control del proceso que permita que encuentre el error y el control del resultado que le permita conocer lo que pudo lograr satisfactoriamente.

**DIFERENCIADOS**, de forma tal que el ejercicio esté al alcance de todos; que facilite la atención de las necesidades individuales de los alumnos, tanto para aquellos que necesitan de una mayor dosificación de los ejercicios, de ejercicios portadores de pequeñas metas que vayan impulsando el avance del alumno de menor éxito, como de ejercicios de mayor nivel de exigencia que impulsen el desarrollo también de aquellos alumnos más avanzados. De igual forma es importante pensar en el vínculo del ejercicio con los intereses y motivos de los alumnos.

Cuando el alumno conoce la utilidad de lo que estudia, el significado social que tiene, el valor en sí y para sí, encontrará un sentido al objeto de aprendizaje que favorecerá su adquisición.

Han sido numerosos los psicólogos y pedagogos que han abordados el tema de las habilidades, entre los que se encuentran: Petrovsky (1978), Brito (1987), López (1990), Silvestre y Zilberstein (2002).

En todos los casos mencionados se aprecia que el concepto de habilidad está relacionado con la idea de saber hacer.

Otro planteamiento acerca de las habilidades es el que considera: "La formación de las habilidades trae consigo el dominio de acciones diversas y

ocurre como resultado de la sistematización de dichas acciones subordinadas a objetivos conscientes" (González y otros.1995.P.121)

Queda claro que no se trata de la repetición mecánica de las acciones y las operaciones, sino de su asimilación consciente.

En este trabajo se asumen las ideas de Silvestre y Zilberstein (2002-p.74) en su didáctica desarrolladora al aceptar los conceptos de habilidades de Petrovsky y López, por ser el concepto que más se acerca a la realidad en que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje en secundaria básica.

El dominio de una habilidad implica para el que la posee que puede elegir y poner en práctica distintos conocimientos y métodos, según el objetivo, condiciones y características del ejercicio a resolver.

De la forma en que se organice el proceso de formación y desarrollo de las habilidades depende la calidad de las acciones que se formen, dicha organización, según el enfoque histórico-cultural de Vigostsky debe tener en cuenta la naturaleza social del desarrollo psíquico del hombre y por tanto, las formas de organización de la actividad de los alumnos deben ser tales que propicien la elaboración conjunta, la manifestación de valores positivos y permitan al profesor el trabajo planificado sobre la zona de desarrollo próximo de cada alumno.

El proceso mediante el cual se produce la adquisición de las habilidades de los estudiantes ha sido analizado por diferentes autores.

Según López, existen dos etapas en la adquisición de una habilidad; formación y desarrollo.

La formación de la habilidad: etapa que comprende la adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del maestro o profesor, el alumno recibe la orientación adecuada sobre la forma de proceder. (López.1990.P.2)

Desarrollo de la habilidad: una vez adquirido los modos de actuación, se inicia el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada en la cantidad necesaria y con una frecuencia adecuada, de modo que vaya haciéndose cada vez más fácil de reproducir o usar y se eliminen los errores... Son indicadores de un buen desarrollo; la rapidez y corrección con que la acción se ejecute. (López.1990.P.3)

Las principales etapas en la formación y desarrollo de una habilidad son:



- La explicación por parte del profesor de la esencia de la habilidad.
- La ejecución por el maestro o profesor del modelo de la habilidad indicando las acciones y operaciones.
- La ejercitación parcial por parte de los alumnos de las acciones y operaciones que componen la habilidad, bajo la dirección directa del profesor.
- La ejercitación independiente de la habilidad como un todo por los alumnos.
- La exposición oral por los alumnos de las acciones y operaciones efectuadas.
- La interiorización de las acciones y operaciones mediante el lenguaje interno.
- La utilización de la habilidad por los alumnos y su autocontrol (aplicación).

El proceso de desarrollo de habilidades es un proceso cognoscitivo generalizador que transcurre de la misma forma para las diferentes habilidades particulares y que se fundamentan en la teoría de la formación de las acciones mentales por etapas del profesor P.P. Galperin.

Basados en esta teoría, se reconocen las siguientes etapas del proceso de asimilación:

1. Motivacional.
2. Establecimiento del esquema de la base orientadora.
3. Formación de la actividad materializada.
4. Actividad verbalizada exteriormente.
5. Ejecución en lenguaje externo para sí.
6. Ejecución en forma de lenguaje interno (acción mental).

### **1.2 Panorámica de la habilidad “demostrar” durante el desarrollo de la línea directriz Geometría en la escuela cubana.**

En el libro Metodología de en Enseñanza de la Matemática, Tomo 1 (2001) cuando se desarrolla el análisis de las líneas directrices, sobre las habilidades de fundamentar y demostrar se señala que se reflejan en los teoremas objeto de estudio en todas las unidades donde se debe mostrar el papel de las

demostraciones como única vía de asegurar los conocimientos en Matemática, se desarrolla la habilidad mediante el trabajo en ejercicios formales.

Muller (1980) plantea que las demostraciones contribuyen de manera esencial al desarrollo de determinadas capacidades mentales en los alumnos, por ejemplo, la argumentación correcta, la fundamentación admisible y plausible, la inferencia lógica exacta, la valoración crítica y la argumentación, la refutación de proposiciones falsas y la comprensión, reproducción y desarrollo independiente de demostraciones.

La demostración es la única forma de aseguramiento cognoscitivo en la Matemática, se pueden demostrar proposiciones matemáticas solo por medios matemáticos, únicamente mediante la inferencia lógica, utilizando teoremas ya demostrados, axiomas y definiciones.

En la enseñanza de la Geometría en los primeros grados, los alumnos se ponen en contacto con diferentes figuras planas importantes, también aprenden algunas propiedades de estas figuras. Sin embargo, algunas definiciones siguen siendo propedéuticas. En el primer grado se les enseña a trazar puntos, rectas, segmentos y nociones acerca del triángulo, rectángulo y el cuadrado. No se trabajan definiciones, sólo con la forma que tienen las figuras y su identificación en el entorno escolar y comunitario. Las órdenes de los ejercicios se corresponden con las exigencias de medir y comparar e identificar.

En segundo grado se retoma el trabajo con el punto, segmento y recta, dando nociones, a manera de ejemplo: Si cuatro puntos A, B, C y D están alineados entonces el punto B está situado entre A y C; El punto D no está entre A y C. Se define segmento como *“la parte de la recta que está limitada por dos puntos”*. Los segmentos pueden medirse, y entonces se describen a los que tienen igual longitud como segmentos iguales. Se les muestra que al superponerse coinciden.

En los triángulos y cuadriláteros se señalan los vértices y lados. Se inicia el estudio de algunas propiedades del rectángulo y del cuadrado, se analizan las propiedades de cada uno de ellos en forma aislada y comienza a establecerse relaciones entre los cuadriláteros, tales como: el rectángulo es también un cuadrilátero, el cuadrado es también un rectángulo.

Al trabajar los cuerpos geométricos ortoedro y cubo se enuncia que están limitados por seis caras que son rectángulos y las caras opuestas son iguales,

en el cubo las caras son cuadrados por lo que se le informa al alumno que el cubo es también un ortoedro. Se establece las diferencias entre circunferencia y círculo e igualdades entre los segmentos que une el centro con cualquier punto de la circunferencia. Los ejercicios propuestos se corresponden a las acciones de Mide, Superponga, Denota, Nombra, Compara, Identifica, Fundamenta, Comprueba y Modela.

En el Tercer Grado se estudian las relaciones de posición entre punto y recta y entre rectas, así como el procedimiento para trazar rectas paralelas y perpendiculares. De manera intuitiva se llega a que la distancia de un punto a una recta es el segmento de perpendicular que los une. Se define paralelogramo y se dan las características que hacen que el rectángulo y el cuadrado sean paralelogramos. Se estudia el cuadrado como el rectángulo que tiene cuatro lados iguales.

En el trabajo con los cuerpos geométricos se muestran prismas que tienen un par de caras opuestas iguales que pueden ser triángulos cuadriláteros, etc.

Se define radio de la circunferencia. Se muestran diferentes objetos que tienen forma cilíndrica y se hace énfasis que están limitados por dos círculos llamados bases. Los ejercicios propuestos se corresponden con las habilidades de trazar rectas perpendiculares y paralelas a otra a partir de un punto dado, medir, comparar, nombrar y clasificar.

En el cuarto grado se trabaja la relación de posición entre rectas, se define semirrectas, segmentos, planos, semiplanos, línea poligonal cerrada, polígono y dentro de estos últimos los triángulos y cuadriláteros. Se precisa que si los lados y ángulos de un cuadrilátero cumplen determinadas propiedades, entonces estos reciben un nombre especial, de esta forma se trabajan los paralelogramos y en particular los rectángulos, cuadrados y rombos. Se brinda además el procedimiento para trazar una circunferencia. Se establece la diferencia entre circunferencia y círculo. Con el estudio de los cuerpos redondos se concluye el estudio de la geometría en el grado.

En el tratamiento de los ejercicios en ninguno de ellos se exige demostrar, no obstante se trabajan las acciones que se corresponden con dicha habilidad, se enuncian órdenes como las siguientes: comprueba, indica la respuesta correcta, nombra, mide, selecciona elementos bajo determinadas condiciones y argumenta.

El quinto grado se inicia con un repaso y profundización de las figuras y cuerpos geométricos, entre los que se encuentran: recta, plano, segmento, ángulo, polígonos y cuerpos geométricos. Se trata como nuevo contenido las figuras simétricas y sus propiedades fundamentales. Se ejemplifican el segmento y el ángulo como figuras simétricas. Se estudia el procedimiento para trazar con regla y compás la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo, relativo a la igualdad y movimiento se aborda la igualdad de figuras a través de la superposición (primero se caracteriza y se describe el concepto) y más tarde se define por la aplicación de los diferentes movimientos del plano de los cuales se estudian sus propiedades.

Las exigencias de los ejercicios en este grado se corresponden con las habilidades de trazar y medir, denotar y nombrar figuras planas, construir la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo, identificar parejas de elementos correspondientes en figuras simétricas, explicar relaciones de posición entre elementos correspondientes, Argumentar planteamientos tales como en un triángulo isósceles la mediatriz de la base pasa por el vértice opuesto a ella y bisectriz del ángulo que tiene ese vértice o en el rombo y el cuadrado las diagonales se cortan perpendicularmente en el punto medio y son bisectrices de los ángulos que cortan. En otros tipos de ejercicios se dan proposiciones para seleccionar las verdaderas y falsas con su correspondiente justificación.

El tratamiento de la geometría en el sexto grado se comienza con un repaso y profundización sobre las figuras planas y los cuerpos. Se hace notar que en las figuras planas todos sus puntos están contenidos en un mismo plano y que no ocurre así en el caso de los cuerpos geométricos, se precisa que la parte la Geometría que estudia las figuras planas se llama Geometría Plana o Estereometría y la que se dedica al estudio de los cuerpos se llama Geometría del Espacio. Se estudian algunas propiedades fundamentales de la planimetría. Por otra parte se ejemplifican diferentes representaciones de figuras y sus imágenes por un determinado movimiento: reflexión de eje  $r$ , traslación de vector  $\overline{PQ}$  y simetría central de centro  $M$ , se especifica que todos los casos representan correspondencias entre los puntos del plano en los cuales una figura y su imagen son iguales. Se retoman las propiedades fundamentales de



estos movimientos y se particularizan las propiedades especiales de cada uno. Se define ángulo y se clasifican tomando como criterio su amplitud, a continuación se define ángulos consecutivos y algunas relaciones que se establecen entre los mismos, se concluye con la definición de ángulos adyacentes y el teorema relativo a la suma de ángulos adyacentes. A partir de este momento se inicia y se muestra por primera vez con los estudiantes el trabajo con la estructura de los teoremas (premisa y tesis) y se explica que una de las formas de demostrarlos es hacer una cadena de razonamientos válidos que se inician con la premisa y concluyen con la tesis. De esta forma se analizan y se demuestran teoremas relacionados con ángulos formados cuando dos rectas se cortan y cuando dos rectas son cortadas por una tercera. Las órdenes de los ejercicios exigen mayor grado de dificultad. A continuación alguna de ellas: compara y justifica, fundamenta, demuestra la veracidad de un resultado, di si las proposiciones son verdaderas o falsas y se exige demostrar un teorema y decidir si el recíproco es verdadero.

En el séptimo grado como una etapa de tránsito de la Educación Primaria y de adaptación en el nivel de la Educación Secundaria Básica exige a la asignatura concentrar su programa del grado en el proceso de consolidación y sistematización de los conocimientos y habilidades previas, pero en un nivel de complejidad superior, en el caso particular de la geometría se parte de la identificación de la figura en el entorno en que vive y de ahí obtener las propiedades que las caracterizan. El eje central del contenido lo constituye el trabajo con las figuras geométricas planas y sus propiedades, así como la resolución de problemas geométricos, vinculados a la vida en que se apliquen las propiedades y los conceptos de área y perímetro.

Como la geometría elemental es una de las bases del pensamiento lógico, se debe insistir en las propiedades de las figuras geométricas elementales y en el cálculo geométrico relacionado con ellas. Para la obtención de propiedades de figuras geométricas es esencial el empleo de la vía inductiva, dejando la idea de la demostración para octavo y noveno grados. Es esencial el esbozo de la figura, pero siempre sobre la base de las propiedades fundamentales, también en el grado se trabaja el cálculo con magnitudes, muy ventajoso para contribuir al desarrollo de la habilidad de estimar.



Los ejercicios que se proponen permiten reafirmar los conceptos y las propiedades sobre las figuras geométricas donde se aplicarán de manera conveniente para hallar soluciones o justificar adecuadamente razonamientos. En muchos de ellos será necesaria la combinación de conocimientos geométricos, con los aritméticos y algebraicos. De extraordinaria importancia resulta el dominio de cada concepto, propiedad o teorema, que se analice las representaciones gráficas que lo acompañan para aplicarlos a los ejercicios y fundamentar los resultados obtenidos. En algunos de los ejercicios propuestos se brinda la oportunidad de decidir si determinada afirmación es verdadera o falsa.

En octavo grado el trabajo se centra en el análisis de las relaciones entre figuras vinculadas a través de una transformación del plano (movimientos). Esto hace la diferencia con el grado anterior donde se obtienen relaciones entre elementos de una misma figura sobre la base de relaciones de posición.

A partir del reconocimiento de figuras planas iguales del entorno se define el concepto de figuras iguales introducido en quinto grado. Análogamente se llega al concepto de movimiento del plano tratado también en ese mismo grado. Se sistematizan estos a partir de reactivar cada uno de ellos y sus propiedades características. Se obtiene los criterios de igualdad de triángulos por vía inductiva para aplicarlo a las demostraciones de propiedades sencillas. Se retoman los conceptos de razón y proporción tratados en séptimo grado y se llega al concepto de segmento proporcional. Se introduce el teorema de las transversales y su generalización como medio que posibilita resolver problemas intra y extramatemáticos.

En noveno grado se introduce el concepto de circunferencia a partir de situaciones prácticas. Se determinan sus elementos y propiedades fundamentales. Se introducen las relaciones de posición entre circunferencia y recta, de forma análoga se introducen los conceptos de prismas, pirámides, cilindro y esfera y se estudian sus principales propiedades.

Dentro de las habilidades con más exigencia en el grado se mencionan estimar, esbozar, fundamentar, demostrar y clasificar.

Para concluir este análisis cabe señalar que a partir del sexto grado se comienza a demostrar proposiciones matemáticas, en séptimo grado se realizan algunas demostraciones con mayor nivel de independencia y en

octavo grado se requiere la sistematización en la deducción de propiedades matemáticas con la utilización de los criterios de igualdad.

### **1.3 Las habilidades como parte del contenido de enseñanza del proceso docente educativo.**

Debido al desarrollo alcanzado por la ciencia y la técnica y la gran cantidad de conocimientos acumulados por la humanidad, se hace necesario que los maestros y profesores dirijan su trabajo docente a enseñar a aprender más que a transmitir información. De esta forma, el énfasis fundamental debe realizarse en que el estudiante asimile los modos de actuación necesarios para adquirir de manera independiente el conocimiento que requerirá para su especialización profesional y en el tránsito por la vida. Así el estudiante debe obtener un sistema de ejecución dominado y sistematizado tal que, con un mínimo esfuerzo sea capaz de realizar su propio aprendizaje, es decir, adquirir las habilidades, los hábitos y las capacidades.

Las habilidades y los hábitos se contemplan como experiencias asimiladas mediante distintos modos de actuación. Los conocimientos necesarios de dichos módulos están en el sistema de conocimientos y sus subsistemas, y sin ellos no se podrá adquirir ningún sistema de habilidades y hábitos. La experiencia de los modos de actuación ha sido acumulada por la humanidad durante el proceso de trabajo, pero se halla el margen de la personalidad, mientras esta a través de la práctica no lo convierta en patrimonio suyo, en su experiencia.

La formación y desarrollo de las habilidades y los hábitos exigen del entrenamiento. Solamente mediante la reproducción reiterada y la aplicación de los modos de actuación de manera consecuente se logra la formación y desarrollo de las habilidades y los hábitos.

En muchas investigaciones pedagógicas se aborda el problema de la formación y desarrollo de las habilidades y hábitos en calidad de componentes esenciales del contenido de enseñanza. En ellas se investigan las estrategias más eficientes para formarlas y cuando considerar que están formadas en el nivel que se desea.

La asimilación y formación de habilidades y hábitos están acompañadas de procesos cognoscitivos que exigen la atención voluntaria y consciente, la

asimilación real del sistema de acciones que forman la habilidad, así como el conocimiento al cual está asociada.

Además la formación y desarrollo exige de los alumnos comprender el significado y el valor de estas para el proceso de conocer. A todo esto se une el aspecto educativo que responde a la unidad instructiva educativa. También está asociada al proceso de desarrollo de la personalidad, permite que los alumnos sean capaces de argumentar, explicar, demostrar; otros se expresan en actuaciones ordenadas, disciplinadas, limpias con respecto a las normas e instrucciones individuales y colectivas. El aspecto educativo de este proceso se manifiesta en la educación laboral, estética, física, ética y otras que no son posibles sin la adquisición de habilidades y hábitos.

Debido a la gran divergencia que existe acerca de la naturaleza, de la formación y desarrollo de las habilidades en cuanto al lugar que ocupan en la actividad humana y de los requisitos fundamentales a tener en cuenta para su formación y desarrollo numerosos pedagogos han abordado la temática. Según Talizina (1984) *“las habilidades son el modo de actuar que permiten operar con el conocimiento o con la fuente del conocimiento. Es claro que para calcular, definir, comparar, clasificar, fundamentar, demostrar los alumnos tienen que necesariamente operar con determinados conocimientos que deben perdurar en su memoria para aplicarlos a la práctica social”*.

Se comparte la valoración anterior por su acción práctica, además en la investigación se valora que al operar con el conocimiento o sus fuentes no solo se exige en el orden escolar, sino en todos los órdenes de la vida pero los mayores esfuerzos para entrenar a los alumnos en el desarrollo de la habilidad se dedican dentro del proceso de enseñanza aprendizaje.

Para Brito *“...las habilidades constituyen el dominio de las acciones...que permiten una regulación racional de la actividad con la ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee”* (Brito, 1992)

En esta investigación se asume que una característica fundamental de la habilidad es que la realización de las diferentes acciones que la constituyen siempre se ejecutan de forma consciente por el sujeto, de ahí que el proceso de enseñanza aprendizaje no se trata solo de poder reproducir un determinado material sino aplicar los conocimientos a las condiciones dadas de una

situación concreta de aquí que en el sistema educacional es conveniente hablar en el término de habilidades.

La habilidad se forma en el mismo proceso de la actividad del alumno que hace suya la información y adquiere el conocimiento. Rita Álvarez de Zayas (1990) define los niveles de desarrollo de las habilidades a partir de la asimilación de los fenómenos y lo esencial del objeto del conocimiento.

También se valora como el modo de interacción del sujeto con el objeto, Carlos Álvarez de Zayas (1999), la considera un elemento del contenido que expresa en un lenguaje didáctico un sistema logrado de acciones y operaciones para alcanzar el objetivo.

Una definición más abarcadora es la que aporta Zilberstein (1998) al plantear que la habilidad implica dominar las formas de la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa, es decir, es el conocimiento en acción.

En estos conceptos se defiende la idea de que la habilidad es el conocimiento en acción.

Las definiciones de habilidad dadas, no se contradicen pues todas parten de una misma base teórica: en la teoría de la actividad iniciada por L. Vigotsky y continuada por A. Leontiev y sus seguidores; en dichas definiciones de forma general, todos tienden a señalar aspectos comunes:

- En la base de la habilidad está el conocimiento.
- Se manifiesta a través de la interacción del sujeto con el objeto.

No obstante se asume la definición de R. Álvarez de Zayas, al contener explícitamente los elementos necesarios para la operacionalización de la habilidad demostrar.

Mercedes López (1990) presenta una clasificación de las habilidades en generales y específicas según sean parte del contenido de todas las asignaturas: las primeras tienen carácter intelectual y las segundas las propias de la asignatura.

Las habilidades intelectuales son las del pensamiento lógico y se desarrollan en la actividad cognoscitiva y a su vez constituye la premisa fundamental *“base sobre la que se da la adquisición del conocimiento y habilidades”*. El proceso de formación y desarrollo de habilidades y de asimilación de los conocimientos ocurre de manera dialéctica y al respecto López (1990) expresa que *“las habilidades se forman en el mismo proceso de la actividad en la que el alumno*

*hace suya la información y adquiere conocimiento*". En estrecha relación con los hechos, conocimientos y experiencias se debe garantizar que los alumnos asimilen las formas de elaboración, el modo de actuar, las técnicas para aprender, las formas de razonar de modo que del conocimiento se logre también la formación y desarrollo de las habilidades.

Además la misma autora refiere que las habilidades están presentes en el proceso de obtener información y asimilación de los conocimientos, en su uso y aplicación.

Concepción Pérez (1993) (citado por Álvarez, 1998) propone un modelo didáctico para la formación y desarrollo de las habilidades lógicas a través del proceso docente educativo de la Física General de la carrera de Ciencias Técnicas donde muestra cómo estimular el desarrollo de habilidades del pensamiento, a partir de una organización adecuada del proceso de enseñanza y la estructuración del método de la disciplina. Se comparte con este autor que las dificultades en el aprendizaje en el nivel medio son el resultado del uso de métodos que no promueven el desarrollo de habilidades lógicas.

Hernández Díaz (1993) (citado por Álvarez, 1998) investigó acerca del diagnóstico y desarrollo del procedimiento de deducción en estudiantes de ciencias técnicas, donde experimentalmente demuestra la posibilidad de elevar el desarrollo de dicho procedimiento y estructura tareas a tales fines.

Estrada M. R (1997) elaboró un modelo didáctico dirigido a desarrollar el procedimiento lógico de la demostración que se corresponda con los niveles de razonamientos de los alumnos en la disciplina Geometría. Hizo un análisis del modelo de Van Hiele para desarrollar el procedimiento lógico de demostración que se pueden aprovechar en función de la propuesta realizada.

Campistrous realiza estudios e investigaciones acerca de los procedimientos lógicos asociados a las diferentes formas del pensamiento, sobre dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los mismos y elabora sugerencias metodológicas que muestran cómo estimular su formación en la enseñanza de la Matemática en el nivel preuniversitario. Al referirse al trabajo con los procedimientos lógicos señala "*...los procedimientos sean lógicos o específicos de la asignatura deben ser aprendidos por los alumnos, y por tanto ser objeto de enseñanza*". (Campistrous, 1993). Esto muestra la necesidad de

que el maestro preste especial atención al desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento.

En el ámbito internacional se valora el trabajo de G. A Butkin, el que hace un estudio sobre los distintos componentes que se deben utilizar para desarrollar la habilidad demostrar. Esos componentes son:

- Identificar los conceptos.
- Elaborar uno de los sistemas conocidos por los alumnos de propiedades necesarias y suficientes.
- Deducción de las consecuencias
- Determinar las áreas de búsquedas.

Autores como C. Álvarez (1999) y M. López (1990) refieren etapas para el desarrollo de las habilidades, que permiten al docente tenerla en consideración en la elaboración de tareas que van aumentando su nivel de complejidad en dependencia de los niveles de desarrollo de habilidades que va logrando el estudiante. Proponen las etapas siguientes:

1- Formación de la habilidad: es la etapa de adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del profesor, el alumno recibe la orientación adecuada para garantizar la correcta formación de la misma.

2- Desarrollo de la habilidad: luego de la adquisición de los modos de acción se inicia el proceso de ejercitación, de forma que vayan haciéndose cada vez más fácil de reproducir o usar, y se eliminan los errores. Son indicadores de buen desarrollo la rapidez y corrección con que la acción se ejecute.

En el trabajo realizado por los autores Cecilia Castillo Castro y el Doctor Barreros, F. del IPLAC (1997), aparecen cinco etapas por las que debe transitar el desarrollo de las habilidades.

- Habilidad inicial: el sujeto conoce lo que va hacer, sigue pasos para la ejecución, pero estos carecen de secuencia y no se corresponden con el sistema de invariantes funcionales que se le presentó.
- Habilidad insuficiente: el sujeto conoce lo que va hacer y la secuencia de invariantes funcionales que se le presentó, pero no puede ejecutar dichos elementos.

- **Habilidad general:** el sujeto conoce lo que va hacer, la secuencia de invariantes funcionales y la utiliza, pero no la ejecuta con todos los elementos correctamente
- **Habilidad desarrollada:** conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales, y es capaz de ejecutar con eficiencia todos los elementos.
- **Maestría:** conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales, la ejecuta a la perfección, aplicándola en condiciones nuevas con eficiencia e independencia.

Las tres primeras etapas de estos autores se evidencian en la primera dada por López, M (1990) y Álvarez, C. (1996), y la dos últimas en la segunda etapa de los autores citados, con un pequeño detalle de diferencia, que López, M. no deja claro que el sujeto logra dominio de la habilidad cuando la aplica en condiciones nuevas con eficiencia e independencia. Es necesario puntualizar que las etapas constituyen procesos mentales que va desarrollando el alumno, en su sistematización continua.

Rubinstein (1979) es muy claro al plantear que el estudio del pensar estriba no en comprender que el análisis o la síntesis en general se dan en todas partes, sino en examinar el movimiento del análisis y la síntesis y revelar las formas cualitativamente distintas que adoptan en los diversos estudios y etapas de la cognición

Se han establecido diferentes clasificaciones de las habilidades atendiendo a distintos criterios pero, en términos generales, didactas como Álvarez, C. (1992); Fuentes, H. (1996); Álvarez, R. (1990) coinciden en clasificarlas en tres tipos:

- ✓ Propias de las ciencias que son objeto de estudio como disciplina docente, que se concretan en los métodos de trabajo y deben aparecer como contenido del programa.
- ✓ Habilidades lógicas o intelectuales que contribuyen a la asimilación del contenido de las disciplinas y que son esenciales para el desarrollo del pensamiento lógico.
- ✓ Habilidades propias del proceso docente educativo.



Se considera que la clasificación es abarcadora, pues en ella se incluyen desde las habilidades específicas de una asignatura, hasta las del proceso docente que son comunes a cualquier materia de enseñanza.

Los autores citados refieren que esta clasificación en el proceso docente educativo no se puede ver de forma aislada; entre ellas existe una estrecha relación, unas son el complemento de otras.

Especial significado para la Matemática, tiene las habilidades lógicas. R. Álvarez (1990) define como habilidades del pensamiento lógico a las acciones del intelecto en el proceso de cognición, cuya esencia radica en las operaciones lógicas psíquicas del alumno. Las habilidades del pensamiento lógico también tienen por esencia la actividad, lo particular consiste en que se trata de la actividad cognoscitiva.

Esta definición dada por R. Álvarez fundamenta que la habilidad objeto de estudio debe incluirse dentro de esta clasificación, porque en el proceso de cognición guarda una estrecha relación con los procesos fundamentales del pensamiento, tales como: el análisis, la síntesis, la abstracción, concreción y la generalización.

H. Fuentes (1996), destaca la idea de que las habilidades lógicas no se forman aisladamente, sino en el proceso de apropiación del contenido. Las habilidades lógicas: comparación, definición, explicación, demostración, entre otras se desarrollan a partir de su interrelación, pues estas habilidades no se dan de forma aislada, sino muy relacionadas durante el proceso de su apropiación y aplicación. Es por ello que muchas veces una habilidad forma parte de la operacionalización de otra más general.

Lo anterior no excluye que se puedan realizar ejercicios que tiendan al desarrollo de una o alguna de ellas en especial. De hecho es un propósito básico de esta investigación la utilización de ejercicios para el dominio de la habilidad demostrar rasgos de conceptos matemáticos en los estudiantes de Secundaria Básica.



## CAPÍTULO II. PROPUESTA DE EJERCICIOS PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD DEMOSTRAR EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA IGUALDAD DE TRIÁNGULOS EN LA SECUNDARIA BÁSICA

En este epígrafe se aborda el papel de los ejercicios en la enseñanza de la Matemática, algunas consideraciones acerca de la resolución de ejercicios que sirven de base para la propuesta que se presenta.

### 2.1 Papel de los ejercicios en la enseñanza de la matemática.

Ya hemos dicho antes que la vía metodológica fundamental en la enseñanza de la matemática es el trabajo con ejercicios; esto se confirma, en primer lugar, cuando se analiza que el uso efectivo de los ejercicios en la enseñanza de la matemática, facilita el desarrollo de la capacidad de estudio independiente de los alumnos.

Además, los ejercicios constituyen un medio esencial para formar en los alumnos el sistema fundamental de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos que se han encomendado a la escuela.

Otro aspecto a tener en cuenta es que el trabajo con ejercicios contribuye a la formación y desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos. Esta contribución se realiza cuando se desarrolla la capacidad de transformar un ejercicio para aplicar uno u otro método de solución, cuando los alumnos son capaces de aplicar nuevos medios para resolver un ejercicio, cuando aprenden a extraer y utilizar la información, cuando son capaces de construir nuevos ejercicios sobre la base de uno dado, etc.

En esta contribución al desarrollo del pensamiento lógico en los alumnos nos referíamos a las acciones lógicas fundamentales que están presentes en cada razonamiento y no a la reproducción de conocimientos lógicos aislados del trabajo matemático. Entre estas acciones fundamentales están, entre otras, la identificación de conceptos, la deducción y el reconocimiento de condiciones necesarias y suficientes.

De todo lo anterior resulta claro que la efectividad del trabajo con ejercicios depende, en gran medida de la preparación de los alumnos para realizar su actividad.

Esto significa, entre otras cosas, que para elevar la eficiencia de la enseñanza es necesario perfeccionar el sistema de ejercicios a resolver por los alumnos. En efecto, la tarea de enseñar se realiza de manera diferente en condiciones diferentes y cada grupo tiene necesidad de sistemas de ejercicios que se correspondan a sus características. De aquí que una parte importante del tiempo de cada profesor se debe dedicar a la preparación de los sistemas de ejercicios que sus alumnos necesitan.

No se debe perder de vista que la mayor parte del tiempo de la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios y que la falta de eficiencia en la utilización de ese tiempo repercute negativamente en la formación de los alumnos.

En relación con esto el conocido matemático G. Polya ha dicho:

“¿Qué significa dominar la matemática?” Significa poder resolver problemas, y no sólo problemas tipo, sino también problemas que exigen pensamiento independiente, sentido común, originalidad, inventiva, realizar demostraciones. Por esto, la primera y más importante obligación del curso de matemática de la escuela consiste en subrayar el aspecto metodológico del proceso de resolución de problemas y ejercicios.

En la práctica, cuando se habla del papel de la resolución de ejercicios, por lo general se hace referencia sólo al aspecto instructivo de la resolución de ejercicios. Un análisis detallado del papel del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la matemática, muestra que deben ser utilizados como un medio de desarrollo matemático general del alumno y que cualquier ejercicio lleve en sí mismo diversas funciones que, en las condiciones concretas de su utilización, pueden aparecer implícita o explícitamente.

Dado que los componentes fundamentales de la enseñanza de la matemática son el instructivo, el educativo y el desarrollador, las funciones básicas de los ejercicios se corresponden con estos componentes:

- Función instructiva.
- Función educativa.
- Función desarrolladora.

A estas funciones básicas hay que añadirle otra función importante:

- Función de control.

Las funciones mencionadas no se presentan aisladas unas de otras, aunque en cada ejercicio concreto puede aparecer una o más de estas funciones como rectora.

Se llama función instructiva a la que está dirigida a la formación en el alumno del sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos que se corresponden con su etapa de desarrollo.

La función educativa es la que está orientada a la formación de la concepción científica del mundo, de los intereses cognoscitivos, de cualidades de la personalidad y también a lograr que el alumno conozca nuestras realidades y nuestros éxitos, así como a desarrollar el patriotismo y el internacionalismo. Para cumplir esta función, el profesor debe actualizar los ejercicios del texto y crear otros que muestren nuestra realidad presente.

Por función desarrolladora se entiende la que está encaminada a desarrollar el pensamiento de los alumnos (en particular, la formación en ellos del pensamiento científico y teórico) y a dotarlos de métodos efectivos en actividad intelectual.

En particular esta es la función rectora en el caso de ejercicios orientados a la formación en los alumnos de habilidades para utilizar los métodos del conocimiento científico (observación, comparación, experimentación, análisis y síntesis, generalización y especialización, abstracción y concreción) como métodos de aprendizaje. Entre los ejercicios para los que ésta es la función rectora cabe señalar, entre otros, aquellos en los que se debe: hacer conclusiones de carácter inductivo o deductivo, formular hipótesis y comprobarlas, modelar situaciones o aprovechar los modelos existentes (o contruidos por él) estudiar las propiedades de los objetos, extraer lo esencial, clasificar y sistematizar.

Esta función desarrolladora debe estar presente en la mayor parte de los ejercicios, es decir, debe tratarse de que el alumno realice (en la mayoría de los ejercicios) independiente algunas de las operaciones que corresponden a los métodos de conocimientos señalados. Por lo anterior, en todo sistema deben ser incluidos ejercicios cuya función rectora sea la desarrolladora, es decir, como los descritos en el párrafo anterior.

Por último, se llama función de control la que se orienta a determinar el nivel de la instrucción de los alumnos, su capacidad para trabajar independientemente, el grado de desarrollo de su pensamiento matemático, etc. Es decir, la función encaminada a comprobar en qué medida se cumple los objetivos de la asignatura.

## **2.2. Propuesta de ejercicios para desarrollar la habilidad demostrar en la igualdad de triángulos en la Secundaria Básica.**

Los ejercicios fueron elaborados teniendo en cuenta la caracterización de los estudiantes que ingresan en nuestro centro de estudio (los cuales provienen en su gran mayoría de centros rurales), los objetivos del programa, las exigencias mínimas exigidas en este y los fundamentos teóricos para su estructuración.

Los ejercicios fueron elaborados en tres bloques, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

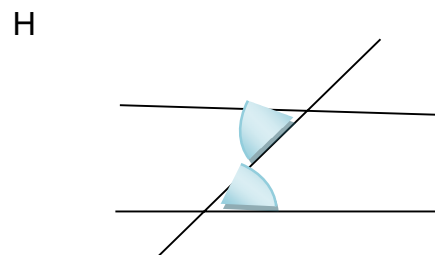
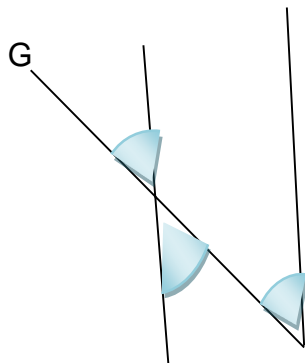
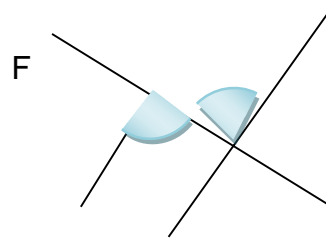
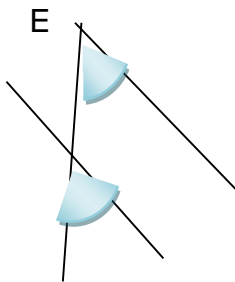
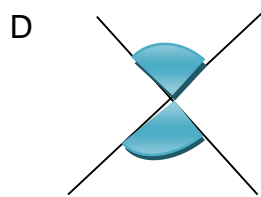
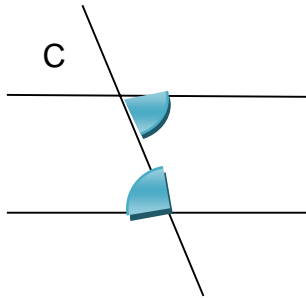
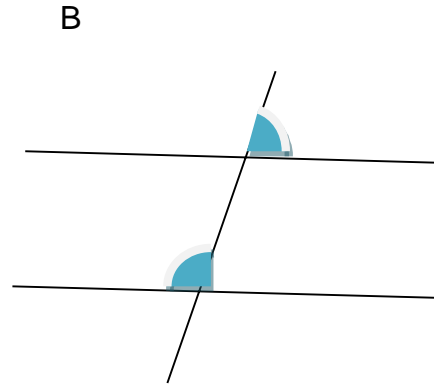
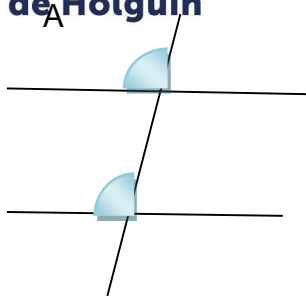
- El primer bloque se permite recordar conceptos, definiciones, propiedades de la geometría que son básicos para la realización de las demostraciones.
- El segundo bloque permite favorecer el desarrollo de las habilidades fundamental y demostrar en cada uno de los ejercicios, sin un grado de complejidad profundo.
- El tercer bloque ya posee un mayor nivel de complejidad de los ejercicios, lo cual permite un mayor nivel del desarrollo cognoscitivo de los estudiantes, potenciando el desarrollo del pensamiento lógico y profundidad en la habilidad demostrar.

### **BLOQUE I.**

#### *Ejercicio #1.*

En las siguientes figuras, dos rectas siempre son paralelas y la tercera secante, donde sol aparecen dos las mismas se interseca. Identifica parejas de ángulos que sean:

- a) Opuestos por el vértice.
- b) Alternos entre paralelas.
- c) Correspondientes.



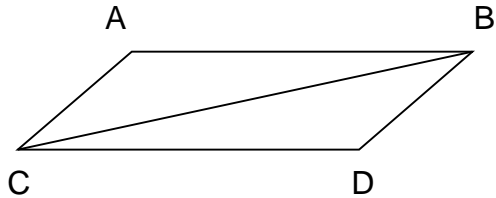
*Ejercicio 2.*

Construye un cuadrado ABCD que tenga como diagonales,  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$ , del mismo responde. Siempre fundamenta.

- Escriba todos los pares de lados iguales.
- Todos los pares de ángulos iguales.
- Todos los triángulos que se forman en dicha figura y en los mismos analice que lados y que ángulos son iguales.

*Ejercicio 3*

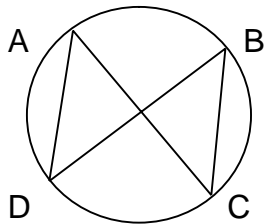
Sea el paralelogramo  $ABCD$  ,  $\overline{BD}$  diagonal. Siempre fundamente su respuesta.



- Identifica todas las parejas de ángulos alternos entre paralelas.
- Señale en los triángulos que se forman al trazar la diagonal  $\overline{BD}$  y en los mismos analice, lados iguales, ángulos iguales.

*Ejercicio 4*

La figura muestra la circunferencia de centro F y diámetros  $\overline{AC}$  ,  $\overline{BD}$  . Analice y responda



- Los segmentos  $\overline{AC} = \overline{BD}$  porque \_\_\_\_\_
- $\angle A = \angle B$  porque \_\_\_\_\_
- $\angle D = \angle C$  porque \_\_\_\_\_
- $\angle AFB = \angle DFC$  porque \_\_\_\_\_
- $\angle ADB = \angle AFC$  porque \_\_\_\_\_

*Ejercicio 5*

Escribe verdadero (V) o falso (F). En caso de ser falso fundamente.

- \_\_\_ Dos ángulos adyacentes son iguales si la amplitud de cada uno de ellos es de  $90^\circ$
- \_\_\_ La mediatriz de un segmento es la recta que es perpendicular a dicho segmento.
- \_\_\_ Los lados no bases de un trapecio isósceles son iguales.

- d) \_\_\_ Los ángulos conjugados entre paralelas tienen la misma amplitud.
- e) \_\_\_ Las diagonales de un paralelogramo son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.
- f) \_\_\_ Los ángulos bases de un trapecio isósceles son de igual amplitud.

*Ejercicio 6*

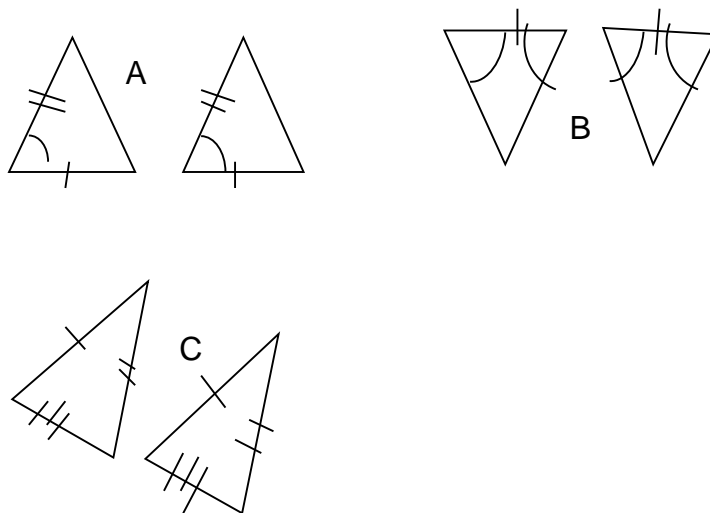
Escribe verdadero (V) o falso (F). En caso de ser falso fundamenta.

Para que dos triángulos sean iguales deben cumplir:

- a) \_\_\_ Sus tres ángulos respectivamente iguales.
- b) \_\_\_ Sus tres lados respectivamente iguales.
- c) \_\_\_ Un lado y un ángulo respectivamente iguales.
- d) \_\_\_ Dos lados y el ángulo comprendido entre esos dos lados iguales.
- e) \_\_\_ Un lado y los ángulos bases a ese lado respectivamente iguales.

*Ejercicio 7*

En las siguientes figuras señala que criterios de igualdad de triángulos se cumple en cada caso.



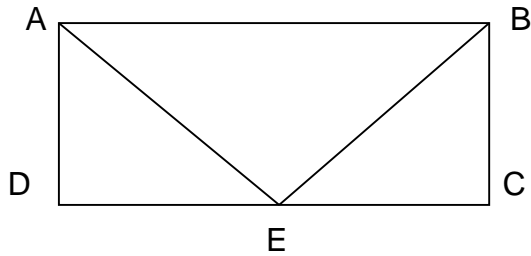
*Ejercicio 8*

Realiza un resumen con las principales propiedades de las figuras geométricas estudiadas en grados anteriores.

**BLOQUE II**

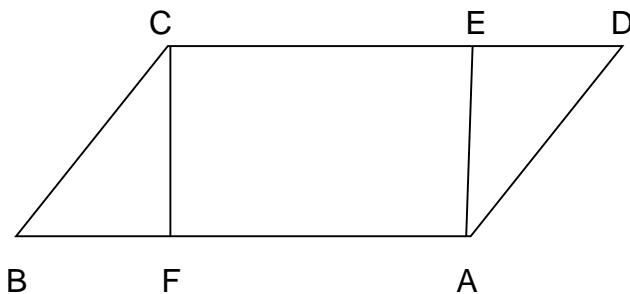
*Ejercicio 9*

En la figura ABCD es un rectángulo E es punto medio de  $\overline{DC}$ . Demuestra que el triángulo  $\triangle ADE = \triangle BCE$



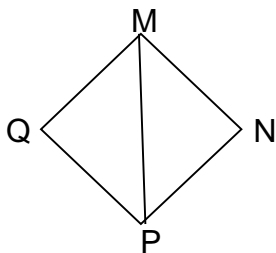
*Ejercicio 10*

En la figura ABCD es un paralelogramo y AECD es un rectángulo  $E \in \overline{CD}; F \in \overline{AB}$  y  $\overline{BF} = \overline{ED}$ . Prueba que  $\triangle BCF = \triangle AED$



*Ejercicio 11*

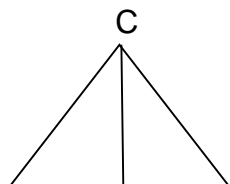
En la figura se muestra el cuadrado MNPQ, donde  $\overline{MP}$  es una de sus diagonales. Demuestre que  $\triangle MNP = \triangle MQP$



*Ejercicio 12*

En el triángulo ABCD equilátero, D es punto medio de  $\overline{AB}$ .

Demuestre que el triángulo  $\triangle ACD = \triangle BCD$



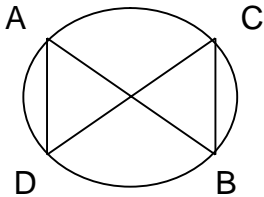


A                      B  
                            D

Ejercicio 13

En la figura  $\overline{AB} = \overline{CD}$  son diámetros de la circunferencia de centro E.

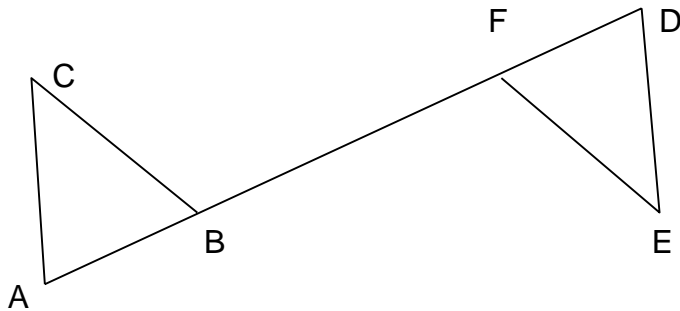
Demuestre que  $\triangle AED = \triangle BEC$



Ejercicio 14

En la figura  $AC \parallel DE$ ;  $BC \parallel EF$ ;  $\overline{AB} = \overline{DF}$ , A, B; F; D , puntos alineados.

Demuestra que:  $\triangle ABC = \triangle DEF$

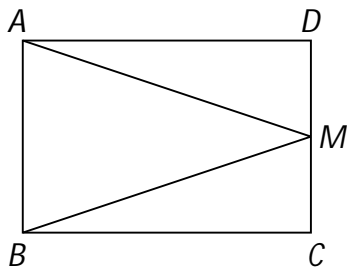


**BLOQUE III.**

Ejercicio 15

En la figura ABCD rectángulo M punto medio de DC.

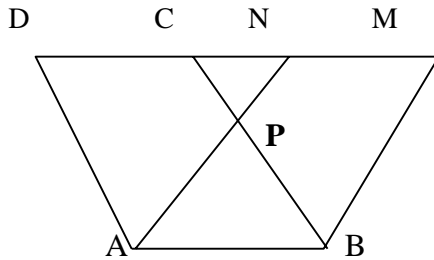
- Pruebe que el  $\triangle MAD = \triangle BMC$ .
- Si  $AB = 5,2$  cm,  $BC = 2,3$  cm. Calcula el perímetro del rectángulo.



Ejercicio 16

En la figura ABCD y ABMN son paralelogramos

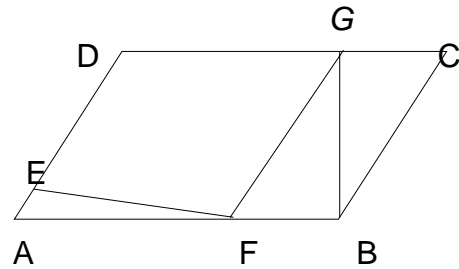
a). Pruebe que:  $\triangle DAN = \triangle CBM$



**Ejercicio 17**

En la figura:

- ABCD paralelogramo.
- AFGD rombo.
- E, F y G pertenecen a los lados  $\overline{AD}$ ,  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  respectivamente.
- $\overline{EF} \perp \overline{AD}$  y  $\overline{BG} \perp \overline{CD}$



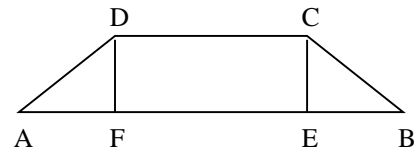
- Pruebe que los triángulos AFE y BGF son iguales.
- Si  $\overline{AB} = 18\text{cm}$  y  $\overline{EF} = 12\text{cm}$ , calcule el área del paralelogramo y exprésela en  $\text{dm}^2$ .

**Ejercicio 18**

En la figura aparece ABCD que es un trapecio isósceles de bases  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ ;

$\overline{BC} = 13\text{cm}$ ;  $\overline{AB} = 4,0\text{dm}$ ;

E y F puntos de  $\overline{AB}$  con  $\overline{CE} \perp \overline{AB}$   
y  $\overline{CD} \parallel \overline{DF}$



La altura de ABCD es de 5,0cm.

- Pruebe que los triángulos CEB y AFD son iguales.
- Halla el área del trapecio BCDF.

**2.3 Valoración de los resultados.**

A través del trabajo investigativo en la temática relacionada con el desarrollo de habilidades demostrar en matemáticas en los estudiantes de octavo grado de Secundaria Básica “Rafael Freyre” en la unidad de igualdad de triángulos del octavo grado, hemos recogido valiosa información en talleres, sesiones metodológicas, que se han realizado en el centro y municipio por personas con vasta experiencia en el tema objeto de estudio de nuestra investigación, lo que ha facilitado el intercambio con personas que, por su experiencia y conocimientos en el tema, aportaron criterios valiosos en relación con las

necesidades de los alumnos y profesores, así como las vías más efectivas en la solución del problema que nos ocupa.

Una vez elaborada la propuesta se procedió a ponerla en conocimiento de diferentes especialistas con el objetivo de recopilar opiniones acerca de las posibilidades reales de aplicación que tiene la misma.

En el grupo de especialistas seleccionados hubo representatividad de profesores con grados científicos, los que, indiscutiblemente, por su nivel y preparación aportaron elementos significativos para nuestro trabajo. Otro grupo lo formaron profesores de Matemática de diferentes centros de la Educación Secundaria del municipio de Rafael Freyre y Holguín, jefes de departamentos de amplia experiencia docente y en el trabajo metodológico de este nivel.

De las opiniones ofrecidas a la primera referido a que si era factible la aplicación del sistema de ejercicios propuesto en la práctica escolar se extrajeron varias regularidades, entre ellas se destacan los que afirman que es factible de aplicar, que las orientaciones que se dan en cada ejercicio son claras, que no resultan complicados para su ejecución y que contribuyen al desarrollo de las habilidades que se exigen en el programa.

Las opiniones referidas a la estructura fueron positivas al exponer, entre otras, que los ejercicios constituyen una guía bien estructurada para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la unidad de Geometría Plana en octavo grado, que se ajustan a lo establecido con los objetivos del grado y del nivel.

Sobre su contribución al trabajo del profesor se resumen los criterios en afirmaciones de que constituyen un material importante para su trabajo y que facilitan su labor y les permitirá un mejor nivel de preparación para su desempeño profesional y a los alumnos se les presentan ejercicios que permitirán una mejor comprensión el trabajo con las demostraciones de igualdad de triángulos

Como resultado de la investigación se pudo concluir que:

- El estudio diagnóstico reveló insuficiencias en el desarrollo de la habilidad matemática demostrar la igualdad de dos triángulos en el octavo grado de la escuela secundaria “Rafael Freyre” entre las causas que inciden en ello se detectaron algunas como: carencia de sistemas de ejercicios estructurados a partir de la caracterización de los estudiantes, y que respondan a los objetivos y exigencias del programa de Matemática del octavo grado.
- El análisis de la bibliografía básica y complementaria para el grado, así como el estudio realizado sobre habilidades y sistemas de ejercicios favoreció la elaboración de la presente investigación y presentar los ejercicios que componen la misma.
- La valoración de la viabilidad de los ejercicios en actividades preparación metodológica a nivel de centro y en la reunión metodológica municipal, con profesores de Matemática con vasta experiencia, permitió corroborar la efectividad de la propuesta.

## RECOMENDACIONES

Darle continuidad a esta investigación buscando nuevos criterios y vías metodológicas para que los profesores de la Enseñanza Secundaria confeccionen sus propios sistemas de ejercicios para los estudiantes de octavo grado encaminados a desarrollar las habilidades matemáticas a desarrollar en este nivel.



## BIBLIOGRAFÍA

ÁLVAREZ DE ZAYAS, CARLOS: Metodología de la Investigación Científica. La Habana, Biblioteca Digital, 1995.

BALLESTER PEDROSO, SERGIO Y OTROS: Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación, La Habana. 1992 a.

\_\_\_\_\_ : Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1992 b.

BRITO, HECTOR Y OTROS: Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa teórica, metodológica y práctica. Boletín informativo. CDIP, ISP "Frank País García", 1990.

\_\_\_\_\_ : Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa para su tratamiento psicológico y pedagógico. Material impreso.

\_\_\_\_\_ : Habilidades y hábitos. Consideraciones psicológicas para su manejo pedagógico. Revista Varona # 20. Ciudad de la Habana, 1988.

CAMPISTROUS, L. Y C. RIZO: Aprende a resolver problemas aritméticos. En Memorias de la 8. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Costa Rica, 1994

CAMPISTROUS PÉREZ, LUIS Y OTROS: Orientaciones Metodológicas. Matemática 10 grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1989.

COLECTIVO DE AUTORES: Metodología de la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1992.

\_\_\_\_\_ : Selección de lecturas de psicología del desarrollo. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 2003.

DELGADO, J. R: Un Sistema de Habilidades Generales para la Enseñanza de la Matemática. Memorias de la 9 Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Docentes e Investigación en Educación. Ciudad de La Habana. Cuba, 1995.

DELGADO, J. R: Las Habilidades Generales Matemáticas. Material en soporte electrónico. ISP "José A. Echeverría", Ciudad de La Habana. Cuba, 2000.

FERNÁNDEZ, V. Una alternativa metodológica para el desarrollo de la habilidad argumentar para la enseñanza de la matemática en la secundaria básica. Tesis de Maestría. Holguín, 2000.

FERRER VICENTE, MARIBEL: Modelo para la Formación de Habilidades Matemáticas. Conferencias de un Curso de Postgrado. Santiago de Cuba. Soporte Digital, 1986.

FERRER VICENTE, MARIBEL Y ALFREDO REBOLLAR MOROTE: Cómo dirigir el Proceso de Formación de Habilidades Matemáticas. Curso 62, Evento Internacional de Pedagogía, Ciudad de La Habana. Cuba, 1999.

GALINA, B: Sistema de habilidades y su formación en el proceso de la enseñanza, (DC 411), 1987.

GAMEZ, J: Una propuesta didáctica para incidir en el desarrollo de la habilidad lógica “Deducción de Propiedades” en la enseñanza de la Matemática. Tesis en opción al título de Master en Didáctica de la Matemática. Holguín, 1998.

GARCÍA, O: Determinación y estructuración de las habilidades lógicas que contribuyen a desarrollar el pensamiento lógico en la Disciplina Matemática Superior para la Carrera de Forestal. Tesis en opción al título de Master. Pinar del Río, 1996.

GONZÁLEZ, H. E: Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. Educación Matemática. Vol. 5. No 1. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Abril, 1993.

KLINBERG, L: Introducción a la Didáctica General. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1972.

LOPEZ, M: Saber Enseñar a Describir, Definir, Argumentar. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, 1990.

LOPEZ, F: Un invariante de habilidad de la disciplina de Geometría para la carrera de Matemática Computación en los ISP. Tesis en opción al título de Master en Ciencias de la Educación, 1997.

MINED: Metodología de la enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. Primera Reimpresión. Ciudad de la Habana, 1982.

- MÜLLER, HORST: El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Folleto. ISP "Frank País García". 1987.
- MUÑOZ, FÉLIX Y OTROS: Matemática. 7. grado. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1989.
- \_\_\_\_\_ : Matemática. 8. grado. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1990.
- \_\_\_\_\_ : Matemática. 9. grado. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1991.
- PÉREZ RODRÍGUEZ, GASTÓN E IRMA NOCEDO LEÓN: Metodología de la investigación pedagógica y psicológica. Primera parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana., 1983.
- PIAGET, J: La enseñanza de las Matemáticas. Madrid, 1968.
- QUINTANA VALDÉS, AURELIO Y COAUTORES: Matemática 7 grado, Cuaderno Complementario. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, 2005.
- \_\_\_\_\_ : Matemática 8 grado, Cuaderno Complementario. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, 2005.
- \_\_\_\_\_ : Matemática 9 grado, Cuaderno Complementario. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, 2005.
- RIZO, CELIA: La formación de habilidades y capacidades en la enseñanza de la Matemática. Revista Educación # 13. Enero - Junio. 1983. p. 46 - 55.
- RIZO, CELIA Y LUIS CAMPISTROUS: Didáctica de la Matemática y solución de problemas. Editorial Academia, Colección PROMET. La Habana, 2004.
- VALVERDE, L: Un método para contribuir a desarrollar la habilidad para fundamentar-demostrar una proposición matemática tomando como base una asignatura de álgebra de primer año de los ISP, Resumen de tesis de grado. Ciudad de La Habana, 1990.
- VIGOTSKY, L: Pensamiento y lenguaje. Segunda Edición. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1998.



## Anexos

### Anexo 1

Prueba pedagógica inicial

Lee reflexivamente y responde.

Marca las respuestas correctas

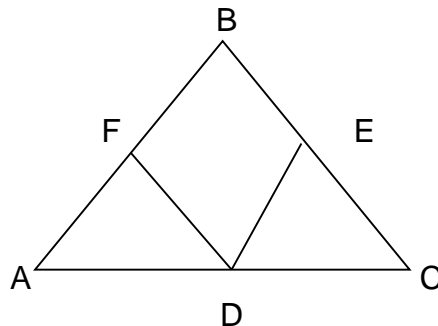
1.1 – Podemos afirmar que 2 segmentos son iguales cuando

- a) – Son lados de 1 triángulo equilátero
- b) – Son cuerdas de una circunferencia
- c) – Son lados de un cuadrado
- d) – Son lados de un rectángulo
- e) – Son lados opuestos de un rectángulo
- f) – Son lados de un triángulo isósceles
- g) – Son lados no base de un triángulo isósceles
- h) – Son radios de una circunferencia.
- i) – Son diagonales de un paralelogramo
- j) – Son cuerdas de una circunferencia a las que les corresponden arcos iguales.
- k) – Son lados de un trapecio.

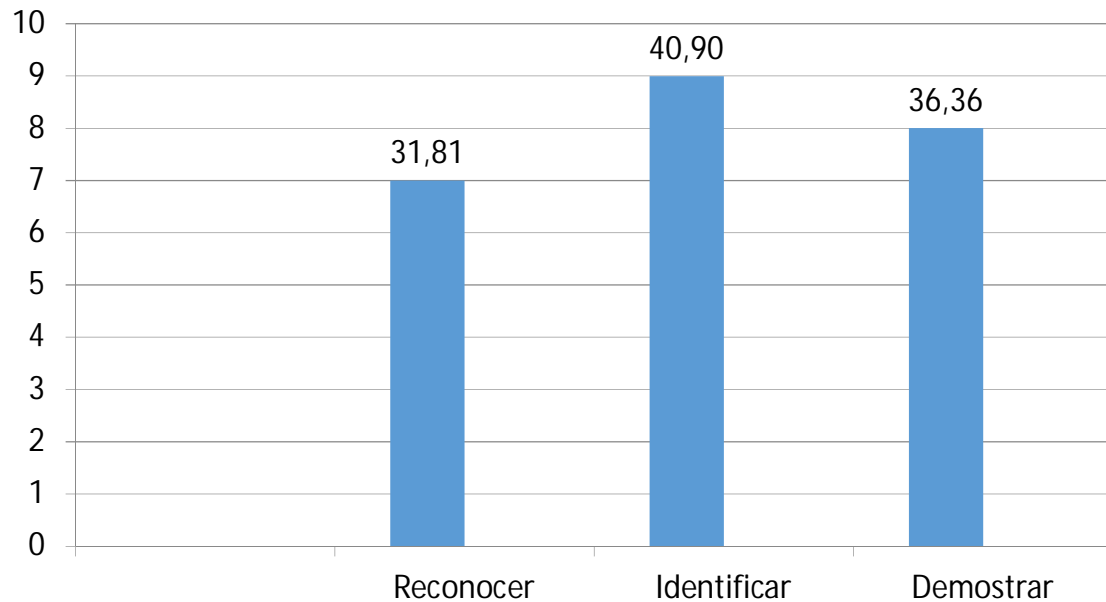
1.2 – Podemos afirmar que dos ángulos son iguales cuando

- Son adyacentes
- Son conjugados entre paralelas
- Son opuestos por el vértice
- Se encuentran inscritos en una circunferencia
- Son opuestos en un paralelogramo
- Son interiores de un rectángulo
- Son centrales en una circunferencia y les corresponden arcos iguales.
- Son correspondientes entre paralelas.

2 – En la figura triángulo ABC es isósceles de base AC. F y E son puntos de AB y BC respectivamente. D es punto medio de AC. Ángulo ADF es igual a CDE. Demuestra que triángulo ADF es igual al triángulo CDE.



## Anexo 2 Resultados de la PPI



Objetivos	Muestra	APPI	%	APPF	%
1	22	7	31.81	19	86.36
2	22	9	40.90	18	81.81
3	22	8	36.36	17	77.27

Objetivos:

1. Reconocer las propiedades de las figuras geométricas que garantizan la existencia de segmentos o ángulos iguales
2. Identificar los criterios de igualdad de triángulos
3. Demostrar igualdad de triángulos

### **ANEXO 3**

#### **Encuesta inicial para estudiantes.**

**Objetivo:** Precisar las principales deficiencias que existen en la resolución de tareas en el área de Geometría que propicien el trabajo con la habilidad demostrar.

Estimado estudiante:

Está encuesta forma parte de una investigación necesitamos que responda con la mayor precisión y sinceridad posible:

Debe seleccionar marcando con una X y añadir la información que se te solicita.

Estamos agradecidos por tu participación.

1- En las clases de Geometría tienes la posibilidad de resolver los ejercicios consultando con tus compañeros, incluso cuando no están sentados a tu lado.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

2- Cuando resuelven demostraciones tu profesor te va haciendo preguntas para guiarte y encuentres por ti mismo la solución.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

3- Utilizas una misma forma de pensar que te guíe para encontrar la solución.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

4- Cuando resuelves un ejercicio, explicas porque lo realizaste de esa manera, como comprobaste que está bien resuelto.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

5- Cuando resuelves ejercicios y problemas tienes la posibilidad de trabajar tu solo, sin orientación del profesor.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

6- Cuando termina la clase de Geometría si tu profesor te pide que diga lo fundamental de la clase, lo que aprendiste o no aprendiste ¿lo puedes hacer?

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

7- Las tareas que te pone tu profesor son para que visites la biblioteca, centro de trabajo de comunidad o consultes otros libros de matemática, Encarta, El navegante.

Siempre.\_\_\_\_\_ Casi Siempre.\_\_\_\_\_ Algunas veces\_\_\_\_\_ nunca\_\_\_\_\_

8- Las tareas que te pone tu profesor son para que las realice individualmente.



Siempre. \_\_\_\_\_ Casi Siempre. \_\_\_\_\_ Algunas veces \_\_\_\_\_ nunca \_\_\_\_\_

9- Tu profesor utiliza en las clases

\_\_\_ Solo el video, además de la video clase: \_\_\_ Pizarra \_\_\_ Computadora

\_\_\_ Libro de texto \_\_\_ compás \_\_\_ láminas \_\_\_ tizas de colores \_\_\_

Otros: \_\_\_. ¿Cuáles? \_\_\_\_\_

#### ANEXO 4

Entrevista a docentes que imparten Matemática en Secundaria Básica

Consigna: Se está realizando una investigación sobre el comportamiento del aprendizaje de Igualdad de triángulos en los estudiantes de octavo grado de la S/B "Juan José Fornet Piña" en el municipio Holguín, y esta entrevista tiene como objetivo conocer sus criterios, o su propia experiencia como docente en el desarrollo de este contenido, los cuales serán considerados para mejorar la labor educativa.

Gracias.

Educación: \_\_\_\_\_ Años de experiencia: \_\_\_\_\_ En el Grado:  
\_\_\_\_\_ Especialidad en que se graduó: \_\_\_\_\_

Cuestionario

1. ¿Qué contenidos de la Igualdad de triángulos se imparten en el grado en que usted se desempeña?
2. ¿Cuáles son los libros de textos que utiliza para impartir este contenido?
3. ¿Cómo es la apropiación de este contenido por parte de los estudiantes?
4. ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la demostración de igualdad de triángulos?