Universidad de Holguín | FACULTAD INFORMÁTICA MATEMÁTICA
DPTO. LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

Tesis en opción al título de Licenciado en Matemática

Predicción del tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles del MININT en Holguín mediante la Teoría de Reposición

Autora: Yamilé Rodríguez Mendoza

Tutores: Dr. C. Luis Orlando Castellanos Pérez
Lic. Carmen Tejeda Toledo
Consultante: 1^{er}Tte. Lic. Lisandra González De la Cruz

Holguín, 2018

“*Las matemáticas poseen no sólo la verdad, sino cierta belleza suprema. Una belleza fría y austera, como la de una escultura.* ”

Bertrand Russell

“*En cuestiones de ciencia, la autoridad de mil no vale lo que el humilde razonamiento de un solo individuo.*”

Galileo Galilei

“*Nunca considere el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.* ”

Albert Einstein

Dedicatoria

A mis padres
A mis hermanos
A mi novio
y A mi abuelo

Agradecimientos

Las palabras no alcanzan para dar gracias a todas esas personas que nos rodean. Quisiera agradecer a:

- Mis padres por su apoyo incondicional y por todo lo que han hecho por mí en estos años de existencia, por ser la fuerza e inspiración que me hace seguir adelante.
- Mis hermanos que tanto me apoyaron y ayudaron en todos estos años.
- Mi novio, el amor de mi vida, por siempre estar para mí en las buenas y en las malas, por su amor y confianza que me hacen crecer cada día más.
- Mi tutor Dr.C. Luis Orlando Castellanos Pérez por la oportunidad que me brindó al apoyarme en esta investigación, por su ayuda en la dirección de este trabajo y acertados consejos.
- Mis tutoras Lic. Lisandra Gonzalez De la Cruz y Lic. Carmen Tejeda Toledo por el apoyo y la ayuda brindada en cada momento.
- A todos los profesores que contribuyeron a mi formación, por la ayuda brindada no solo en la tesis sino también durante la carrera con sus buenos consejos y enseñanzas.
- A todas aquellas personas que de una forma u otra han aportado sus conocimientos para ayudarme en la tesis.

Resumen

La teoría de reposición y mantenimiento de equipos es de gran importancia en la mayoría de las empresas para seleccionar una política de reemplazo de equipos o asegurar su mantenimiento. En la presente investigación se abordarán modelos matemáticos de la teoría de reposición y mantenimiento, los cuales se aplicarán en la resolución del problema: predecir el tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y radios portátiles del Órgano de Informática, Comunicaciones y Cifras pertenecientes al MININT de Holguín. Se brindará una breve caracterización de estos equipos, así como la manera en que se ejecuta el reemplazo de los mismos donde se evidencian dificultades que justifican la necesidad de realizar el presente estudio. Se realizará una comparación de los resultados de cada modelo para concluir cuál de ellos es el más adecuado. Para llegar a estos resultados se utilizará al software matemático MATLAB en la resolución de los modelos de programación lineal; en particular se usará la función *intlinprog*.

Abstract

The replacement and equipment maintenance theory has a huge meaning in most of companies to select a policy of replacement of equipments or to assure their maintenance. In the present research, it will be treated mathematical models of the replacement and equipment maintenance theory, which will be applied in the resolution of the problem: to predict the replacement time of the MININT's stationary mobile and portatil radios. It will be given a brief characterization of these equipments, as well as the way they run their replacement, where appears some difficulties that justify the need of develop this work. It will be done a comparison between the results of all models in order to conclude which is the most accurate one. To get to this results it will be used, in the resolution of the lineal programming models, the mathematical software MATLAB, using for this purpose the *intlinprog* function.

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Introducción

Los matemáticos suelen decir que la esencia de las Matemáticas está en la belleza de los números, figuras y relaciones, y hay una gran verdad en eso. Pero la fuerza motriz de la innovación matemática en los siglos pasados ha sido el deseo de entender cómo funciona la Naturaleza. Las matemáticas son, por una parte, una disciplina intelectual autónoma, uno de los más claros exponentes de la capacidad creativa de la mente humana. Al mismo tiempo, han jugado un papel fundamental en la ciencia moderna y han influido en ella. Las matemáticas forman, junto con el método experimental, el esquema conceptual en el que se basa la ciencia moderna y se apoya la tecnología, con íntimas interacciones entre sí. Sobre estas bases se gestó hace casi cuatro siglos la sociedad industrial y se construye en el presente la naciente sociedad de la información [19].

La matemática en particular resulta una herramienta fundamental para enfrentar los desafíos económicos, con su desarrollo se han brindado los modelos matemáticos para interpretar y predecir las dinámicas y controles en la toma de decisiones gerenciales. Un modelo matemático es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad [14]. En general, la modelación matemática es la actividad de construir modelos de sistemas complejos que permitan la predicción de procesos mediante un lenguaje matemático, para resolver a través de la práctica problemas decisionales [20].

En nuestro país la matemática también juega un papel importante, pues tiene gran aplicación en las acciones de defensa nacional, ya sea en situaciones de guerra como en el tiempo de paz, particularmente en las instituciones armadas, sean el Ministerio del Interior (MININT) o las Fuerzas Armadas Revolucionarias (FAR). En el caso del MININT, su tarea fundamental es mantener el orden interior y la tranquilidad ciudadana. Para esto cuenta con diversos órganos como son: la Policía Nacional Revolucionaria (PNR), la Policía de la Técnica Investigativa (PTI) y el Departamento de la Seguridad del Estado (DSE) por solo citar algunos. Todos ellos requieren de un estrecho vínculo de trabajo y la permanente comunicación entre sus fuerzas y los mandos, la cual se mantiene fundamentalmente mediante sistemas de radio.

Dentro de los sistemas de radiocomunicaciones, se encuentran los radios fijos móviles y los radios portátiles. Estos equipos son vitales para mantener la comunicación entre las patrullas, los policías y las unidades. De aquí la necesidad de realizar el mantenimiento de estos y asegurar que se cuenten con los equipos necesarios para llevar a cabo el reemplazo de los radios en el momento que se estime conveniente. El Órgano de Informática, Comunicaciones y Cifras (OICC), es el encargado de garantizar el funcionamiento eficiente e ininterrumpido de los sistemas de informática, comunicaciones y cifras en el MININT, lo que conlleva a que dentro de sus misiones también se encuentre el mantenimiento y el reemplazo de estos equipos siempre que sea necesario.

En la mayoría de las empresas seleccionar una política de reemplazo de equipos o asegurar su mantenimiento es en general una cuestión muy delicada, debido a que no se conoce la forma de determinar cuándo se debe realizar el mantenimiento o el reemplazo sin tener que llegar a la rotura del equipo. En ocasiones solo basta con la experiencia para obtener resultados aceptables, pero a veces la intuición puede conducir a estimaciones incorrectas; por lo que las matemáticas y en particular las nociones de probabilidad permiten realizar estimaciones más exactas y fácilmente calculables. Para determinar el tiempo de reemplazo de un equipo específico existe toda una teoría: la teoría de la reposición y mantenimiento, la cual se basa en modelos matemáticos que permiten realizar las estimaciones.

La definición de políticas de reemplazo de equipos, cuyo valor se deprecia en el tiempo al ritmo de la decadencia de su vida útil o tendencia a la obsolescencia, es muy importante para las organizaciones. Esta relevancia radica en la necesidad de optimizar el rendimiento de los equipos, lograr retener el equipo y asumir sus costos de mantenimiento en cuanto resulte beneficioso, teniendo en consideración que los costos de mantenimiento y operación de equipo se incrementan con la edad de estos. La influencia de los costos de mantenimiento convierte un problema simple de reemplazo de un equipo cuando falla o cuando acaba su vida útil en un problema más complejo de reemplazo, ya que si no existiera la necesidad de hacer mantenimiento bastaría con sustituir el bien en el momento que falla o en el momento que se hace obsoleto. Es importante indicar que reemplazar un equipo puede significar sustituirlo por otro igual, por otro similar, por otro cuya tecnología es más moderna o por otro totalmente diferente al original. También es importante señalar que el análisis de reemplazo que con frecuencia se realiza a equipos, puede aplicarse a procesos, tecnologías, software o plantas físicas [3].

Lo anterior genera la siguiente **situación problemática** expresada en el hecho de que se detectó que en OICC no existe una eficiente planificación sobre la forma de realizar los pedidos de los radios fijos móviles y los radios portátiles que requieren ser renovados, debido a que no se tiene conocimiento de cuándo es el momento preciso en el que corresponde ejecutar el reemplazo. Esto trae como consecuencia que no se cuente con los radios fijos móviles y los radios portátiles nuevos en el instante en el que se deben reemplazar.

De acuerdo con la situación problemática planteada, surge el siguiente **problema científico**: ¿cómo contribuir a la reposición y mantenimiento de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC de Holguín?

El problema científico planteado se enmarca en el **objeto de investigación**: la teoría de reposición y mantenimiento de equipos. Para resolver el problema científico se propone como **objetivo general**: determinar qué modelo de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos es el indicado para predecir el tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC de Holguín. El logro de este objetivo presupone aplicar modelos de la teoría de la reposición y mantenimiento de equipos, los cuales tienen que ver muy directamente con la predicción del tiempo de reemplazo, el costo, las características técnicas y la determinación de la política más económica. El objetivo planteado delimita el **campo de acción**: la teoría de reposición y mantenimiento aplicada a la predicción del tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC de Holguín.

Para guiar la investigación se plantearon las **preguntas científicas** siguientes:

– ¿ Cuáles son los fundamentos teóricos de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos?

– ¿ Cómo se ejecuta actualmente el reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC de Holguín?

– ¿ Qué modelos de la teoría de reposición y mantenimiento resulta adecuado para determinar el tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC de Holguín?

Para darle respuesta a las preguntas científicas se plantearon las **tareas de investigación** siguientes:

– Establecer los fundamentos teóricos acerca de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos.

– Analizar la situación actual de cómo se realiza el reemplazo de los radios fijos móviles y radios portátiles en el OICC en Holguín.

– Implementar diferentes modelos de la teoría de reposición y mantenimiento para la solución del problema.

– Determinar cuál modelo es más adecuado para predecir el tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles en el OICC en Holguín.

Los **métodos de investigación** teóricos y empíricos utilizados en el desarrollo de esta investigación, que guiaron este proceso y facilitaron su estructuración, estuvieron determinados por el objetivo y las tareas de investigación. A nivel teórico se emplearon: análisis y síntesis para el procesamiento e interpretación de la información obtenida a través de la literatura consultada, así como analizar los elementos aislados del problema definido y llegar a los elementos que en esté se interrelacionan; inducción-deducción: se parte de propuestas particulares para llegar a las generales y viceversa, específicamente, se utilizó para diagnosticar la situación actual del objetivo práctico de estudio y en la aplicación de los modelos de la teoría de reposición y mantenimiento; y la modelación ya que esta forma parte fundamental de la teoría de reposición y mantenimiento y la programación lineal mediante las cuales se puede predecir el tiempo de reemplazo de equipos. A nivel empírico se empleó la revisión de documentos para determinar los datos necesarios para la resolución del problema; la entrevista informal realizándose esta a especialistas seleccionados del OICC de Holguín para conocer cómo se realiza el reemplazo de los radios fijos móviles y radios portátiles en la entidad objeto de estudio; y la experimentación, la cual se empleó durante la comparación de los diferentes modelos de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos que fueron abordados en esta investigación.

El **aporte** de la autora en esta investigación radica en que se propicia un enriquecimiento práctico a la teoría de reposición y mantenimiento, derivado de la aplicación de esta en la resolución del problema de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles.

La estructura de la tesis consta de Introducción, dos Capítulos, Conclusiones, Recomendaciones, Bibliografía y Anexos. En el **Capítulo 1 Elementos de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos**: se muestran los conceptos fundamentales sobre los cuales está edificada toda la investigación, y que sirven de base teórico-referencial a la resolución del problema. En él se introducen los modelos de la teoría de reposición y de mantenimiento de equipos, el concepto de programación lineal y su importancia, además de una caracterización del OICC de Holguín y de los radios fijos móviles y los radios portátiles. En el **Capítulo 2 Problema de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles del MININT en Holguín** se soluciona el problema científico. En los Anexos se brinda información útil para una mejor comprensión de la temática abordada en el presente trabajo.

Capítulo 1

Aspectos fundamentales de la Teoría de la Reposición y el Mantenimiento

Este capítulo está dedicado a la exposición de los fundamentos teóricos que sirven de base a la presente investigación. De manera general, está dividido en tres partes: en la **Sección 1.1** se describen modelos de la teoría de reposición y mantenimiento de equipos que utilizan funciones continuas y discretas. En la **Sección 1.2** se enuncian los elementos necesarios para la comprensión de los modelos de programación lineal, que son de vital importancia para la resolución del problema en cuestión. Por otra parte, en la **Sección 1.3** se caracterizará el Órgano de Informática, Comunicaciones y Cifras (OICC) de Holguín y se introducirán elementos generales de los radios fijos móviles y los radios portátiles, además se expone el procedimiento que se emplea actualmente para el reemplazo de dichos equipos en OICC de Holguín.

1.1. Modelos que utilizan funciones continuas y discretas

En esta sección se mostrarán algunos modelos matemáticos que permiten la predicción del tiempo de reemplazo de los equipos en los cuales se tienen en cuenta los costos de compra, las utilidades, los costos de mantenimiento y los precios de reventa. Como el reemplazo puede ser identificado con funciones continuas y con funciones discretas dependiendo de la variable del tiempo, estos modelos fueron concebidos a partir del tipo de función que lo identifique [4].

1.1.1. El reemplazo con funciones continuas

Este subepígrafe se centra en un modelo particular, en el que las funciones de reventa y mantenimiento son funciones continuas [16].

Definición 1. ***Función continua***
Una función $f : \mathbb{R} \supset D \to \mathbb{R}$ es continua en el punto $a \in D$ si existe el límite de $f(x)$ cuando x tienda a a y dicho límite coincide con $f(a)$. La función f es continua en D si es continua en todos los puntos de $D \subset \mathbb{R}$.

En el contexto de la teoría de reemplazo, la función de reventa $\varphi(t)$ y de costos de las reparaciones y del mantenimiento (costo acumulado) $\phi(t)$ se definen en el semieje positivo $[0; +\infty)$ con imagen en este mismo conjunto y cumplen las propiedades siguientes:

-$\varphi(t)$ es monótona decreciente y $\varphi(0) = 1$, como se muestra en la **Figura 1.1**.

- $\phi(t)$ es monótona creciente y para $t = 0$, $\phi(0) = 0$, como se observa en la **Figura 1.2**.

Sea A_0 el precio de compra de un cierto equipo. Entonces $A_0\varphi(t)$ es el precio de la reventa después de un tiempo t. Por tanto, el costo total de utilización $\Gamma(t)$ de un equipo para un período de tiempo t puede expresarse por medio de la siguiente expresión matemática:

$$\Gamma(t) = A_0 - A_0\varphi(t) + \phi(t). \tag{1.1}$$

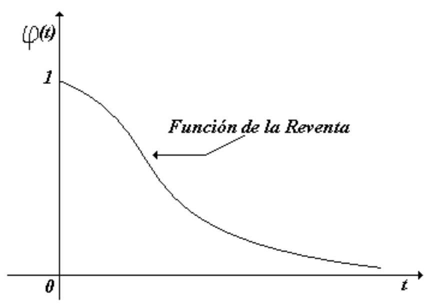

Figura 1.1: Función de Reventa.

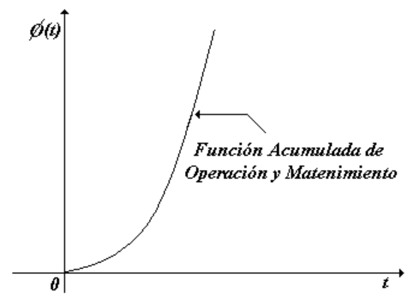

Figura 1.2: Función Acumulada de Operación y Mantenimiento.

A partir de este modelo es posible definir el costo promedio de utilización de este equipo, denotado por γ, como:

$$\gamma(t) = \frac{\Gamma(t)}{t}. \tag{1.2}$$

Para determinar el óptimo valor del costo, primero se deben hallar los puntos estacionarios de $\gamma(t)$. Derivando resulta:

$$\gamma'(t) = \frac{\Gamma'(t)t - \Gamma(t)}{t^2}.$$

Luego de igualar a cero esta derivada y utilizar **1.1** se tiene:

$$\begin{aligned}
(\{A_0 - A_0\varphi(t) + \phi(t)\}'t - A_0 + A_0\varphi(t) - \phi(t)) &= 0 \\
-A_0t\varphi'(t) + t\phi'(t) - A_0 + A_0\varphi(t) - \phi(t) &= 0 \\
A_0 + A_0t\varphi'(t) - A_0\varphi(t) - t\phi'(t) + \phi(t) &= 0 \qquad (1.3)
\end{aligned}$$

La determinación del valor de t para el cual el costo promedio es mínimo, requiere hallar los ceros de la ecuación **(1.3)**, que en general necesita utilizar técnicas aproximadas de búsqueda de raíces de ecuaciones [2] en dependencia de la forma de las funciones $\varphi(t)$ y $\phi(t)$. El procedimiento para hallar el valor de t concluye con la evaluación directa usando **1.2** o el empleo del criterio de la segunda derivada.

Generalmente las funciones $\varphi(t)$ y $\phi(t)$ están dadas mediante valores numéricos por lo que la búsqueda del valor óptimo de $\Gamma(t)$ se realiza directamente mediante cálculo numérico.

1.1.2. Modelo en el que el costo de mantenimiento se describe mediante funciones discretas

Con este modelo al igual que el anterior lo que se persigue es encontrar la solución óptima que permita minimizar el costo promedio de un equipo en determinado período (por ejemplo, anualmente, siendo este el período que será considerado en lo adelante). En este caso, se supone que el costo de mantenimiento se incrementa de manera discreta cada año [13], mientras que la depreciación del valor del equipo se mantiene constante [12].

Definición 2. ***Función discreta***
Una función discreta f, es una función matemática cuyo dominio de definición es un conjunto numerable (o discreto). Es decir, $f : S \subseteq \mathbb{N} \to S'$, donde S' es un subconjunto de los números naturales.

A continuación se describen las variables y los parámetros que intervienen en este modelo:

- t: variable discreta,

- C: precio de compra del equipo,

- S: depreciación del valor del equipo,

- $u(t)$: costo anual de mantenimiento,

- $M(y) = \sum_{t=1}^{y} u(t)$: costo total del mantenimiento del equipo hasta el año y.

Además, sea $T(y) = C + M(y) - S$ el costo total incurrido y $G(y) = \frac{T(y)}{y}$ el promedio del costo anual.

Entonces, $G(y)$ es mínimo si se cumple que

$$[G(y+1) > G(y)] \wedge [G(y-1) > G(y)]. \tag{1.4}$$

Puede demostrarse que la condición **1.4** es equivalente a comprobar que $u(y+1) > G(y)$ y $u(y) < G(y-1)$.

Luego el costo anual promedio será minimizado reemplazando el equipo cuando el costo siguiente de mantenimiento se vuelve mayor que el costo promedio actual.

1.1.3. Modelo con ganancia descrita mediante funciones discretas con interés del dinero

Este modelo se centra en encontrar el período óptimo en el cual se debe reemplazar un equipo para maximizar las utilidades teniendo en cuenta la existencia de una tasa de interés del dinero [15] [11].

Se considera que:

- a es la tasa de interés del dinero;

- $r^n = (\frac{1}{1+a})^n$ es el factor de actualización que a su vez es función de la tasa de interés para n períodos $(n > 1)$ y que se le denomina valor presente de una unidad monetaria que se gasta al cabo de n años.

Suponga que la se tiene una serie de períodos iguales de tiempo $1, 2, 3, 4, ...$, en cada uno de los cuales se conocen los datos siguientes:

- P_i : Precio de la reventa en el período i.

- I_i: Ingresos en el período i.

- C_i: Costos asociados en el período i.

En todos los casos $i = \overline{1,n}$. Si A_0 representa el gasto inicial de compra de un equipo, el ingreso total cuando se realiza un reemplazo cada n períodos de vida útil del equipo, considerando el factor de actualización r, se puede obtener de la siguiente forma:

- Primer reemplazo:

$$U_n(1) = -A_0 + \sum_{i=1}^{n}[(P_i + I_i) - C_i]r^{i-1};$$

- Segundo reemplazo:

$$U_n(2) = -A_0 r^n + \sum_{i=1}^{n}[(P_i + I_i) - C_i]r^n r^{i-1};$$

- Tercer reemplazo:

$$U_n(3) = -A_0 r^{2n} + \sum_{i=1}^{n}[(P_i + I_i) - C_i]r^{2n} r^{i-1};$$

De lo obtenido se infiere que la utilidad total luego de m reemplazos es:

$$(U_n)_T = \sum_{j=1}^{m} U_n(j) = \sum_{j=1}^{m} r^{n(j-1)}[-A_0 + \sum_{i=1}^{n}[(P_i + I_i) - C_i]r^{i-1}]$$

A seguir se considera que la inversión de la operación del equipo se realiza durante un tiempo ilimitado. Como $r < 1$, se obtiene:

$$U_n = \lim_{m\to\infty}(U_n)_T = \frac{1}{1-r^n}[-A_0 + \sum_{i=1}^{n}[(P_i + I_i) - C_i]r^{i-1}]. \tag{1.5}$$

Para encontrar el período óptimo de reemplazo de forma que la utilidad sea máxima debe determinarse el valor de n para el cual se cumple las desigualdades $U_n > U_{n-1}$ y $U_n > U_{n+1}$. Bajo ciertas condiciones sobre los parámetros involucrados en **1.5** es posible demostrar que el máximo de la expresión **1.5** existe. A continuación se deduce una regla que define el criterio se selección del tiempo óptimo de reemplazo para este caso.

La expresión **1.5** en el período $n+1$ puede escribirse como sigue:

$$\begin{aligned}
U_{n+1} &= \frac{1}{1-r^{n+1}}[-A_0+\sum_{i=1}^{n+1}(P_i+I_i-C_i)r^{i-1}] \\
&= \frac{1}{1-r^{n+1}}[-A_0+\sum_{i=1}^{n}(P_i+I_i-C_i)r^{i-1}+(P_{n+1}+I_{n+1}-C_{n+1})r^n] \\
&= \frac{1}{1-r^{n+1}}[(1-r^n)U_n+(P_{n+1}+I_{n+1}-C_{n+1})r^n].
\end{aligned}$$

Entonces,

$$U_n-U_{n+1}=\frac{r^n-r^{n+1}}{1-r^{n+1}}U_n-\frac{r^n}{1-r^{n+1}}(P_{n+1}+I_{n+1}-C_{n+1}). \tag{1.6}$$

Como en el período óptimo, $U_n-U_{n+1}>0$, se obtiene:

$$U_n>\frac{1}{1-r}(P_{n+1}+I_{n+1}-C_{n+1}), \tag{1.7}$$

puesto que $1-r^{n+1}>0$.

De manera análoga,

$$U_n-U_{n-1}=\frac{1}{1-r^n}[(r^n-r^{n-1})U_{n-1}+(P_n+I_n-C_n)r^{n-1}],$$

por lo que la condición $U_n-U_{n-1}>0$ exige que U_{n-1} satisfaga:

$$U_{n-1}<\frac{1}{1-r}(P_n+I_n-C_n). \tag{1.8}$$

Las desigualdades **1.7** y **1.8** admiten un interesante interpretación. Para facilitar la exposición, sea $G_n=P_n+I_n-C_n$ la utilidad sin considerar el factor de actualización. Entonces **1.7** se escribe como

$$U_n>\frac{1}{1-r}G_{n+1}. \tag{1.9}$$

Si se sustituye la expresión de U_n **1.5** en **1.9** se obtiene:

$$G_{n+1}<(1-r)[-A_0+G_1+G_2r+...+G_{n-1}r^{n-1}]\frac{1}{1-r^n},$$

o bien,

$$G_{n+1} < \frac{(-A_0 + G_1) + G_2 r + ... + G_{n-1} r^{n-1}}{1 + r + r^2 + ... + r^{n-1}}, \tag{1.10}$$

El lado derecho de la desigualdad **1.10** es el promedio ponderado de todas las utilidades, incluyendo el período n. Los pesos 1, r, r^2, ..., r^{n-1} son los factores descontados aplicados a las utilidades en cada período.

De forma similar, la desigualdad **1.8** pude colocarse en la forma

$$G_n > (1 - r) U_{n-1}, \tag{1.11}$$

al sustituir U_{n-1} en **1.11** se obtiene:

$$G_n > \frac{(-A_0 + G_1) + G_2 r + ... + G_{n-2} r^{n-2}}{1 + r + r^2 + ... + r^{n-2}}. \tag{1.12}$$

Como resultado del análisis anterior se arriba a la siguiente conclusión:

– *No reemplazar el equipo si la utilidad del próximo período es mayor que la utilidad ponderada de los períodos anteriores.*

– *Reemplazar el equipo si la utilidad del próximo período es menor que la utilidad ponderada de los períodos previos.*

1.2. Modelos de Reemplazo y Mantenimiento que se resuelven mediante la Programación Lineal

La programación matemática es una potente técnica de modelación usada en el proceso de toma de decisiones. Cuando se trata de resolver un problema de este tipo, la primera etapa consiste en identificar las posibles decisiones que pueden tomarse; esto lleva a identificar las variables del problema concreto. Normalmente, las variables son de carácter cuantitativo y se buscan los valores que optimizan el objetivo. La segunda etapa supone determinar qué decisiones resultan admisibles;

esto conduce a un conjunto de restricciones que se determinan teniendo presente la naturaleza del problema en cuestión. En la tercera etapa, se calcula el costo/beneficio asociado a cada decisión admisible; esto supone determinar una función objetivo que asigna, a cada conjunto posible de valores para las variables que determinan una decisión, un valor de costo/beneficio. El conjunto de todos estos elementos define el problema de optimización.

La programación lineal, que trata exclusivamente con funciones objetivos y restricciones lineales, es una parte de la programación matemática, y una de las áreas más importantes de la matemática aplicada. Se utiliza en campos como la ingeniería, la economía, la gestión, y muchas otras áreas de la ciencia, la técnica y la industria [5].

Los primeros modelos de programación lineal fueron desarrollados durante la Segunda Guerra Mundial para planificar los gastos y los retornos, a fin de reducir los costos al ejército y aumentar las pérdidas del enemigo. Se mantuvo en secreto hasta 1947. Los fundadores de la técnica son George Dantzig, quien publicó el algoritmo Simplex en 1947, John von Neumann, que desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año y Leonid Kantoróvich, un matemático ruso, que utilizó técnicas similares en la economía antes de Dantzig y ganó el premio Nobel en Economía en 1975. Más tarde, en 1984, Narendra Karmarkar introduce un nuevo método del punto interior para resolver problemas de programación lineal, lo que constituiría un enorme avance en los principios teóricos y prácticos en el área. Históricamente, las ideas de programación lineal han inspirado muchos de los conceptos centrales de la teoría de optimización tales como la dualidad, la descomposición y la importancia de la convexidad y sus generalizaciones. La programación lineal se desarrolló, en primer lugar, en relación con los problemas de la economía con el objetivo de buscar métodos de distribución óptima y utilización de los recursos ilimitados y sirvió de base para una amplia aplicación de los métodos matemáticos en la economía [17].

Formalmente la ***Programación Lineal*** es un procedimiento o algoritmo matemático mediante el cual se resuelve un problema indeterminado, formulado a través de ecuaciones lineales, optimizando la función objetivo. Consiste en optimizar una función lineal, de tal forma que las variables de dicha función estén sujetas a una serie de restricciones que se expresan mediante un sistema de inecuaciones lineales. Las variables son números reales mayores o iguales a cero en los problemas de índole económico, aunque pueden tomar cualquier valor en la formulación general; no obstante, si se introducen nuevas variables se puede suponer que todas las variables son no negativas. En algunos casos se requiere que la solución óptima se componga de valores enteros para algunas de las variables. La resolución de este problema se obtiene analizando las posibles alternativas de valores enteros de esas variables en un entorno alrededor de la solución obtenida considerando las variables reales [10].

En general, un problema de Programación lineal se puede escribir en forma canónica de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} min \quad & Z = c^T x \\ s.a. \quad & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

donde las variables x pudieran representar cantidad de productos a producir, los coeficientes de la función objetivo, c^T, los costos asociados a la producción de esos productos, siendo el objetivo: cuánto producir para disminuir el costo, y por último las restricciones $Ax \geq b$ que indican las posibles limitaciones de materias primas.

La programación lineal puede ser aplicada en una gran variedad de problemas, sin embargo para su aplicabilidad deben ser satisfechos los supuestos siguientes [4]:

– Proporcionalidad: Una primera limitación de la programación lineal es el requerimiento de que, la función objetivo y cada restricción deben ser lineales. Esto requiere que la medida de la efectividad y los recursos utilizados, deben ser proporcionales al nivel de cada actividad (variable) conducida individualmente.

– Aditividad: Suponer que la medida de efectividad y cada recurso son usados directamente proporcionales al nivel de cada actividad individualmente, no garantiza suficientemente la linealidad. Es necesario que la actividad sea aditiva con respecto a la medida de efectividad y cada recurso utilizado. En otras palabras la medida total de efectividad y cada recurso total se obtiene de la suma de las efectividades o de los recursos utilizados individualmente.

– Divisibilidad: La solución óptima de un problema de programación lineal debe tener valores reales de las variables, es decir, que si una variable de decisión debe tener un valor entero, entonces, el problema de programación lineal no garantiza esta solución, dado que al aproximar o truncar la solución real para hacerla entera la nueva solución puede no ser la óptima.

– Carácter determinístico de los parámetros: Todos los coeficientes en el modelo de programación lineal (a_{ij}, b_j y c_i) son asumidos como constantes conocidas. Si el modelo de programación lineal servirá para predecir condiciones futuras, los coeficientes utilizados deberán ser calculados sobre la base de predicciones futuras.

Los modelos que se presentan a continuación poseen una serie de ventajas que le conceden una gran importancia debido a las facilidades que brindan [4].

Ventajas de un modelo de Programación Lineal en problemas relacionados con la Reposición y el Mantenimiento:

1. Posibilidades de incluir nuevas restricciones (presupuesto, metas de planificación, etc).

2. Uso de las nuevas tecnologías (paquetes de programas de la Investigación de Operaciones).

3. Facilidad de modificaciones de la información (entiéndase parámetros).

4. Permite realizar análisis técnico-económicos más profundos de los resultados.

El modelo teórico para un problema de reemplazo es el siguiente:
Sea un equipo con una duración de n años de vida útil, donde A_0 es el precio de la compra. Se conoce, en cada período, el costo de mantenimiento, el valor de los ingresos y el precio de reventa, como se muestra en la tablas siguientes:

Período	1	2	3	...	n
Costo de mantenimiento	m_1	m_2	m_3	...	m_n

Tabla 1.1: Costos de Mantenimiento.

Período	1	2	3	...	n
Ingresos	I_1	I_2	I_3	...	I_n

Tabla 1.2: Ingresos.

Período	1	2	3	...	n
Precios de reventa	p_1	p_2	p_3	...	p_n

Tabla 1.3: Precio de la Reventa.

Modelo de Programación Lineal para maximizar las utilidades:

Este primer modelo de Programación Lineal mediante el cual es posible maximizar las utilidades del sistema tiene todas las ventajas de un modelo general de Programación Lineal, además pueden ser añadidas otras restricciones propias de las empresas donde sea aplicado, lo que lo hace a su vez más general. Su desventaja principal está en el cálculo de las u_i (utilidades en el período i), siendo este muy engorroso.

Variables

- b_i: Variables Booleanas del período i, con $i = \overline{1, n}$ donde:

$$b_i = \begin{cases} 0 & \text{si no se reemplaza} \\ 1 & \text{si se reemplaza} \end{cases}$$

Restricciones

• Variable Booleana excluyente

$$\sum_{i=1}^{n} b_i = 1, \tag{1.13}$$

donde n representa los períodos de vida útil del equipo.

• Utilidades por período.

$$u_i \leq [p_i + \sum_{j=1}^{i} I_j - A_0 - \sum_{j=1}^{i} m_j] \left(\frac{1}{1+a}\right)^{i-1} \tag{1.14}$$

- $\sum_{j=1}^{i} I_j$: es el ingreso hasta el período i.

- $\sum_{j=1}^{i} m_j$: es el costo total del mantenimiento hasta el período i.

• Presupuesto para los costos $= P_{costo}$

$$\sum_{i=1}^{k} m_i \left(\frac{1}{1+a}\right)^{i-1} \leq P_{costo} \tag{1.15}$$

• Planificación de los ingresos $= P_{ingresos}$

$$\sum_{i=1}^{k} I_i \left(\frac{1}{1+a}\right)^{i-1} \geq P_{ingresos} \tag{1.16}$$

con $k \leq n$, o sea algún período intermedio.

Función Objetivo: Maximizar Utilidades.

$$Max\, Z = \sum_{i=1}^{n} b_i u_i \left(\frac{1}{1+a}\right)^{i-1} \tag{1.17}$$

1.2.1. Modelos de Programación Lineal que utilizan una Red de Reposición y Mantenimiento

En este epígrafe se presentan dos modelos de Programación Lineal que se apoyan en la Teoría de las Redes.

Una red consta de un conjunto de nodos unidos por arcos (o ramas). La notación para describir una red es (N, A), donde N es el conjunto de nodos y A es el conjunto de arcos. Con cada red siempre hay un flujo asociado, por ejemplo, los productos del petróleo fluyen por ductos y el tráfico de automóviles fluye por una red de carreteras. En general, el flujo en una red está limitado por la capacidad de sus arcos, que pueden ser finitos o infinitos. Se dice que un arco está dirigido u orientado si permite un flujo positivo en una dirección y un flujo cero en la dirección opuesta. Una red dirigida tiene todas las ramas dirigidas. Una meta es una secuencia de ramas distintas que unen a dos nodos, sin importar la dirección del flujo de cada rama. Una ruta forma un lazo o ciclo que se conecta a un nodo consigo mismo. Un lazo dirigido (o un circuito) es una ruta en la cual todas las ramas están orientadas en la misma dirección. Una red conectada es aquella en la cual cada dos nodos distintos están unidos por lo menos por una ruta. Un árbol es una red conectada que puede incluir solo un subconjunto de todos los nodos de la red, mientras que un árbol de expansión une todos los nodos de la red, sin permitir ningún lazo [3].

1.2.1.1. Modelo para minimizar los costos

Variables

- x_{ij}: Variable binaria que denota la adquisición de un equipo en el período i con reposición en el período j $(j > i)$. Entonces $i = \overline{1, n-1}$ y $i = \overline{2, n}$. El número de variables es $C_2^n = \frac{n(n-1)}{2}$.

A partir de esta definición, los períodos se clasifican como sigue:

- $k = 1\,(I)$: período inicial, donde solo puede adquirirse un equipo.

- $k = n\,(F)$: período final donde solo puede reponerse un equipo.

- $k \neq I \wedge k \neq F$: cualquier otro período intermedio, en el cual puede adquirirse o reponerse un equipo.

Restricciones

• Etapa inicial $(k = 1)$:

$$\sum_{j=2}^{n} x_{1j} = 1 \tag{1.18}$$

• Etapa final $(k = n)$:

$$\sum_{i=1}^{n-1} x_{in} = 1 \tag{1.19}$$

• Etapas intermedias para todo $(k = \overline{2, n-1})$:

$$\sum_{i=1}^{k-1} x_{ik} - \sum_{j=k+1}^{n} x_{kj} = 0 \tag{1.20}$$

Función Objetivo: Minimizar los costos

$$Min\,Z = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} x_{ij}[\sum_{k=1}^{j-i} m_k - p_{j-i} + x_0] \tag{1.21}$$

donde:

- m_k: costos de mantenimiento en el período k.

- p_{j-i}: precio de la reventa en el período $j - i$.

- x_0: precio de la compra del equipo.

Como se ha podido apreciar en este modelo el problema es concebido desde la Teoría de Redes, confeccionándose para ello la red de reposición y mantenimiento. Presenta todas las ventajas de un problema de Programación Lineal que sea resuelto en forma de redes con un nodo inicial (período 0 de la vida útil del equipo) y un nodo final (período máximo de vida útil del equipo) y nodos intermedios que representan los diferentes períodos por donde transita el equipo en su vida útil.
Gráficamente el sistema tiene la siguiente forma:

El modelo fue concebido como un modelo tradicional que minimiza los costos, por lo que no tiene en cuenta las utilidades. En el mismo, se dificultan las restricciones adicionales que no tengan que ver directamente con el cálculo del período en el cual se debe reponer y no seguir manteniendo.

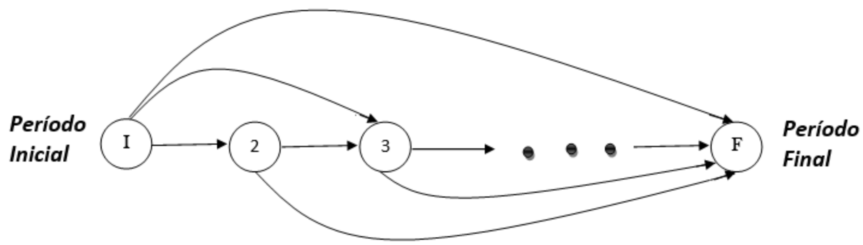

Figura 1.3: Red de reposición y mantenimiento.

1.2.1.2. Modelo para maximizar las utilidades

En este modelo las variables y las restricciones se definen exactamente igual que en el modelo de minimizar los costos. La función objetivo que maximiza las utilidades es:

Función Objetivo:

$$Max\, Z = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} x_{ij} [\sum_{k=1}^{j-i} (I_k - m_k) + p_{j-i} - x_0] \tag{1.22}$$

donde:

- I_k: ingresos en el período k.

- m_k: costos de mantenimiento en el período k.

- p_{j-i}: precio de la reventa en el período $j-i$.

- x_0: precio de la compra del equipo.

La red de reposición y mantenimiento de este modelo es la misma que la representada para el modelo **1.2.1.1** en la **Figura 1.3**.

En conclusión este modelo, abarca la reposición y el mantenimiento desde la óptica de la maximización de las utilidades del sistema. En esencia, calcula el período en el cual se puede realizar la reposición y además arroja la utilidad máxima a obtener en dicho período, por lo que se convierte en un modelo de Programación Lineal de Reposición y Mantenimiento muy poderoso, útil y moderno.

Para los modelos **1.2.1.1** y **1.2.1.2** también se necesitan datos similares a las brindadas en el modelo **1.2**.

1.3. Caracterización del Órgano de Informática, Comunicaciones y Cifras del MININT en Holguín

La Jefatura Provincial del MININT en Holguín es una institución ubicada en las afueras de la ciudad a $2\ km$ de Ciudad Jardín, la cual se dedica a dirigir y controlar a un grupo de órganos que se encuentran distribuidos por toda la provincia, entre ellos se encuentran la Policía Nacional Revolucionaria (PNR), las instituciones penales, la sección de Inmigración y Extranjería, el Órgano de Informática, Comunicaciones y Cifras (OICC), entre otros tantos que junto a estos tienen como misión principal velar por la tranquilidad ciudadana. Además dirige varias empresas que se encargan de su abastecimiento tales como Provari y la Agropecuaria.

En esta institución se encuentra, como ya se mencionó antes, el OICC, el cual tiene como misión garantizar el funcionamiento eficiente e ininterrumpido de los sistemas de informática, comunicaciones y cifras en el MININT y su visión es alcanzar un servicio de excelencia en el funcionamiento ininterrumpido de OICC en el MININT provincia Holguín. Entre otras funciones que realiza se encuentra la de reparar y brindar mantenimiento a todos los equipos que se utilicen en esta esfera, ya sean computadoras, radios fijos móviles, radios portátiles, antenas, receptores, repetidores, entre otros. Estas reparaciones se realizan en talleres especializados en estos equipos.

Uno de estos es el taller de radio, dentro del cual se detectó que no se tiene una eficiente planificación sobre la forma de realizar los pedidos de los radios fijos móviles y los radios portátiles que requieren ser renovados, ya que actualmente los pedidos se ejecutan en correspondencia con los radios fijos móviles y los radios portátiles que se encuentran rotos en el taller y no se tienen en cuenta los que se romperán, debido a que el personal no cuenta con la experiencia en el uso de los modelos matemáticos que permiten predecir cuándo es el momento preciso en el que corresponde efectuar el reemplazo, lo que trae como consecuencia que no se cuenten con los radios fijos móviles y los radios portátiles nuevos en el instante en el que se deben reemplazar.

1.3.1. Descripción de los radios fijos móviles y radios portátiles

La radiocomunicación es una forma de telecomunicación que se realiza a través de ondas de radio, la que a su vez está caracterizada por el movimiento de los campos eléctricos y campos magnéticos. La comunicación vía radio se realiza a través del espectro radioeléctrico cuyas propiedades son diversas dependiendo de su bandas de frecuencia [6]. Dentro de los sistemas de radiocomunicaciones, se encuentran los radios fijos móviles y los radios portátiles.

Un radio es el dispositivo electrónico que permite la recuperación de las señales vocales o de cualquier otro tipo, transmitidas por un emisor de radio mediante ondas electromagnéticas. Consiste en un circuito eléctrico, diseñado de tal forma que permite filtrar o separar una corriente pequeñísima, que se genera en la antena, por electroimán, que es el altavoz (o parlante), donde se transforman las ondas eléctricas en sonido [18].

En el Ministerio del Interior se utilizan los radios portátiles TC-700 y dos modelos de radios fijos móviles, estos son: los TM-610 y TM-800. Esta investigación solo se centra en los radios TC-700 y TM-610

– HYT TC-700 es un equipo de comunicación fabricado por la compañía de la República Popular China, HYT. El lanzamiento de la nueva serie HYT TC-700 incluye la más alta tecnología disponible y los adelantos e innovaciones que HYT ha introducido para una operación sencilla y óptima. El TC-700 es una unidad robusta, confiable y versátil que le permitirá operar con alta eficiencia y productividad, con una mejor relación Costo/operación.

Este equipo tiene una duración de la Batería de 14 horas, consta con 16 canales, además cuando un operador se encuentra solo en un área de trabajo y se requiere tener una confirmación de que todo marcha bien, este nos permite hacerlo. El radio emite una señal audible de alarma cada cierto tiempo. El operador debe oprimir un botón para desactivar el aviso y reactivar el temporizador, indicando que todo está normal. Si no lo puede realizar, el radio entra automáticamente en modo de emergencia. También posee un chequeo de seguridad, con esta opción activa, el radio emitirá un aviso audible cuando reciba una interrogación desde el centro de despacho. El operador debe oprimir un botón del radio indicando que está bien (o despierto), de lo contrario, el radio pasará al modo de emergencia de manera automática [7].

Por estas y otras funciones que posee este equipo se le concede gran importancia, de ahí que sea vital mantenerlo en servicio.

– Hytera TM-610. La emisora Hytera TM-610 por su tamaño compacto es ideal para el montaje cuando el espacio es la restricción. Estos radios proporcionan la capacidad de banda ancha para usuarios que requieren una amplia gama de frecuencias. Además cuenta con una mejora de voz HYT, dada por un expansor de audio y un potente altavoz externo 13W que proporcionan un excelente sonido claro y nítido, incluso en entornos ruidosos. El mantenimiento de las comunicaciones privadas y seguras es cada vez más importante, con información potencialmente sensible viajando de un lado a otro. La función Codificador ofrece una mayor seguridad para las comunicaciones importantes y privadas. Los usuarios pueden editar los mensajes a través del teclado, o enviar mensajes predefinidos. Los mensajes pueden ser enviados entre las radios o por el centro de control. El botón de emergencia permite una transmisión de una señal que indica una situación de emergencia. La función Matar y Revivir permite a una radio autorizado a distancia, desactivar otra radio perdida. Esta función garantiza una mayor seguridad y es perfecto para el negocio de radio de alquiler. Los radio muertos volverán a la utilización operativa cuando el código de revivir se recibe. Consta con 128 canales y la capacidad de zonificación del TM-610 ofrece flexibilidad en la organización de grupos de trabajo. A cada canal y a la zona se le puede asignar un nombre de usuario amigable para su fácil identificación. La función Trabajador Solitario proporciona mayor confianza y seguridad para las personas que trabajan lejos de su equipo. Dado que esta función está habilitada, la radio emitirá un tono de alerta después de que transcurra el tiempo programado, el usuario debe pulsar cualquier tecla, de lo contrario el procedimiento de emergencia se activará [8].

1.3.2. Situación actual del reemplazo de los radios fijos móviles y radios portátiles en OICC de Holguín

Los radios fijos móviles y los radios portátiles son equipos vitales para mantener la comunicación entre las patrullas, los policías y las unidades. Estos equipos están distribuidos por toda la provincia de Holguín en las diferentes unidades y campamentos por lo cual en ocasiones se hace difícil asegurar su mantenimiento periódico y como consecuencia de esto su reemplazo.

La Dirección de Tecnología y Sistema, la cual es la instancia superior del Órgano de Informática Comunicaciones y Cifras, tiene como política cada cierto tiempo hacer una modernización o una sustitución de los equipos de cada línea de trabajo. En el caso particular de los equipos de radiocomunicaciones, ya sean los radios fijos móviles y los radios portátiles, su equipamiento se adquiere de China. Para adquirirlos se realiza un contrato que incluye compra y mantenimiento; por tanto, en los almacenes centrales de la Dirección de Tecnología y Sistema hay varias piezas y accesorios para darle mantenimiento a esos equipos, al igual que se cuenta con equipos de repuestos para reemplazarlos durante el tiempo de vigencia del contrato pues la compañía está obligada a suministrar el equipamiento al ministerio. Esta situación en ocasiones se ve afectada debido a que al terminar el contrato, deja de haber piezas para estos equipos.

El desarrollo de la tecnología demuestra que se tiene que hacer una modernización, es decir, una sustitución del equipamiento mucho antes de que expire el contrato, debido a que los mismos pueden durar hasta diez años y en esos diez años puede suceder que:

– se acabe el suministro,
– se corten relaciones con el suministrador por razones políticas y se queden sin abastecimiento,
– o surja un salto tecnológico en esos equipos y se tenga que buscar otra compañía y comprar otros equipos.

La función del taller de servicio técnico es darle soporte y garantizar el mantenimiento, reparación y adecuada explotación de estos equipos. Para eso existe un plan de mantenimiento, el cual se coordina una vez al año y se planifica a nivel de dirección donde se determina el mes en que se va a atender un campamento de un órgano determinado y se van a revisar esos equipos. Esto tiene como beneficio que todos los equipos de los órganos y unidades de la provincia de Holguín, en un momento del año son diagnosticados y revisados, y tiene por desventaja que no se analiza el progreso puntual de cada equipo con su evolución ya que en un momento determinado le corresponde un mantenimiento lo que contribuye a que no hay que esperar que le corresponda por la planificación que se elaboró.

Esto repercute en que en la provincia de Holguín, para un número de radios tantos fijos móviles como portátiles desplegados por unidades y en carros que trabajan en funciones de administración y operativos, no exista un mecanismo que apoye la decisión del mando de ir a una unidad, independientemente a lo que esté planificado, a inspeccionar los equipos de ese lugar porque ya llevan tiempo sin revisión y su régimen de explotación obliga a tener que darle mantenimiento en determinado momento, para que no llegue al deterioro y a su puesta fuera de servicio.

Por lo anterior surge la necesidad de determinar un mecanismo que apoye al mando a tomar las decisiones sobre un grupo de equipos puntualmente, y tener el conocimiento de cuál es el orden de mantenimiento y de reposición, teniendo en cuenta que ya llevan un tiempo de explotación, un tiempo determinado sin dar mantenimiento y de que estos equipos tienen una depreciación económica que tiene que ser actualizada por el estado técnico.

Conclusiones Parciales

En este capítulo se expusieron las bases sobre las cuales se desarrollará la solución del problema de determinar cuándo realizar el reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles, así como la teoría existente hasta el momento relacionada con el problema de esta investigación. Durante la elaboración de este capítulo se definieron las herramientas fundamentales que constituyen la teoría de reposición y mantenimientos de equipos y algunos elementos de la programación lineal, así como la justificación de la necesidad que existe en el MININT en Holguín de realizar esta investigación.

Capítulo 2

Problema de reemplazo de los radios fijos móviles y los radios portátiles del MININT en Holguín

En este capítulo se brindará la descripción formal del problema y se aplicarán algunos de los modelos abordados en el capítulo anterior. Para arribar a la solución del problema usando los modelos de programación lineal, será necesario utilizar el software MATLAB, el cual es una herramienta fundamental para dar respuesta a estos tipos de modelos, en este caso mediante la función *intlinprog*.

2.1. Formulación del problema

En la Delegación Provincial del MININT, específicamente en el OICC, se desea saber cuándo realizar el reemplazo y el mantenimiento de los radios fijos móviles y los radios portátiles. Para ello se cuenta con los siguientes datos:

Datos del radio fijo móvil:

- Precio de compra del equipo: $ 187.40,
- Depreciación: $ 28.11,

• Vida útil: 7 años

• Costos de mantenimiento:

Los costos se obtuvieron teniendo en cuenta el salario que el técnico del taller de radio gana por día y el valor en pesos que tiene cada pieza o material que se utiliza en el mantenimiento del equipo. Por ejemplo, para determinar el costo del primer año se tuvieron en cuenta los siguientes valores:

- Salario del técnico: \$ $560{,}00$ lo que equivale a \$ $19{,}00$ por día.

- Teipe: un rollo de teipe mide $10\ m$ con un valor de $0{,}68$ centavos, en este caso se supone que se utilice $0{,}50\ cm$ por lo que tendrá un valor de $0{,}04$ centavos.

- Valor del filtro a cambiar: $\$\ 4{,}50$.

- El estaño que se utiliza en la soldadura tiene un valor de \$ $18{,}38$ el metro, pero generalmente solo se utilizan 8 puntos de soldadura lo que equivale a \$ $1{,}44$.

Al sumar estos valores se tiene que el costo es de \$ $24{,}98$ como se observa en la tabla. De manera similar se procede con los demás costos dependiendo de la reparación que necesiten.

Años	1	2	3	4	5	6	7
Costo de mantenimiento	24.98	39.69	45.81	55.79	69.44	70.67	85.65

Tabla 2.1: Costos de Mantenimiento del radio fijo móvil.

Además se tiene en cuenta que este mantenimiento se debe realizar periódicamente, o sea, todos los años durante la vida útil del equipo [1].

• Precios de reventa:

Los precios de reventa de un equipo se obtienen teniendo en cuenta el valor de la contabilidad, el descuento de la depreciación y realizando una tasación. En algunos casos los equipos no tienen valor, por lo tanto es necesario ver el valor de uso; de tenerlo, se debe revisar el estado técnico, además se requiere comprobar el valor en el mercado y consultar con los inversionistas. En el problema de esta investigación, los precios se obtuvieron teniendo en cuenta el valor de la contabilidad, el descuento de la depreciación y realizando una tasación. Esto se muestra en la siguiente tabla:

Años	1	2	3	4	5	6	7
Precio de reventa	150.00	120.09	91.98	62.00	32.89	4.78	0

Tabla 2.2: Precio de reventa del radio fijo móvil.

• Ingresos:

Estos equipos, por el tipo de institución donde se utilizan, no aportan un ingreso específico, aunque este se puede estimar si se tiene en cuenta las ganancias que brindan. Por ejemplo, el uso del radio fijo móvil garantiza que no sea necesario que una persona que se encuentra en un Puesto de Mando determinado, tenga que trasladarse hasta otro lugar para dar una información; si no se usara el radio, esto provocaría un gasto del combustible y que un trabajador personalmente tenga que realizar esta función. Por lo tanto con el uso y estudio de estos datos se determinaron los ingresos por año de este equipo:

Años	1	2	3	4	5	6	7
Ingresos	180.00	175.45	160.20	110.30	90.00	80.20	60.10

Tabla 2.3: Ingresos del radio fijo móvil.

Datos del radio portátil:

• Precio de compra del equipo: $ 194.18,

• Depreciación: $ 29.13,

• Vida útil: 7 años

• Costo de Mantenimiento:

Para determinar el costo de mantenimiento del primer año se tuvieron en cuenta los siguientes valores:

- Salario del técnico: \$ $560{,}00$ lo que equivale a \$ $19{,}00$ por día.

- Teipe: un rollo de teipe mide $10\ m$ con un valor de $0{,}68$ centavos, en este caso se supone que se utilice $0{,}50\ cm$ por lo que tendrá un valor de $0{,}04$ centavos.

- Valor del potenciómetro de volumen que se va a cambiar: $\$\ 3{,}66$.

- El estaño que se utiliza en la soldadura tiene un valor de \$ $18{,}38$ el metro, pero generalmente solo se utilizan 8 puntos de soldadura lo que equivale a \$ $1{,}44$.

Al sumar estos valores se obtiene que el costo es de \$ $24{,}14$.

Años	1	2	3	4	5	6	7
Costo de mantenimiento	24.14	30.71	45.20	56.15	60.43	69.05	78.50

Tabla 2.4: Costos de Mantenimiento del radio portátil.

Se determinan los demás costos, dependiendo de la reparación que necesiten, de igual manera.

• Precios de reventa:

Al igual que con el equipo anterior se obtienen los precios de reventa para los radios portátiles:

Años	1	2	3	4	5	6	7
Precio de reventa	165.00	135.90	105.09	77.66	48.00	19.4	3.20

Tabla 2.5: Precio de reventa del radio portátil.

• Ingresos:

De manera similar a como se determinaron los ingresos de los radios fijos móviles, se obtienen los ingresos de los radios portátiles:

Años	1	2	3	4	5	6	7
Ingresos	191.00	182.20	160.50	155.30	130.50	100.10	85.69

Tabla 2.6: Ingresos del radio portátil.

2.2. Aplicación de los modelos

En esta sección se aplicarán algunos de los modelos descritos en el **Capítulo 1** para así poder realizar una comparación entre ellos y determinar cuál de todos es más adecuado.

2.2.1. Modelo en el que el costo de mantenimiento se describe mediante funciones discretas 1.1.2

Se definen las siguientes variables y expresiones para la aplicación del modelo a los datos del radio fijo móvil:

t - Variable discreta que representa el año de vida útil del equipo, $t = \overline{1,7}$
$u(t)$ - Costo de mantenimiento del equipo por año.
$M(t)$ - Costo total del mantenimiento del equipo hasta el año t, el cual se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$M(t) = \sum_{t=1}^{7} u(t) \tag{2.1}$$

C - Precio de compra del equipo, $C =$ \$ $187{,}40$
S - Depreciación del equipo por año, $S =$ \$ $28{,}11$
$T(t)$ - Costo total incurrido,

$$T(t) = C + M(t) - S \tag{2.2}$$

$G(t)$ - Promedio del costo anual,

$$G(t) = T(t)/t \tag{2.3}$$

Luego de definidas las variables y expresiones se procede a determinar los valores de $M(t)$, $T(t)$ y $G(t)$, y así obtener a partir de las condiciones del modelo, el momento preciso para realizar el reemplazo de forma tal que el promedio del costo anual sea mínimo.

Años (t)	$u(t)$	$M(t)$	C	S	$T(t)$	$G(t)$
1	24.98	24.98	187.40	28.11	184.27	184.27
2	39.69	64.67	187.40	28.11	223.96	111.98
3	45.81	110.48	187.40	28.11	269.77	89.92
4	55.79	166.27	187.40	28.11	325.56	81.39
5	69.44	235.71	187.40	28.11	395	79
6	**70.67**	**306.38**	**187.40**	**28.11**	**465.67**	**77.61**
7	85.65	392.03	187.40	28.11	551.32	78.76

Tabla 2.7: Solución del problema para los radios fijos móviles con el modelo **1.1.2**.

Entonces se puede notar que el equipo debe ser reemplazado en el sexto año con un costo promedio mínimo de \$ $77{,}61$, realizando el mantenimiento cada año hasta el sexto.

De manera similar se procede a aplicar el modelo a los datos del radio portátil:

t - Variable discreta que representa el año de vida útil del equipo, $t = \overline{1,7}$
$u(t)$ - Costo de mantenimiento del equipo por año.
$M(t)$ - Costo total del mantenimiento del equipo hasta el año t.
C - Precio de compra del equipo, $C =$ \$ $194{,}18$
S - Depreciación del equipo por año, $S =$ \$ $29{,}13$
$T(t)$ - Costo total incurrido.
$G(t)$ - Promedio del costo anual.

Al determinar los valores de $M(t)$, $T(t)$ y $G(t)$ se obtiene que:

Años (t)	$u(t)$	$M(t)$	C	S	$T(t)$	$G(t)$
1	24.14	24.14	194.18	29.13	189.19	189.19
2	30.71	54.85	194.18	29.13	219.9	109.95
3	45.20	100.05	194.18	29.13	265.1	88.37
4	56.15	156.2	194.18	29.13	321.25	80.31
5	60.43	216.63	194.18	29.13	381.68	76.34
6	**69.05**	**285.68**	**194.18**	**29.13**	**450.73**	**75.12**
7	78.50	364.18	194.18	29.13	529.23	75.60

Tabla 2.8: Solución del problema para los radios portátiles con el modelo **1.1.2.**

Se concluye que el equipo debe ser reemplazado en el sexto año con un costo promedio mínimo de \$ $75{,}12$, realizando el mantenimiento cada año hasta el sexto.

2.2.2. Modelo para minimizar los costos 1.2.1.1

Se procede a realizar el modelo para el radio fijo móvil:

Variables

- x_{ij}: Variable binaria que denota la adquisición de un equipo en el período i con reposición en el período j, en este caso $n = 8$ que es la cantidad de nodos que se necesitan, entonces $i = \overline{1,7}$ y $j = \overline{2,8}$.

- $x_0 =$ \$ $187{,}40$: precio de la compra del equipo.

- La cantidad de variables a emplearse está determinada por la siguiente fórmula: $C_2^n = n!/2!(n-2)! = 28$

Función Objetivo:

$$Min\,Z = \left\{ \begin{array}{r} 62{,}38x_{12} + 107{,}00x_{13} + 141{,}23x_{14} + 181{,}19x_{15} + 223{,}95x_{16} + 253{,}29x_{17}+ \\ +275{,}05x_{18} + 62{,}38x_{23} + 107{,}00x_{24} + 141{,}23x_{25} + 181{,}19x_{26} + 223{,}95x_{27}+ \\ +253{,}29x_{28} + 62{,}38x_{34} + 107{,}00x_{35} + 141{,}23x_{36} + 181{,}19x_{37} + 223{,}95x_{38}+ \\ +62{,}38x_{45} + 107{,}00x_{46} + 141{,}23x_{47} + 181{,}19x_{48} + 62{,}38x_{56} + 107{,}00x_{57}+ \\ +141{,}23x_{58} + 62{,}38x_{67} + 107{,}00x_{68} + 62{,}38x_{78} \end{array} \right.$$

Restricciones

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 1 \quad \text{(P I)}$$
$$x_{18} + x_{28} + x_{38} + x_{48} + x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1 \quad \text{(P F)}$$
$$x_{12} - x_{23} - x_{24} - x_{25} - x_{26} - x_{27} - x_{28} = 0 \quad \text{(P 2)}$$
$$x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} - x_{36} - x_{37} - x_{38} = 0 \quad \text{(P 3)}$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} - x_{47} - x_{48} = 0 \quad \text{(P 4)}$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} - x_{56} - x_{57} - x_{58} = 0 \quad \text{(P 5)}$$
$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} - x_{67} - x_{68} = 0 \quad \text{(P 6)}$$
$$x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0 \quad \text{(P 7)}$$

Se colocan los datos en el código elaborado en el software MATLAB, ubicando en la matriz Aeq las restricciones de igualdad (períodos de vida del equipo), beq como la matriz de términos independientes y f como la matriz de los coeficientes de la función objetivo (costos por períodos). Como las variables son enteras [9] y en este caso binarias se utiliza la función *intlinprog* para dar solución al problema. El código del modelo en Matlab es el que se muestra en el **Anexo 3**.
Luego de finalizado el programa, este devuelve el resultado mostrado en la tabla **2.9**. El mismo se puede observar gráficamente en la red **2.1**.

Variable	Valor	Costo
x_{18}	1	275.0500

Tabla 2.9: Solución del problema para los radios fijos móviles con el modelo **1.2.1.1**.

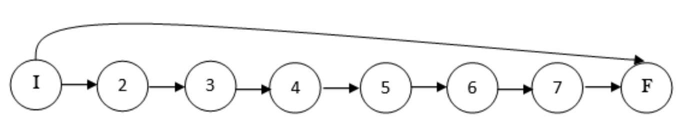

Figura 2.1: Red del modelo para minimizar los costos del radio fijo móvil.

Lo que indica que el equipo se debe reemplazar en el octavo año con un costo mínimo de $\$275{,}05$.

Se aplica ahora el modelo para el radio portátil:

Variables

- x_{ij}: Variable binaria que denota la adquisición de un equipo en el período i con reposición en el período j, $n = 8$, entonces $i = \overline{1,7}$ y $j = \overline{2,8}$.
- $x_0 =$ \$ $194{,}18$: precio de la compra del equipo.
- Cantidad de variables: $C_2^n = 28$

Función Objetivo:

$$Min\, Z = \begin{cases} 53{,}32x_{12} + 88{,}99x_{13} + 134{,}29x_{14} + 172{,}67x_{15} + 206{,}61x_{16} + 243{,}83x_{17} + \\ +269{,}48x_{18} + 53{,}32x_{23} + 88{,}99x_{24} + 134{,}29x_{25} + 172{,}67x_{26} + 206{,}61x_{27} + \\ +243{,}83x_{28} + 53{,}32x_{34} + 88{,}99x_{35} + 134{,}29x_{36} + 172{,}67x_{37} + 206{,}61x_{38} + \\ +53{,}32x_{45} + 88{,}99x_{46} + 134{,}29x_{47} + 172{,}67x_{48} + 53{,}32x_{56} + 88{,}99x_{57} + \\ +134{,}29x_{58} + 53{,}32x_{67} + 88{,}99x_{68} + 53{,}32x_{78} \end{cases}$$

Restricciones

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 1 \quad \text{(P I)}$$

$$x_{18} + x_{28} + x_{38} + x_{48} + x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1 \quad \text{(P F)}$$

$$x_{12} - x_{23} - x_{24} - x_{25} - x_{26} - x_{27} - x_{28} = 0 \quad \text{(P 2)}$$

$$x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} - x_{36} - x_{37} - x_{38} = 0 \quad \text{(P 3)}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} - x_{47} - x_{48} = 0 \quad \text{(P 4)}$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} - x_{56} - x_{57} - x_{58} = 0 \quad \text{(P 5)}$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} - x_{67} - x_{68} = 0 \quad \text{(P 6)}$$

$$x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0 \quad \text{(P 7)}$$

Al igual que en el modelo anterior se introducen los datos en el código representado en el **Anexo 4**.
Cuando finaliza el programa se obtiene:

Variable	Valor	Costo
x_{18}	1	269.480000

Tabla 2.10: Solución del problema para los radios portátiles con el modelo **1.2.1.1**.

Gráficamente, se tiene la misma red del modelo anterior, representada en la **Figura 2.1**. Luego se debe realizar el reemplazo en el octavo año con un costo mínimo de \$$269{,}48$.

2.2.3. Modelo para maximizar las utilidades1.2.1.2

En este modelo se definen las mismas variables y restricciones que en el modelo anterior, solo cambia la función objetivo ya que este modelo, en lugar de minimizar los costos, maximiza las utilidades.

Para el radio fijo móvil se tiene:

Variables

- x_{ij}: Variable binaria que denota la adquisición de un equipo en el período i con reposición en el período j, $n = 8$, entonces $i = \overline{1,7}$ y $j = \overline{2,8}$.
- $x_0 =$ \$ $187{,}40$: precio de la compra del equipo.

Función Objetivo:

$$Max\,Z = \begin{cases} 427{,}00x_{12} + 397{,}09x_{13} + 368{,}98x_{14} + 339{,}00x_{15} + 309{,}87x_{16} + 281{,}78x_{17} + \\ +277{,}00x_{18} + 427{,}00x_{23} + 397{,}09x_{24} + 368{,}98x_{25} + 339{,}00x_{26} + 309{,}87x_{27} + \\ +281{,}78x_{28} + 427{,}00x_{34} + 397{,}09x_{35} + 368{,}98x_{36} + 339{,}00x_{37} + 309{,}87x_{38} + \\ +427{,}00x_{45} + 397{,}09x_{46} + 368{,}98x_{47} + 339{,}00x_{48} + 427{,}00x_{56} + 397{,}09x_{57} + \\ +368{,}98x_{58} + 427{,}00x_{67} + 397{,}09x_{68} + 427{,}00x_{78} \end{cases}$$

Restricciones

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 1 \quad \text{(P I)}$$
$$x_{18} + x_{28} + x_{38} + x_{48} + x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1 \quad \text{(P F)}$$
$$x_{12} - x_{23} - x_{24} - x_{25} - x_{26} - x_{27} - x_{28} = 0 \quad \text{(P 2)}$$
$$x_{13} + x_{23} - x_{34} - x_{35} - x_{36} - x_{37} - x_{38} = 0 \quad \text{(P 3)}$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} - x_{47} - x_{48} = 0 \quad \text{(P 4)}$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} - x_{56} - x_{57} - x_{58} = 0 \quad \text{(P 5)}$$
$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} - x_{67} - x_{68} = 0 \quad \text{(P 6)}$$
$$x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0 \quad \text{(P 7)}$$

Como el problema es de maximizar y la función *intlinprog* trabaja con problemas de minimizar, se multiplica la función objetivo por (-1) haciendo uso de que:

$$Max\,Z = -Min(-Z) \tag{2.4}$$

Después de introducir los datos en el código mostrado en el **Anexo 5** el programa devuelve los valores que se muestran en la tabla **2.11** y la red representada en la **Figura 2.2**.

Variable	Valor	Utilidad
x_{12}	1	427.00
x_{23}	1	427.00
x_{34}	1	427.00
x_{45}	1	427.00
x_{56}	1	427.00
x_{67}	1	427.00
x_{78}	1	427.00

Tabla 2.11: Solución del problema para los radios fijos móviles con el modelo **1.2.1.2**.

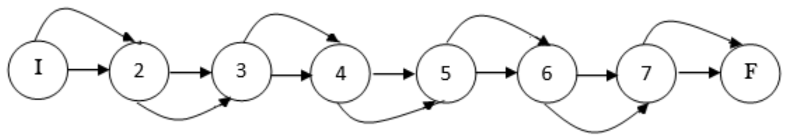

Figura 2.2: Red del modelo para maximizar las utilidades del radio fijo móvil.

Por los resultados obtenidos lo recomendable es comprar en el primer año y reemplazarlo al año siguiente, comprar en el segundo año y reemplazar en el tercero, comprar en el tercero y reemplazarlo en el cuarto, comprar en el cuarto y reemplazarlo en el quinto, así sucesivamente hasta por último, comprar en el séptimo y reemplazar en el octavo, para de esta forma obtener un utilidad máxima ascendente a \$ 2989.

Para el radio portátil se tiene:

Variables

- x_{ij}: Variable binaria que denota la adquisición de un equipo en el período i con reposición en el período j, $n = 8$, entonces $i = \overline{1,7}$ y $j = \overline{2,8}$.
- $x_0 =$ \$ $194{,}18$: precio de la compra del equipo.

Función Objetivo:

$$MaxZ = \begin{cases} 610{,}88x_{12} + 581{,}78x_{13} + 550{,}95x_{14} + 523{,}54x_{15} + 493{,}88x_{16} + 465{,}28x_{17} + \\ +449{,}08x_{18} + 610{,}88x_{23} + 581{,}78x_{24} + 550{,}95x_{25} + 523{,}54x_{26} + 493{,}88x_{27} + \\ +465{,}28x_{28} + 610{,}88x_{34} + 581{,}78x_{35} + 550{,}95x_{36} + 523{,}54x_{37} + 493{,}88x_{38} + \\ +610{,}88x_{45} + 581{,}78x_{46} + 550{,}95x_{47} + 523{,}54x_{48} + 610{,}88x_{56} + 581{,}78x_{57} + \\ +550{,}95x_{58} + 610{,}88x_{67} + 581{,}78x_{68} + 610{,}88x_{78} \end{cases}$$

Restricciones

$$x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}+x_{18}=1 \quad \text{(P I)}$$

$$x_{18}+x_{28}+x_{38}+x_{48}+x_{58}+x_{68}+x_{78}=1 \quad \text{(P F)}$$

$$x_{12}-x_{23}-x_{24}-x_{25}-x_{26}-x_{27}-x_{28}=0 \quad \text{(P 2)}$$

$$x_{13}+x_{23}-x_{34}-x_{35}-x_{36}-x_{37}-x_{38}=0 \quad \text{(P 3)}$$

$$x_{14}+x_{24}+x_{34}-x_{45}-x_{46}-x_{47}-x_{48}=0 \quad \text{(P 4)}$$

$$x_{15}+x_{25}+x_{35}+x_{45}-x_{56}-x_{57}-x_{58}=0 \quad \text{(P 5)}$$

$$x_{16}+x_{26}+x_{36}+x_{46}+x_{56}-x_{67}-x_{68}=0 \quad \text{(P 6)}$$

$$x_{17}+x_{27}+x_{37}+x_{47}+x_{57}+x_{67}-x_{78}=0 \quad \text{(P 7)}$$

Al igual que en el modelo anterior, se introducen los datos en el código representado en el **Anexo 6**. Esto devuelve que:

Variable	Valor	Utilidad
x_{12}	1	610.88
x_{23}	1	610.88
x_{34}	1	610.88
x_{45}	1	610.88
x_{56}	1	610.88
x_{67}	1	610.88
x_{78}	1	610.88

Tabla 2.12: Solución del problema para los radios portátiles con el modelo **1.2.1.2.**

con una red similar a la representada en la **Figura 2.2**. Luego se recomienda comprar en el primer año y reemplazarlo al año siguiente, comprar en el segundo año y reemplazar en el tercero, comprar en el tercero y reemplazarlo en el cuarto, comprar en el cuarto y reemplazarlo en el quinto, así sucesivamente hasta por último, comprar en el séptimo y reemplazar en el octavo, para de esta forma obtener un utilidad máxima ascendente a $ $4276{,}16$.

2.3. Análisis de los resultados

Modelo en el que el costo de mantenimiento se describe mediante funciones discretas:
Este modelo como se pudo apreciar arrojó como resultado, para el radio fijo móvil y el radio portátil, que ambos se deben reemplazar en el sexto año con un costo promedio mínimo de \$ $77{,}61$ y \$ $75{,}12$ respectivamente, realizando el mantenimiento periódicamente hasta el sexto año.

Modelo para minimizar los costos:
Por otra parte, este modelo sugiere que el reemplazo se debe realizar para ambos equipos en el octavo año de vida con un costo total mínimo de \$ $275{,}05$ para el radio fijo móvil y \$ $269{,}48$ para el radio portátil. Esto implica que se tenga un costo promedio mínimo de \$ $34{,}38$ y \$ $33{,}69$ respectivamente.

Entre estos dos modelos se puede concluir que el modelo de Programación Lineal de minimizar los costos es el más adecuado debido a que el costo promedio anual es menor en ambos equipos al obtenido con el modelo en el que el costo de mantenimiento se describe mediante funciones discretas, además con este se obtiene una mayor explotación del equipo logrando así retenerlo en servicio el mayor tiempo posible.

En el caso del **modelo de maximizar las utilidades**, como se observó, se recomienda reemplazar todos los años, lo cual debido a que el MININT es una institución presupuestada no es del todo ventajoso; aunque este modelo al arrojar la utilidad máxima y a la vez cual es el período en el que se debe reemplazar, se convierte en un modelo poderoso y útil para aplicar en empresas en las que resulte favorable estos resultados.

Conclusiones

Al concluir la presente investigación se puede determinar que la misma constituye una contribución a la solución del problema científico y cumple con el objetivo y responde las preguntas científicas. En síntesis se exponen los siguientes resultados:

- Los fundamentos teóricos estudiados sobre la teoría de reposición y mantenimiento de equipos, resultaron de vital importancia para un correcto análisis del problema: predecir el tiempo de reemplazo de los radios fijos móviles y radios portátiles del MININT.
- Con el uso de la teoría de reemplazo para funciones discretas y los modelos de reemplazo que se resuelven mediante la programación lineal se resolvió el problema propuesto.
- La implementación se realizó sobre la plataforma de programación MATLAB, software que resultó efectivo, por sus atributos: exactitud y confiabilidad.
- La solución aportada por los modelos conllevará a la dirección del OICC en Holguín a tomar decisiones acerca de cómo se debe realizar el pedido de los nuevos equipos que se necesitan para efectuar el reemplazo.

Recomendaciones

Se recomienda:

– Extender la aplicación de esta teoría a otros equipos del taller de radio y al resto de los talleres en el OICC de Holguín.

– Utilizar otros modelos de la teoría de reposición y mantenimiento si se cuenta con información más precisa de otros equipos, en particular los modelos de programación dinámica y probabilísticos.

– Valorar la posibilidad de implementar un modelo de programación lineal multi-objetivo que incluya los costos y las utilidades.

Bibliografía

[1] *Relación de Medios del GRUPO DE SERVICIOS TÉCNICOS. Delegación Provincial del MININT Holguín.*, 2017. 30

[2] F. D. Benden, R. *Numerical Analysis*. Brooks/Cale, Boston, 2011. 9

[3] O. L. J. Berger Vidal Esther, Olazo Carlos Julio. Problemas de reemplazo: enfoques de investigación de operaciones y economía. *PESQUIMAT Revista de la Fac. CC. MM. de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, Vol. VI, N"1:pag 49 – 60, 2003. 3, 20

[4] M. Cortés Cortés. *Modelos Matematicos Aplicados a la Administración y la Economía*. Universidad Autónoma del Carmen. Ciudad del Carmen. Campeche. MÉXICO, 2007. 8, 16, 17

[5] P. P. R. G. y. N. A. Enrique Castillo, Antonio J. Conejo. *Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia.* 2002. 15

[6] R. F. Graf. *Dictionary of Electronics*. 1974. 24

[7] HYT. Service manual two-way radio tc-700, 2006. 25

[8] HYT. Service manual mobile radio tm-610, 2009. 26

[9] H. F. Lieberman, G. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. ISBN: 970-1022-1. Editorial McGraw-Hill, 4ta. edition, 1997. 36

[10] N. Loomba. *Linear Programming: An introductory analysis.* McGraw-Hill, New York, 1964. 16

[11] M. Álvarez Buylla V. *Modelos Económicos-Matemáticos II, Tomo 2*. Ciudad de La Habana, 1987. 11

[12] M. P.R. *Operations research*. New Age International (P) Ltd., second edition, 2007. 10

[13] R. M. Rathinam, Muruhan; Murray. *Discrete Function Approximation: Numerical Tools for Nonlinear Control*. 1998. 10

[14] S. Ríos. *Modelización*. ISBN 978-84-206-2822-6. Alianza Universidad, 1995. 1

[15] M. E. Salgado. *Análisis y Modelos de Reemplazo*. PhD thesis, Instituto Politécnico Nacional. Escuela Superior de Física y Matemática., 2004 México, D.F. 11

[16] J. Stewart. *Calculus*. Brook/Cale, Belmont, 2012. 8

[17] H. A. TAHA. *Investigación de operaciones, Novena Edición*. ISBN: 978-607-32-0796-6. PEARSON EDUCACIÓN, México, 2012. 15

[18] J. W. Ulrich L. Rohde. *Communications Receivers*. ISBN 0-07-136121-9. McGraw Hill, New York, third edition, 2001. 24

[19] J. L. Vazquez. Matemáticas, ciencia y tecnología: una relación profunda y duradera. *ResearchGate*, 2014. 1

[20] L. L. Y. C. P. L. Vega de la Cruz, L. *Modelación multiobjetivo de los recursos en los sistemas logísticos, ¿es una necesidad?*, volume 7 Número 4. Avances en Ciencias e Ingeniería, 2006. 2

Anexos

Radios

1. Radio portátil

2. Radio fijo móvil

Códigos

Editor - F:\modelorfm.m

modelorfm.m

```
clc
clear all
f=[62.38;107;141.23;181.19;223.95;253.29;275.05;62.38;107;141.23;181.19;
   223.95;253.29;62.38;107;141.23;181.19;223.95;62.38;107;141.23;181.19;
   62.38;107;141.23;62.38;107;62.38];
A=[];
b=[];
intcon = 1:28;
lb = zeros(1,28);
ub = ones(1,28);
Aeq=[1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 -1 -1 -1 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 -1];
beq=[1;1;0;0;0;0;0;0];
opts = optimoptions('intlinprog','Display','off');
[x_tsp,costopt,exitflag,output]=intlinprog(f,intcon,[],[],Aeq,beq,lb,ub,opts);
[x,fval] = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
```

3. Código del modelo para minimizar los costos del radio fijo móvil.

Editor - F:\modelorp.m

modelorp.m

```
clc
clear all
f=[53.32;88.99;134.29;172.67;206.61;243.83;269.48;53.32;88.99;134.29;172.67;
   206.61;243.83;53.32;88.99;134.29;172.67;206.61;53.32;88.99;134.29;172.67;
   53.32;88.99;134.29;53.32;88.99;53.32];
A=[];
b=[];
intcon = 1:28;
lb = zeros(1,28);
ub = ones(1,28);
Aeq=[1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 -1 -1 -1 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 -1];
beq=[1;1;0;0;0;0;0;0];
opts = optimoptions('intlinprog','Display','off');
[x_tsp,costopt,exitflag,output] = intlinprog(f,intcon,[],[],Aeq,beq,lb,ub,opts);
[x,fval] = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
```

4. Código del modelo para minimizar los costos del radio portátil.

Editor - F:\modelo2rfm.m

modelo2rfm.m

```
clc
clear all
f=[-427;-397.09;-368.98;-339;-309.87;-281.78;-277;-427;-397.09;-368.98;-339;
   -309.87;-281.78;-427;-397.09;-368.98;-339;-309.87;-427;397.09;-368.98;-339;
   -427;-397.09;-368.98;-427;-397.09;-427];
A=[];
b=[];
intcon = 1:28;
lb = zeros(1,28);
ub = ones(1,28);
Aeq=[1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 -1 -1 -1 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 -1];
beq=[1;1;0;0;0;0;0;0];
opts = optimoptions('intlinprog','Display','off');
[x_tsp,costopt,exitflag,output] = intlinprog(f,intcon,[],[],Aeq,beq,lb,ub,opts);
[x,fval] = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
```

5. Código del modelo para máximizar las utilidades del radio fijo móvil.

Editor - F:\modelo2rfm.m

modelo2rfm.m

```
clc
clear all
f=[-427;-397.09;-368.98;-339;-309.87;-281.78;-277;-427;-397.09;-368.98;-339;
   -309.87;-281.78;-427;-397.09;-368.98;-339;-309.87;-427;397.09;-368.98;-339;
   -427;-397.09;-368.98;-427;-397.09;-427];
A=[];
b=[];
intcon = 1:28;
lb = zeros(1,28);
ub = ones(1,28);
Aeq=[1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1;
1 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 -1 -1 -1 0 0 0;
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 -1 -1 0;
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 -1];
beq=[1;1;0;0;0;0;0;0];
opts = optimoptions('intlinprog','Display','off');
[x_tsp,costopt,exitflag,output] = intlinprog(f,intcon,[],[],Aeq,beq,lb,ub,opts);
[x,fval] = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
```

6. Código del modelo para máximizar las utilidades del radio portátil.