



# ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL APLICANDO EL ASISTENTE MATEMÁTICO DERIVE

TEACHING AND LEARNING OF THE DIFFERENTIAL CALCULATION APPLYING THE DERIVE MATHEMATICAL ASSISTANT

Ing. Roberto Jonathan Pico Macías

[ing.jonathanpico@hotmail.com](mailto:ing.jonathanpico@hotmail.com)

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, República de Ecuador

M. Sc. Fabio Omar Díaz Silva

[fabio@uho.edu.cu](mailto:fabio@uho.edu.cu)

Dr. C. Miguel Escalona Reyes

[miguelescalrey@gmail.com](mailto:miguelescalrey@gmail.com)

Universidad de Holguín, Cuba

## Resumen

La ingeniería industrial es una profesión encargada de planificar y establecer estrategias de optimización para los procesos productivos y logísticos y así lograr un máximo rendimiento en la creación de bienes y/o la prestación de servicios; en cuya formación es muy importante las matemáticas donde el cálculo permite el estudio de cómo cambian instantáneamente las funciones cuando sus variables cambian. La presente investigación muestra una alternativa didáctica para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, en la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Laica "Eloy Alfaro de Manabí", la cual está sustentada por la Teoría del Aprendizaje Significativo, usando el Asistente Matemático Derive. La investigación estuvo motivada por la necesidad de elevar a niveles superiores la motivación, y capacidades intelectuales para la resolución de ejercicios y problemas de esta temática del currículo de estudio, y con esto incidir favorablemente en la formación de un ingeniero competente. La misma ha sido aplicada en dos semestres de esta carrera en la ULEAM, donde se han obtenido muy buenos resultados en el aprendizaje de estos contenidos por los estudiantes.

**Palabras Clave:** alternativa didáctica, cálculo diferencial, asistente matemático, derive

## Abstract

Industrial engineering is a profession to place an order of planning and establishing optimization strategies for the production and logistics processes and with it achieve maximum performance in the creation of important economic resources and the provision of services; In whose formation is very important mathematics where the calculation allows the study of how they instantly change the functions when their variables change. The present research shows a didactic alternative to favor the learning process of differential calculus in the Industrial Engineering career of the "Laica Eloy Alfaro de Manabi" University, which is supported by Significant Learning Theory, using the Mathematical Assistant Derive. The research was motivated by the necessity to raise the motivation, and intellectual capacities to solve exercises and problems about this study curriculum to higher levels, and with this, favorably the formation of a hardworking engineer. The same has been applied in two semesters in the engineer career of this university, where they have obtained very good results in the learning of the students.

**Keywords:** Didactic alternative, differential calculus, mathematical assistant, derive.



## 1. Introducción

La ingeniería industrial es una profesión encargada de planificar y establecer estrategias de optimización para los procesos productivos y logísticos, y así lograr un máximo rendimiento en la creación de bienes y/o la prestación de servicios. Además, es aquella área que forma profesionales capaces de diseñar, planificar, programar, analizar y controlar eficientemente las organizaciones, con el propósito de asegurar el mejor desempeño de sistemas, relacionados con la producción y administración de bienes y servicios.

De esta forma, todas las actividades relacionadas con una industria son de pertinencia de la ingeniería industrial, con excepción de las tecnologías que se emplean en los procesos productivos; así, el ingeniero industrial puede encargarse desde la determinación de la localización óptima de la industria, la optimización de los procesos, la utilización de la maquinaria, y de la mano de obra, el diseño de la planta, la toma de decisiones para la automatización de procesos, hasta la planeación de la producción, lo cual implica controlar los inventarios tanto de materia prima como de producto terminado, también planea el mantenimiento de todos los equipos.

El estudio del cambio de una función es de especial interés para el cálculo diferencial, en concreto el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee). Y es que el cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra.

La enseñanza y el aprendizaje del cálculo diferencial, siempre ha sido una de las preocupaciones de los profesores que imparten esta asignatura, constantemente se ha buscado nuevos métodos y estrategias para la enseñanza y así mejorar el aprendizaje y rendimiento de los estudiantes. Por mucho tiempo una preocupación natural en toda sala de maestros ha sido cómo abordan los estudiantes los problemas matemáticos del cálculo diferencial para su solución, esta problemática ha sido abordada recurrentemente por educadores, matemáticos y profesionales dedicados a la investigación del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y aunque ha habido avances, la diversidad de particularidades y de entornos, no ha permitido encontrar una solución específica para optimizar el proceso de la enseñanza. Algunos

trabajos que tratan de dar solución a esta problemática son los siguientes:

Marco (2012) analiza algunas estrategias existentes para el proceso de enseñanza – aprendizaje y a su vez se propone una alternativa para sacar el mayor provecho de las actitudes y habilidades de los estudiantes y así mejorar su rendimiento.

Martínez (2014), muestra que la aplicación de la estrategia del aprendizaje basado en problemas es una de las que más se utiliza en la enseñanza de las matemáticas, que si se pudiera aplicar para la modelación de problemas del cálculo diferencial utilizando un software le serviría al estudiante para confrontar sus conocimientos adquiridos y así lograr que los estudiantes puedan rendir mejor académicamente.

García, Moreno y Azcarate (2005) hacen referencia a que una estrategia activa y dinámica para la enseñanza del cálculo diferencial es la EBP, es decir la enseñanza basada en problemas. La cual consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya actividad se produce el aprendizaje, y la dificultad en esta tendencia de enseñanza está dada en la elaboración de problemas relacionados con el objeto de enseñanza, donde en el cálculo diferencial implica la elaboración de problemas que abarquen desde lo conceptual hasta procedimental.

En esta era de despunte tecnológico, las nuevas tecnologías no pueden permanecer al margen de la educación, en la búsqueda de nuevas formas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y en particular del Cálculo. Algunos trabajos que demuestran esta apreciación son:

Llerena (2012) indica que los softwares como el Matlab y Descarte pueden ayudar para la solución de problemas del cálculo diferencial además dan una pauta en qué parte de las matemáticas se los está utilizando y a qué nivel se lo está aplicando, esto hace que ya los estudiantes vayan conociendo sobre esta tecnología.

López (2008) habla cómo la era de la tecnología va creciendo en todos los campos y en el de educación no se puede quedar atrás, y plantea cómo esas herramientas tecnológicas pueden ayudar a profundizar el aprendizaje de los estudiantes en una de las ramas básicas, para muchos, la más compleja, las matemáticas, específicamente el Cálculo.

Morales y Peña (2013) hablan y dan una perspectiva de que tan fructífera puede ser la aplicación de programas tecnológicos que conjuntamente con la estrategia apropiada se pueden facilitar la comprensión de las matemáticas y su aplicación.



Falsetti, Favieri, Scorzo y Williner(2013) hacen referencia a la utilización de software "MATHEMATICA" en el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas del cálculo diferencial. En la presente investigación se considera de gran importancia que el estudiante se familiarice con la operatividad de herramientas informáticas, pero la resolución de problema debe estar enfocada en la obtención de regularidades para el tratamiento conceptual, o la necesidad de procedimientos analíticos, así como la formulación de hipótesis.

No obstante, a pesar de la inclusión de las herramientas tecnológicas en el aula, por diferentes investigadores, aún los estudiantes que estudian la carrera Ingeniería Industrial, no logran entender en su totalidad la importancia de la asignatura de cálculo diferencial que estudian en sus primeros cursos, ni comprenden el alcance que esta tendrá en sus carreras. Por otro lado, el trabajo del docente, parece estar muy alejado de las teorías propuestas al respecto, de manera que las clases de cálculo diferencial y los libros utilizados para orientar los cursos, no suplen las insuficiencias que aún persisten.

Una encuesta aplicada a estudiantes del segundo y tercer semestre, de la carrera antes señalada en la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (Uleam), Ecuador reveló las principales causas que inciden en las insuficiencias en el aprendizaje de las matemáticas: falta de conocimientos previos que se debieron adquirir en los niveles precedentes (68,57 %); pobre motivación para aprender los contenidos matemáticos (48,57 %); insuficiente desarrollo de capacidades intelectuales, para enfrentarse de forma independiente a la resolución de ejercicios y problemas de las matemáticas (76,19 %).

Lo anterior manifiesta la siguiente contradicción en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial: la necesidad de formar un ingeniero industrial competente para la realidad social y la insuficiente preparación de los estudiantes en los contenidos del cálculo diferencial.

En este artículo se muestra una alternativa didáctica sustentada en el aprendizaje significativo, para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial a través del uso del asistente matemático Derive en la carrera de Ingeniería Industrial de la Uleam, con vista a disminuir las insuficiencias que poseen los estudiantes de esta carrera en dicha universidad en la referida materia.

## 2. Materiales y métodos

La investigación se auxilió de una encuesta, en la que participaron 75 estudiantes del segundo

semestre y 30 estudiantes del tercer semestre, de la carrera Ingeniería Industrial en la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí (Uleam), Ecuador con el objetivo de obtener información sobre las principales causas que incidían en las insuficiencias en el aprendizaje de las matemáticas.

El análisis y la síntesis de los documentos consultados requirieron de una combinación correcta de los resultados de los estudios analizados mediante la integración sistemática y selectiva de éstos, lo que contribuyó a la construcción de los fundamentos teóricos de la investigación.

Sustentado en los fundamentos teóricos el investigador se auxilió de la modelación en el diseño de la alternativa didáctica para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo Diferencial Mediatizado por el Asistente Matemático Derive en la carrera de Ingeniería Industrial de la Uleam.

La alternativa didáctica se sustenta en el aprovechamiento de las potencialidades del Derive, que es un software con capacidad para desarrollar cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica. Se trata de un programa que se ejecuta en el entorno Windows y que, por lo tanto, presenta las características habituales que tienen dichas aplicaciones. Entre sus principales particularidades que lo hacen un software muy usado en el proceso de enseñanza aprendizaje están las dadas por Ortega (2001): la facilidad de su aprendizaje, pues no necesita muchos conocimientos previos de informática, y se puede aprender a utilizar en un corto espacio de tiempo, sin necesidad de invertir muchas horas en la lectura del manual; la sencillez de su entorno de trabajo, ya que permite ejecutar los comandos vía menú, o a través de la edición de los mismos por pantalla.

Se pueden agregar tres aspectos importantes que a juicio de los autores permite ser más factible su utilización por los estudiantes: en su instalación sobre Windows ocupa pocos megas y poca memoria RAM; existen versiones portables, lo cual puede ser llevado por los estudiantes en dispositivos personales de poca capacidad de almacenamiento digital; el Derive cuenta con una ayuda que favorece el trabajo conceptual, dominio de propiedades de diferentes entes matemáticos, el cual puede ser visto como una tabla de fórmulas, de uso fundamental en las matemáticas superiores.

Para constatar la factibilidad de la propuesta de la alternativa didáctica, se diseñó un pre-experimento, para dos muestras independientes; cada grupo se tomó al azar. Un grupo I con 40 estudiantes (grupo



de control) y grupo II con 25 estudiantes (grupo experimental).

### 3. Resultados y discusión

A continuación, se valora en primer lugar conceptualmente la teoría del aprendizaje significativo, desde la óptica de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje y en segundo el asistente matemático Derive y sus características que hacen que sean factible su implementación. Muchas investigaciones han trabajado dentro de sus presupuestos teóricos el aprendizaje significativo, constituyendo este el eje de dirección en la alternativa didáctica elaborada.

Moreira (1998) plantea: "Aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-litera) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto. Para Ausubel (1963: 58), el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento.

Señalando como característica básica de dicho aprendizaje, la no-arbitrariedad y sustantividad. La no-arbitrariedad quiere decir que el material potencialmente significativo se relaciona, pero no de cualquier forma con el conocimiento existente en la estructura cognitiva del que aprenden. Ausubel (1918-2008) lo llama Subsunsor o Idea-ancla. (en la alternativa didáctica se aludirá a este vocablo)

Sustantividad significa que lo que se incorpora a la estructura cognitiva es la sustancia del nuevo conocimiento, de las nuevas ideas, no las palabras precisas usadas para expresarlas. Así, en palabras de Moreira (1998), un aprendizaje significativo no puede depender del uso exclusivo de determinados signos en particular.

Por otra parte Díaz y Hernández (2002) al referirse a la significatividad del aprendizaje plantean que para que sea significativo, este debe reunir dos condiciones: la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la disposición (motivación y actitud) de este por aprender; así como, la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje, planteando que durante el aprendizaje significativo el alumno relaciona de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas que posee en su estructura cognitiva.

Se coincide con lo planteado por Díaz y Hernández (2002) al referirse a las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), como favorecedoras de un aprendizaje significativo, planteando que el empleo de las TIC permite que el proceso de enseñanza aprendizaje sea: activo, constructivo, colaborativo, dialogado, contextualizado, reflexivo.

Lograr hacer un análisis sobre los vínculos que relaciona los objetivos de enseñanza de las Matemáticas a partir del uso de herramientas tecnológicas, implica relacionar las finalidades propias de la enseñanza de las Matemáticas y los avances informáticos surgidos después de 1950, para lograr estudiar cómo estos han influido en el panorama didáctico de esta disciplina, lo cual escaparía de los objetivos de este artículo, por tanto, solo se centrará en realizar una valoración a partir de los asistentes matemáticos, con énfasis en el Derive.

Las TIC se han convertido en una nueva herramienta del docente para enseñar matemática, proporcionando un nuevo ámbito investigativo, desde concepciones metodológicas e instrumentales, surgiendo la necesidad de usar software para dicha finalidad, y esto ha impulsado también líneas investigativas en disciplinas como cibernética, ingeniería de software, programación web, etc.

Es conocido que el uso de diferentes sistemas de aplicación (software) desarrollados para las matemáticas evitan el trabajo rutinario tanto a alumnos como a docentes, favoreciendo el tiempo planificado para estudiar o impartir determinada temática, haciendo más amenos la comprensión de contenidos, la búsqueda de regularidades, en fin, el acto de aprender y enseñar.

Por tanto, al introducirse las computadoras como proceso natural a partir del desarrollo científico y tecnológico, en la enseñanza de las matemáticas, entonces implica un proceso de reformulación de la didáctica de esta ciencia y de las prácticas docentes. Quesada (2005) hace alusión a que el desarrollo de las tecnologías digitales ha cambiado a la sociedad, y esto implica un cambio en el contexto de las instituciones de la Educación Superior.

Existe varias acepciones en cómo incluir las computadoras en las clases de matemática, en la presente investigación se considera la realizada por Cuevas (2000), enmarcándolas en las siguientes categorías: la computadora como una herramienta que nos permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligentes; la computadora como una herramienta de propósito general en la labor cotidiana del docente y/o alumno; la computadora como una herramienta capaz de generar matemática.



La categoría - la computadora como una herramienta que permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligentes - , relaciona la computadora como una herramienta para que a través de la enseñanza de un lenguaje de computación se aprenda Matemática, donde el alumno puede “construir” su conocimiento a partir de la creación de diversos software, también caen en esta categoría la elaboración de los diferentes tutoriales desarrollados para la enseñanza de la Matemática como apoyo a la actividad del profesor, así como, software especializados, interactivos para el trabajo con temáticas relativas a álgebra, geometría y el cálculo, a los que se les ha llamado asistentes matemáticos, como por ejemplo el Cabri, Geogebra, Derive, Mathematica, Matlab, Octave, etc. Estos son diseñados para la construcción de puntos, representar gráficas de curvas en el plano y en el espacio, cuerpos geométricos, y para el cálculo de límites, derivadas, integrales, series, matrices, etc., donde se potencia la parte conceptual, operatoria y gráfica.

Del trabajo desarrollado con el Derive en el quehacer educacional, se pueden distinguir los siguientes elementos que lo caracterizan en su activación: posee dos ventanas. La algebraica y la gráfica (dos y tres dimensiones); línea de introducción de expresiones algebraicas, y funciones; tiene posibilidad para insertar comentarios, lo cual puede ser utilizado como observaciones que permiten ser guías de razonamientos, conclusiones de situaciones de comportamientos de procedimientos, etc.; barras de herramientas, botones y barra de menú con funcionalidad análoga a las aplicaciones del paquete Microsoft Office.

Después del análisis teórico realizado, ahora se muestra la alternativa didáctica elaborada para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo Diferencial mediatizado por el Asistente Matemático Derive como favorecedor de la formación conceptual, operatoria, procedimental y gráfica de los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Uleam.

La alternativa didáctica consta de etapas que viabilizan la implementación de dicho asistente matemático, las cuales están sustentadas en la teoría cognitiva del aprendizaje significativo.

A continuación, se abordan algunos aspectos relevantes que sustentan la alternativa didáctica propuesta, en correspondencia con la teoría del aprendizaje significativo, partiendo de aspectos conceptuales de la teoría, y relevando su incidencia en la propuesta. Como bien plantea Moreira (2012), el “...aprendizaje significativo es aquel en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el

aprendiz ya sabe. La interacción no se produce con cualquier idea previa, sino con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva del sujeto que aprende”.

El conocimiento relevante para el que aprende, puede ser: un concepto, una regla, un procedimiento, una operación, una imagen mental, pero que interactúe de forma no literal y no arbitraria con el nuevo conocimiento. Estos fueron llamados por David Ausubel (1918-2008) como Subsunsor o Idea-ancla. A continuación, se presenta la propuesta didáctica elaborada, donde se identificarán las **ideas-anclas**

Etapas 1: propedéutica (iniciación con el asistente matemático Derive)

Objetivo: mostrar las características, modo de uso y factibilidad del Asistente Matemático Derive.

Realización: se propone que se realicen una o más actividades teórico-prácticas (dependerá del nivel de habilidades en la manipulación del software que se logre con los estudiantes) en el laboratorio de computación sobre el Asistente Matemático Derive, la cual permitirá:

- Modo de activar (portable y no portable) el Asistente Matemático Derive.
- Identificar la Ventana “Álgebra”: línea de menú, botones, línea de edición de expresiones y botones de símbolos y letras del alfabeto griego.
- Editar expresiones: cálculos numéricos (obteniendo resultados aproximados y exactos). Se sugiere que se trabaje con números racionales e irracionales de modo que permita reactivar estos conjuntos numéricos de gran utilidad en la comprensión del concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Debe aprovecharse este momento para mostrar en menú/opciones/ajuste de modo; en la ventana que se muestra, en la opción ficha: cambiar la cantidad de dígitos a mostrar en el cálculo (por defecto son 10).
- Identificar la Ventana “Gráfica” 2D (dos dimensiones): línea de menú, botones, línea de edición de expresiones y botones de símbolos y letras del alfabeto griego. (similar a Ventana Álgebra)

Esta etapa, forma ideas-anclas esenciales para las etapas posteriores como son:

- concepto de función, funciones dadas por secciones,
- concepto de límite de una función en un punto,



- propiedades de límites y cálculo de límites,
- Interacción con el Asistente Matemático Derive.

Etaapa 2: conceptual (introducción al concepto de derivada de una función en un punto)

Objetivo: definir el concepto de derivada de una función en un punto como pendiente de la recta tangente a la curva en un punto.

Realización: se propone que se realicen actividades teóricas y prácticas en el laboratorio de computación para identificar las insuficiencias que posee el concepto de recta tangente a una curva en un punto y su solución a partir del nuevo concepto objeto de estudio, lo cual permitirá:

- Revelar la insuficiencia que posee el concepto recta tangente a una curva como concepto global, estudiado en grados precedentes a partir del concepto de recta tangente a la circunferencia, como caso particular de recta tangente a una curva.
- Definir con claridad que se entiende por recta tangente a una curva.
- Definir el concepto de familia de rectas secantes, a partir de la característica de tendencia de un punto hacia un punto fijo (tendencias laterales)
- Obtener miembros de la familia a partir del comando "Table" del asistente Derive.
- Mostrar las gráficas de las familias a una curva dada.
- Definir el concepto de derivada de una función en un punto.
- Analizar teorema que relaciona continuidad con derivabilidad. Mostrar ejemplos.
- Definir función derivada.

Se proponen cinco actividades de realización, las cuales tendrán como sustentos las siguientes ideas-anchas:

- concepto intuitivo de recta tangente a una circunferencia.
- relación gráfica de la recta tangente a una circunferencia en un punto.
- conjunto de números reales es un conjunto denso, continuo y completo; aproximación sucesiva a un número real; familia de rectas, o rectas paramétricas; concepto de límite de una función en un punto.
- interpretación geométrica del concepto de derivada de una función en un punto.

- continuidad de una función en un punto; interpretación gráfica de recta tangente a una curva; relación numérica entre la pendiente de una recta y la tangente trigonométrica.

Etaapa 3: operatoria (derivada de funciones elementales, reglas de derivación y cálculo de derivadas)

Objetivo: obtener la derivada de funciones elementales a partir de su definición, y su aplicación a las reglas de derivación en el cálculo de derivadas.

Realización: se propone que usando el pizarrón (o a partir de una presentación electrónica) se determine la función derivada de  $f(x) = 3^x$ , lo cual mostrará la dificultad que muestra el cálculo (si existe) del límite del cociente incremental de dicha función, donde se muestra la facilidad del asistente matemático para la obtención de la función derivada de funciones elementales.

Se proponen actividades teóricas y prácticas en el laboratorio de computación para cálculo de las derivadas de las funciones elementales, lo que permitirá:

- La facilidad de obtención de las derivadas de las funciones elementales, partiendo de la definición mediante el uso del asistente. Uso del cálculo de la derivada de una función implementada en el asistente.
- Relación de la función y su función derivada con sus propiedades, con el apoyo gráfico que permite el asistente.
- Introducción por vía inductiva de las reglas: suma, producto, cociente y derivada de la función compuesta, con el uso del asistente matemático.
- Verificación del resultado del cálculo de derivadas realizado en los cuadernos, a partir de lo obtenido con el asistente aplicando (siempre que esté implementada) la opción: paso a paso del asistente Derive.

Se proponen cuatro actividades de realización, las cuales tendrán como sustentos las siguientes ideas-anchas.

- cálculo de límite,
- representación gráfica de funciones, propiedades, relación de la monotonía de una función lineal con su pendiente, identificación del signo de una función en un intervalo.
- imagen mental que permite establecer suposiciones a partir del análisis de casos particulares, función derivada.



- reglas de derivación; derivadas de las funciones elementales.

Etapa 4: sistematización-control

Objetivo:sistematizar las diferentes acciones realizadas en el asistente matemático Derive, que permitan valorar el desarrollo de habilidades en su uso a partir de los conceptos y procedimientos estudiados del cálculo diferencial.

Realización: se propone que se interactúe con los ficheros creados por el asistente con los cuales se trabajó en las etapas dos (2) y tres (3) de la propuesta elaborada, los cuales constituyen apuntes teóricos y prácticos de ambas etapas, lo cual permitirá:

- Caracterizar las insuficiencias que posee el concepto recta tangente a una curva como concepto global.
- Cómo definir una familia de rectas secantes, a partir de la característica de tendencia de un punto hacia un punto fijo (tendencias laterales).
- Uso del comando Table, no solo que generador de una matriz para curvas paramétricas, sino también como una herramienta de cálculo.
- Explicar qué se entiende por recta tangente a una curva.
- Representar gráficamente funciones, y mostrar la relación gráfica con sus tangentes.
- Verificar dominio de derivadas de funciones elementales y reglas de derivación
- Corroborar el cálculo de derivadas, que intervienen en la solución de ejercicios y problemas.
- Mostrar (elaborar) ejemplos de funciones continuas y que no son derivables en un determinado punto.

Se propone que la revisión de los apuntes se realice en forma conjunta entre dos o más estudiantes, de modo que propicie el intercambio, el debate entre los mismos estudiantes. Es importante que el docente cumpla la función de moderador incidiendo en el desarrollo del pensamiento lógico, en la habilidad relacionar gráfica con propiedades, así como en el trabajo con el asistente.

En esta etapa pueden surgir nuevas interrogantes, y nuevas indicaciones por parte del docente que favorezca el trabajo colaborativo en el grupo. Finalmente debe darse una evaluación final a cada estudiante y del grupo en general, en función del desempeño en cada una de las etapas.

Se procedió al diseño del pre-experimento, para los dos grupos seleccionados al azar. El grupo I con 40 estudiantes constituyó el grupo de control, en el que se impartió la temática referida al Cálculo Diferencial sin mediar el Asistente Matemático Derive, y al grupo II, el experimental, con 25 estudiantes, se le aplicó la alternativa didáctica.

Se seleccionó la prueba no paramétrica para dos muestras independientes: Prueba de la Probabilidad Exacta de Fisher (Siegel, 1987). Para obtener los puntajes (aprobado (A), suspensos (S)) en cada grupo, se le aplicó un instrumento escrito de evaluación los cuales se representan mediante una tabla de contingencia de 2X2. La prueba determina si los grupos difieren en la proporción correspondiente a las clasificaciones.

La tabla 1 de contingencia muestra los datos obtenidos.

	A	S	Totales
Grupo I	25	15	40
Grupo II	23	2	25
Totales	48	17	65

**Tabla 1. Tabla de contingencia de resultados en la aplicación de la prueba de Fisher**

De los datos del instrumento aplicado, se tiene que la probabilidad  $p = 0,006460529 < \alpha = 0,01$ , por tanto se rechaza la hipótesis de nulidad  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ : la alternativa didáctica elaborada y puesta en práctica favorece el aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Laica Eloy Alfaro de "Manabí".

#### 4. Conclusiones

La alternativa didáctica elaborada se inserta en el conjunto de acciones que realiza el profesorado de la República de Ecuador, para incidir de forma favorable en el proceso de enseñanza aprendizaje en las universidades, donde las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), penetran cada vez más en el currículo de estudio de carreras universitarias.

La alternativa está mediatizada por el asistente matemático Derive la cual tiene como sustento teórico el aprendizaje significativo que se materializa a partir de la declaración explícita de las Ideas-anclas o Subsunsor, en las actividades concebidas para el aprendizaje del cálculo diferencial. La propuesta posee cuatro etapas, las cuales se materializan a partir de las actividades para su realización, guiadas por un objetivo y por la forma de realización. Las



actividades ofrecen una interacción directa con la formación conceptual, operatoria, procedimental y gráfica en el objeto de estudio, a partir de la implementación del software especializado.

La factibilidad de esta alternativa se obtuvo a partir de la aplicación de un pre-experimento que constó con cinco fases mediante la prueba no paramétrica para dos muestras independientes, la Prueba de la Probabilidad Exacta de Fisher, de una cola considerando inicialmente un nivel de significatividad de  $\alpha = 0,01$ , obteniendo los puntajes de las muestras a partir de la aplicación de un instrumento escrito.

## 5. Referencias bibliográficas

- Ausubel, 1968, Moreira y Masini, 1982. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México, Editorial Trillas. Traducción al español de Roberto Helier D., de la primera edición de Educationalpsychology: a cognitiveview.
- Cuevas, V. (2000). "¿Que es Software Educativo o software para la enseñanza?" Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México. Recuperado de <http://www.matedu.cinvestav.mx/ccuevas/SoftwareEducativo.htm>
- Díaz, F. y Hernández, G. (2002). Constructivismo y Aprendizaje significativo. Ed. McGraw-Hill. México, D.F. MX.
- Manual introducción al Derive (2000). Recuperado de [http://cipri.info/resources/TIC-Introducion\\_a\\_Derive.pdf](http://cipri.info/resources/TIC-Introducion_a_Derive.pdf)
- Moreira, A. A. (1998). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. Instituto de Física, UFRGS, Caixa postal 15051, Campus 91501-970 Porto Alegre, RS, Brasil. Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~Moreira/apsigsubesp.pdf>
- Ortega, P. (2001). Proyecto de Innovación Docente Curso 2000/2001. Departamento de Análisis Económico: Economía Cuantitativa Facultad de CC. Económicas y Empresariales Universidad Autónoma de Madrid, España.
- Ortega, P. (2002). La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico (Tesis de doctorado), Madrid, España. Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t25694.pdf>
- Quesada, V. (2005). Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Universidad Nacional Escuela de Matemática Centro de Investigación y Docencia en Educación. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 7 (2). Costa Rica. Recuperado de [www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7\\_n2\\_2006/IMPACTO/Im](http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/Im)
- Siegel, S. (1987) *Diseño experimental no paramétrico*. Ediciones Revolucionarias.
- Falsetti, M., Favieri, A., Scorzo, R. y Williner, B. (2013). Actividades de Cálculo Diferencial con computadora: Estudio de habilidades matemáticas desarrolladas. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*. 13 (2).
- García, L.; Moreno, M. y Azcárate, C. (2006, septiembre). EBP como metodología activa para la enseñanza del Cálculo Diferencial. Artículo presentado en XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional. España.
- Llerena, T. J. (2012). Aplicación del software educativo (MATLAB y DESCARTES) y su incidencia en el interaprendizaje de las cónicas en Geometría Analítica con los estudiantes del tercer año de bachillerato del Instituto Tecnológico Superior Francisco de Orellana de la parroquia Puyo cantón y provincia de Pastaza (Tesis de Maestría), Universidad Técnica de Ambato, Ecuador.
- López, R. C. (2008). Nuevas tecnologías en la enseñanza aprendizaje del cálculo: una aproximación al estado de la cuestión (Trabajo de investigación tutelada), Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.
- Martínez, H. D. (2014). La aplicación del aprendizaje basado en problemas (ABP) como estrategia para potenciar el aprendizaje académico en el módulo de algebra con los estudiantes de primer semestre de la facultad de ingeniería en sistemas electrónica e industrial de la Universidad Técnica de Ambato. (Tesis de Maestría), Universidad Técnica de Ambato, Ecuador.
- Morales, J. F. y Peña, L. M. (2013, septiembre). Propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo en ingeniería, basada en la modelación matemática. Artículo presentado en VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Montevideo, Uruguay.

**Fecha de recepción:** 17 de abril de 2017

**Fecha de aceptación:** 15 de mayo de 2017