

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS

José de la Luz y Caballero

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCIÓN PREUNIVERSITARIA**

**MATERIAL DOCENTE EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Actividades para favorecer el aprendizaje de las
aplicaciones trigonométricas**

Autor: Lic. Héctor Serrano González

Gibara

2012

UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS

José de la Luz y Caballero

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCIÓN PREUNIVERSITARIA**

**MATERIAL DOCENTE EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**Tema: Actividades para favorecer el aprendizaje de las
aplicaciones trigonométricas**

Autor: Lic. Héctor Serrano González

Tutor: MsC. Rafael Agustín Rodríguez Pupo (Asistente)

MsC. Ivón Almenares Domínguez (Auxiliar)

Gibara

2012

Pensamiento

...“Hay que continuar superándose también científicamente, Hay que aspirar a que nuestros maestros y profesores estén preparados para realizar investigaciones pedagógicas, preparados para experimentar, para plantearse la solución de los problemas de la escuela por la vía de la ciencia pedagógica.”

Fidel Castro Ruz (7 de julio de 1981)

Tomado del IX seminario Nacional para educadores (I Parte)

Agradecimientos

Muchas son las personas que desinteresadamente han contribuido a mi formación, que me han cedido su atención y tiempo y necesitaría muchas páginas para nombrarlos a todos; sin embargo mi deuda de gratitud será eterna, llegue a todos mi reconocimiento.

En especial quiero agradecer a:

- 1 Mi madre y mi padre que sienten tanto orgullo de mí, que han sido la luz que han iluminado siempre mi camino y que sin su ayuda no fuera posible este logro.
- 2 Mis hijos, esposa y familiares que es la fuerza que me inspira a seguir siempre adelante.
- 3 Al profesor y Máster Rafael Agustín Rodríguez Pupo tutor de este material docente, por su asesoría y orientación científica que han sido de vital importancia y de incuestionable valor, por el estímulo constante que me brindó en todos los momentos para continuar y finalmente concluir la labor iniciada.
- 4 Ivón Almenares por su ayuda incondicional, desinteresada y la fuerza emocional para superarme y saber que la vida es bella.
- 5 A todos los compañeros de trabajo que elevaron mi autoestima y mi preparación profesional para atreverme a dar este paso.

Muy especialmente agradezco a la Revolución que permitió que pudiera desarrollarme, investigar y soñar con superarme y llegar a metas superiores.

A todos los que he nombrado o no, mil **GRACIAS**

Dedicatoria

Con inmensa ternura y cariño va dirigida a:

Mi familia y amistades que han tenido que ver con el desarrollo de esta investigación.

Síntesis

La presente investigación parte de la determinación a través de un estudio diagnóstico, de las insuficiencias que presentan los estudiantes de oncenso grado del nivel medio superior del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez del municipio Gibara, en la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos, lo cual limita su formación básica integral.

Como vía de solución al problema detectado se proponen actividades para favorecer la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en el oncenso grado.

Este resultado se sustenta teóricamente en los fundamentos teóricos y metodológicos de los procedimientos heurísticos, el enfoque histórico – cultural; así como en los fundamentos teóricos relativos al diseño de actividades docentes. La efectividad de las actividades se evaluó a través de diferentes métodos de investigación, los que demostraron que con la aplicación de las actividades, se favorece la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos de los contenidos en los estudiantes de oncenso grado, a un 95% de confianza, logrando con ello dar solución al problema detectado, siendo posible su implementación en la práctica pedagógica.

Este resultado puede generalizarse al resto de los grupos de la escuela y de los preuniversitarios con flexibilidad y adaptabilidad al contexto donde transcurra el proceso de enseñanza – aprendizaje.

ÍNDICE

Contenidos	Pág
INTRODUCCION	1
EPÍGRAFE I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN LAS APLICACIONES TRIGONOMETRICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA	13
I.1 La resolución de problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas	13
I.1.2 Clasificación de los problemas matemáticos y fases que se presentan en el proceso de solución	24
I.1.3 Algunas consideraciones sobre trabajo en el problema con énfasis en la comprensión	34
I.2 La trigonometría y sus aplicaciones a la resolución de problemas en los estudiantes de onceno grado	36
I.3 Características psicológicas del estudiante de preuniversitario	39
EPIGRAFE II MATERIAL DOCENTE CONTENTIVO DE ACTIVIDADES PARA FAVORECER LA RESOLUCION DE PROBLEMAS A PARTIR DE LA TRIGONOMETRIA	44
II.1 Introducción	44
II.2 Desarrollo	45
II.2.1 Propuesta de actividades	51
II.2.2 Orientaciones metodológicas a los docentes para la aplicación de la propuesta	59
II.3 Conclusiones del material docente	61
II.4 Bibliografía del material docente	62
EPÍGRAFE III ANÁLISIS DE LA PERTINENCIA DE LA PROPUESTA DE ACTIVIDADES EN LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA	64
III.1 Estudio diagnóstico de la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes de onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez	64
III.2 Resultados en la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes de onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez después de aplicada la propuesta	69
CONCLUSIONES	72
RECOMENDACIONES	73
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

La sociedad cubana está inmersa en la batalla de ideas y en los últimos años la política educacional ha estado orientada a formar ciudadanos con una cultura general integral y con un pensamiento humanista, científico y creador, que les permita adaptarse a los cambios de contexto y resolver problemas de interés social con una ética y una actividad crítica responsable, a tono con las necesidades de una sociedad que lucha por desarrollarse y mantener sus ideales y principios en medio de enormes dificultades y desafíos.

José de la Luz y Caballero forma parte de la brillante Pléyada de nuestros padres fundadores de la educación, como José Agustín Caballero, Félix Valera, y en la figura cimera de José Martí. No fueron eruditos repetidores de un saber enciclopédico, fueron, ante todo, expresión del ejercicio del pensar desde las raíces y problemas muy nuestros en la que se inserta lo universal.

Como consecuencia de la extensión y masividad de la educación en Cuba, luego del triunfo de la Revolución, surge la problemática de dar respuesta a la necesidad creciente de profesores para el nivel medio de enseñanza, es por ello que en 1964 se fundan los Institutos Pedagógicos, que nacieron como Facultades de las Universidades de La Habana, Las Villas y Oriente. Dichas facultades formaban profesores para ejercer su docencia en las Secundarias Básicas y en los Institutos Preuniversitarios del país). Los planes de estudio de ambas secciones garantizaban la preparación básica para que el egresado desarrollara el proceso docente-educativo, acorde con las exigencias del momento, en su nivel de enseñanza. (MINED, 1993).

Surge más tarde el déficit de profesores en el país y con ello la necesidad de buscar alternativas urgentes para solucionar el problema y es cuando los Preuniversitarios comienzan un proceso de transformaciones.

El desarrollo vertiginoso de la ciencia y la técnica impone metas cada vez más elevadas a los centros encargados con la formación de estudiantes, no es concebible que un docente no posea un alto grado de independencia cognoscitiva y no esté preparado para resolver los problemas inherentes a la sociedad y a la

vida. Al respecto, el renombrado psicólogo norteamericano Carl Rogers en su obra *Libertad y Creatividad en la Educación* postula; "...sólo son educadas las personas que han aprendido cómo aprender, que han aprendido a cambiar, que advirtieron que ningún conocimiento es estático y que sólo el proceso de buscar el conocimiento da una base para la seguridad." (Rogers, 1982).

La posición rogeriana deja bien claro el papel de la educación, ya que no basta con dotar de conocimientos a los estudiantes, sino que hay que prepararlos para que puedan aprender por sí solos. No es suficiente que el hombre domine los fundamentos de la ciencia, de la técnica, de la ideología, de la cultura etc.; sino que, en estrecha relación con los hechos, conocimientos y experiencias, es necesario que asimile técnicas de aprendizaje y de trabajo intelectual, junto a la formación de capacidades y habilidades.

Los resultados de investigaciones y la práctica sistemática han demostrado que, a pesar de los progresos introducidos al modelo y los constantes ajustes a que ha sido sometido, no ha respondido a las exigencias actuales de la educación y mucho menos del proceso enseñanza aprendizaje que en nuestro país no ha estado de espaldas a las corrientes que han ido predominando en el mundo acerca de la enseñanza de la Matemática, y el modelo de enseñanza-aprendizaje por transmisión recepción ha recibido innumerables mejoras y transformaciones a lo largo de los años. Un papel fundamental en estas transformaciones lo han jugado la "Teoría de la formación por etapas de las acciones mentales", de los autores soviéticos P. A. Galperin(1986) y N. Talízina(1986), los trabajos que se han realizado acerca de la "Enseñanza de la Matemática por problemas" (Problem Solving), con una gran influencia de las investigaciones del suizo Jean Piaget, el húngaro George Polya y el norteamericano A. Schoenfeld y los resultados de la Escuela Alemana de Matemática (antigua República Democrática Alemana), encabezada por Werner Jungk.

La Didáctica de la Matemática centra su actividad en la resolución de los problemas matemáticos, los que por su naturaleza y el papel que juegan en el crecimiento del intelecto del estudiante, no se deben concebir desligados del desarrollo de la ciencia y la sociedad.

Existen dos criterios filosóficos fundamentales respecto a la cognoscibilidad del mundo y los diferentes fenómenos y procesos que en él se desarrollan. Desde el punto de vista de los agnósticos, en el mundo, o bien no todo es cognoscible o, al menos, no se sabe, qué se puede conocer o cuándo. Desde el punto de vista dialéctico, el mundo es cognoscible, es por ello que se afirma que todo problema matemático tiene solución a pesar de que en determinado momento histórico pueden no estar dadas las condiciones necesarias para encontrar su solución.

El proceso de enseñanza – aprendizaje ha sido históricamente caracterizado de formas diferentes, que van desde su identificación como proceso de enseñanza, con marcado acento en el papel central del docente como trasmisor de conocimientos, hasta las concepciones más actuales en los que se recibe el proceso de enseñanza – aprendizaje como un todo integrado, en el cual se pone de relieve el papel protagónico del estudiante.

Desde el punto de vista pedagógico se aspira a desarrollar en los estudiantes una actitud de aceptación hacia las matemáticas, al lograr una mayor motivación por la misma a través del planteo de situaciones problemáticas, tanto de carácter intramatemático como extramatemático.

Los psicólogos han podido observar que en el proceso de creación juega un papel importante el pensamiento, sobre todo el pensamiento divergente, o sea, un pensamiento flexible que tiende a explorar todas las diferentes formas de considerar algo, en lugar de aceptar la más prometedora y actuar de acuerdo con ella. En la resolución de un ejercicio se puede trabajar de forma directa o lineal, usando las definiciones, conceptos y sistema de conocimiento en general, mediante un cuidadoso análisis que conduzca al éxito; pero el ejercicio puede parecer sumamente difícil y revelarse la solución de repente, una solución sorprendente y simple, mediante un razonamiento poco común, en este caso ha intervenido el pensamiento divergente, que no solo sirve para resolver problemas, sino que también tiene que ver con nuevos enfoques e ideas novedosas.

La Matemática como ciencia que ha estado estrechamente ligada al proceso de desarrollo social ha ocupado en todos los tiempos la atención del hombre por enseñarla y aprenderla. Sin embargo los resultados en el sentido de su aprendizaje

han sido siempre generalmente bajos. Montero (1989), citado por Cruz M (2002) plantea que: “las matemáticas en escuelas, colegios y universidades, en todos los países del mundo, son una calamidad para todos los estudiantes”. Las investigaciones del proyecto español de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática (IBERCIMA), ha demostrado recientemente que esta afirmación no está lejos de la realidad. En este sentido han señalado: “un análisis elemental sobre la situación general de la enseñanza de la Matemática y las ciencias demuestra que esta es deficiente en la mayoría de los países del área...” (Del Río et al., 1992), citado por Cruz (2002). En diferentes estudios realizados por los investigadores en cuanto a las causas del bajo rendimiento de los estudiantes en las matemáticas han encontrado tres variables fundamentales: las personales, las contextuales y las instrumentales (Arrieta 1989), dentro de esta última se destacan fundamentalmente la comprensión lectora, las habilidades de cálculo y la resolución de problemas.

En este caso se considera la resolución de problema como una vía dirigida a comprender mejor la asignatura, sin embargo existe otro criterio, el que admite que, la comprensión de esta ciencia consiste en poder llegar a resolver mejor los problemas matemáticos, se considera además por muchos autores (Polya, 1945; Guzmán, 1993; Labarrere, 1989 y 1996; Campistrous y Rizo, 1996; González, 1997) que llegar a formular un nuevo problema no es solo una etapa cualitativamente superior de la resolución de problema, sino también una vía eficiente para lograr un aprendizaje significativo en el estudiante. Se reconoce por muchos autores que los problemas matemáticos contribuyen a formar en el estudiante un sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos; a desarrollar su pensamiento científico y teórico, dotándolos de métodos específicos para la actividad mental. También se debe tener en cuenta su contribución al desarrollo del pensamiento lógico; inclusive, a través de los datos se pueden crear convicciones políticas y revolucionarias (Ballester, 1992). Por ello el docente debe prepararse en esta importante parte de la Matemática para lograr así un mejor desempeño y lograr potenciar la zona de desarrollo próximo de cada estudiante.

Los trabajos de Schoenfeld(1985) dieron un gran aporte a la resolución de problemas, lo que ha permitido definir tres líneas o enfoques fundamentales a escala mundial y considero deben ser del conocimiento de los docentes. En el primer caso se trata de la enseñanza–aprendizaje de la Matemática para resolver problemas, en el segundo se trata la enseñanza–aprendizaje a través de la resolución de problemas, y en el tercero se toma la resolución de problemas como vía para el proceso.

En nuestro país, se celebran periódicamente diferentes eventos científicos nacionales e internacionales, en los que se analizan las principales problemáticas de la Educación Matemática; entre estos eventos figuran: los talleres “Dulce María Escalona in memoriam”, Compumat, etcétera.

Una de estas problemáticas es la relacionada con la resolución de problemas, la que ha sido tenida en cuenta por la Matemática Educativa cubana en las nuevas transformaciones de su enfoque metodológico, así dentro de los cuatro objetivos generales de la asignatura se plantea “formular y resolver con los recursos de la matemática elemental, problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social del país y del mundo, así como con fenómenos y procesos científico ambientales que conduzcan a actitudes revolucionarias y responsables ante la vida”. Esto ha hecho que en los programas de estudios de la enseñanza general se propone la presentación y tratamiento de los contenidos a partir de problemas prácticos de carácter político – ideológico, económico – laboral y científico ambiental, y no solo desde la propia lógica de la asignatura; lo que constituye un verdadero reto para los educadores cubanos quienes han recibido el apoyo del MINED (Ministerio de Educación) y la SCMC (Sociedad cubana de Matemática y Computación) considerándose la Matemática como asignatura priorizada y se ha logrado una sólida integración entre los ISP (Institutos Superiores Pedagógicos) con el reto de las enseñanzas del sistema y con las actuales transformaciones que se desarrollan en Preuniversitario, donde el docente de la asignatura Matemática manifiestan no estar lo suficientemente preparados para enfrentar lo relacionado con el tratamiento a problemas.

Las clases de consolidación relacionadas con la resolución de problemas prácticos con frecuencia se ve afectado ya que en lo general, los estudiantes no poseen una actitud adecuada hacia los problemas matemáticos, o sea no se motivan y/o no poseen las habilidades necesarias para enfrentar esta tarea docente, de esta forma podría crearse en la clase, dos problemas para el estudiante, uno, resolver el problema matemático y el otro apropiarse del nuevo conocimiento para poderlo aplicar. Se ha podido comprobar que en los programas de estudio, los problemas contextualizados aparecen después de ser tratada la unidad temática o epígrafe sobre un determinado contenido matemático, o sea se poseen por parte de los estudiantes, los conocimientos y conceptos que como muchos autores han señalados se necesitan para enfrentar la actividad de resolver problemas matemáticos Jungk (1982), Zillmer (1981), Campistrous (1984), Labarrere(1987), Ballester (1992), Cruz (1997) y Sigarreta (1997); sin embargo es muy frecuente que en la mayoría de los casos, los estudiantes no encuentran una solución adecuada y se apresuran en dar respuestas sin hacer un análisis consciente de la situación planteada, en muchos casos las respuestas que brindan no tienen que ver con la interrogante que se le plantea y esto se puede observar tanto en las clases como en los operativos de la calidad aplicados.

En la revisión de las diferentes bibliografías relacionadas con el tema de la resolución de problemas matemáticos, se ha podido comprobar que la metodología aplicada para la enseñanza está científicamente respaldada por un amplio e interesante conjunto de investigaciones tanto desde el punto de vista matemático como psicológico y pedagógico, uno de estos trabajos es el desarrollado por el matemático y pedagogo húngaro – norteamericano G. Polya que en 1945 publica su obra “How to Solve It” en la que destaca cuatro fases fundamentales durante el proceso de resolución de un problema, lo que es muy significativo y constituye un verdadero avance con relación a los trabajos que sobre este tema habían desarrollado otros eminentes matemáticos como Pappus (≈s.III a.n.e.), que describe los métodos para la resolución de varios problemas geométricos y se refiere a formas progresivas y regresivas de razonar, R. Descartes (1646), describe reglas a seguir para llegar a resolver los problemas matemáticos, H. Poincaré

(1903), destaca cuatro fases respecto al acto creativo de resolver problemas y J. Hadamar (1945), que profundiza el punto de vista de Poincaré y propone un esquema algo más exhaustivo para aplicar al proceso de creación Matemática. Es muy significativa la cantidad de publicaciones que se realizan anualmente relacionada con este tema por parte de prestigiosos autores como Kilpatrick (1990), D'Amore, et al. (1997), Wyndhamn & Säljö (1997), Yoshida et al. (1997), Roth (1997), Reusser et al. (1996) y Sherrill (1983) entre otros. Nuestra pedagogía se ha enriquecido además por los trabajos desarrollados por investigadores cubanos que gozan de un merecido prestigio, además se han creado grupos de trabajos que se dedican específicamente al tratamiento de los problemas matemáticos, por ejemplo, el trabajo que dirigió el Dr. J. Palacio (2000) quien desarrolló un interesante proyecto con un merecido reconocimiento en eventos nacionales e internacionales. A pesar de que la pedagogía cubana cuenta con todo este arsenal de experiencia, los resultados en este sentido continúan siendo bajos.

Metas superiores se desean alcanzar con las nuevas transformaciones, pero se requiere que el docente tenga cada vez más conocimientos acerca de la resolución de problemas, para incidir positivamente en la formación y de los estudiantes en este tema.

El desarrollo de habilidades docentes adquiere gran significación para llevar a vías de hecho esta revolución educacional en los Preuniversitarios, producto al papel que estas tienen en el logro de un mayor nivel de concientización por parte de los estudiantes en el proceso de asimilación de conocimientos dado su carácter regulado. Con una correcta atención a clases y una activa participación en las mismas, así como un estudio individual bien orientado y realizado, el estudiante puede obtener un buen aprendizaje en la resolución de problemas, adjunto a ello la preparación eficiente del docente.

A lo largo de todo este tiempo hemos trabajado por transmitir conocimientos, no resolviendo los problemas de aprendizaje, para lograr esto se debe realizar un diagnóstico inicial efectivo para obtener un trabajo diferenciado logrando que los estudiantes además de tener una posición activa y transformadora, tengan una disposición positiva hacia el aprendizaje, por ello se hace necesario dotar al

docente de una metodología en la Matemática, fundamentalmente en la resolución de problemas que le sirva para afrontar las transformaciones que se llevan a cabo en los Preuniversitarios con el objetivo de lograr un aprendizaje óptimo y que los estudiantes aprendan más como se quiere con el modelo, utilizando para ello como soporte los avances de la ciencia y la técnica.

El docente debe, a partir del diagnóstico inicial, utilizar la clase como escenario fundamental para erradicar paulatinamente las dificultades, propiciar la búsqueda de soluciones a problemas y ejercicios con diferentes niveles de desempeño de forma diferenciada para lograr un conocimiento efectivo y como consecuencia la necesidad de estudiar conscientemente.

Sin lugar a dudas existe una producción de investigaciones enormes, tanto en volumen como en variedad acerca del aprendizaje de las matemáticas (Freudenthal, H.1992), sin embargo, su puesta en práctica no ha sido totalmente eficaz y menos la preparación del docente para impartir esta asignatura para la cual se necesita una profunda preparación tanto en el contenido como en su metodología relacionado con la resolución de problemas.

El docente tiene la difícil tarea de prepararse, lo que adquiere este proceso gran relevancia en la formación del docente el cual adquiere una cultura mayor. Se asume como centro del proceso al estudiante, pero todo cambio en la Educación matemática surgido ahora con las transformaciones en las Secundarias Básicas debe tener implicaciones en la formación del docente.

Existen aún, después de dar los primeros pasos dentro de este nuevo modelo, poca solidez de los conocimientos y reducidas posibilidades de su utilización por el estudiante representando un problema de gran actualidad científica, que son causa además de muchas insuficiencias de la labor de las escuelas contemporáneas.

Generalmente en las clases de matemáticas actuales predomina el aprendizaje reproductivo (del 1er nivel de desempeño). Los estudiantes cuando se enfrentan a un objetivo, un hecho o un fenómeno, intentan memorizar, sin interesarse en conocer qué es, por qué ocurre, cómo es o para qué es. En tales condiciones de aprendizaje al estudiante no le resulta difícil interpretar, integrar y aplicar

conocimientos, tales exigencias precisan de un aprendizaje diferente, para que el docente no comience de cero, sino continúe trabajando a partir del conocimiento precedido acerca de la resolución de problemas teniendo un determinado resultado de antemano, de modo que el docente solamente deba constatar a través de un diagnóstico inicial bien elaborado la situación de cada estudiante, del conocimiento que tiene el estudiante sobre resolución de problemas es más objetivo.

Se debe trabajar para potenciar el desarrollo de la imaginación reproductora a través de problemas que obliguen al estudiante a representarse el objeto (figura de análisis, gráfico, esquema, otros) sin haberlo percibido, solamente a partir de la descripción, o sea que logre una construcción evidente según una descripción verbal o escrita de la situación problémica; en esto se basa el desarrollo del nivel de abstracción que propicia el estudio de las matemáticas. A González (1988) plantea: “La extraordinaria capacidad del hombre para evocar imágenes a partir de los textos es la que más deberíamos desarrollar en todos nosotros. Pocas cosas como la lectura exigen de la persona el desarrollo de la imaginación...”. De esto se interpreta la importancia que tiene la resolución de problemas.

Es de vital importancia el estudio constante del docente para afrontar cada clase de matemática y tener un conocimiento profundo de cada estudiante de forma integral para poder dar un correcto seguimiento al diagnóstico y erradicar así las dificultades de manera diferenciada, potenciando la zona de desarrollo próximo, logrando solidez en los conocimientos y un mayor aprendizaje. Por ello la escuela en general debe ocuparse con mayor fuerza y efectividad a estimular el desarrollo intelectual del alumno conjuntamente con la formación de valores, asegurando un adecuado balance y vínculo instrucción –desarrollo- educación de manera jerárquica en la concepción didáctica del proceso enseñanza – aprendizaje haciendo énfasis en los problemas.

Las dificultades en la resolución de problemas matemáticos se manifiestan desde los primeros grados , donde se observa una fuerte tendencia a las operaciones de cálculo sin antes hacer un análisis del problema y una de búsqueda de nuevos juicios, dependencias y relaciones matemáticas, lo que afecta la etapa de trabajo en el problema, que a pesar de que la metodología trazada para dirigir el proceso

para resolver los problemas cuenta con los recursos heurísticos necesarios, las dificultades persisten.

Se definen como insuficiencias:

- 1 El contenido referido a la trigonometría en onceno grado se encuentra en el libro de texto de décimo y al no existir los suficientes en el centro en la mayoría de los casos se carece de ellos para impartir la docencia.
- 2 No se ha encontrado en la bibliografía consultada, un material dirigido específicamente a mejorar esta problemática, o sea, actividades dirigidas a favorecer el proceso de búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos.

Tanto por la experiencia personal como por las comprobaciones realizadas a diferentes niveles y apareciendo en el banco de problemas encontramos como **problema conceptual metodológico** el siguiente: Insuficiencias en la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes de Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez del municipio Gibara. Teniendo en cuenta este problema se propone el siguiente **Tema: Actividades para favorecer el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas.**

Objetivo: Diseño de actividades para favorecer la búsqueda de relaciones en la solución de problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes del Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez del municipio Gibara.

Para dar cumplimiento a este objetivo y favorecer la solución del problema planteado se formularon las siguientes **tareas:**

1. Análisis de los fundamentos teóricos sobre el proceso de resolución de problemas Matemáticos, así como los trabajos de investigación precedentes para determinar las premisas teóricas que sustentan la objetividad del problema.
2. Diagnóstico del estado actual de la búsqueda de relaciones para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.

3. Elaboración de una propuesta de actividades que favorezcan la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos en los estudiantes del Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.

4. Valoración la efectividad de la propuesta de actividades para favorecer la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos, en los estudiantes del Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez para constatar su efectividad en la práctica pedagógica.

A partir del enfoque dialéctico materialista en la investigación se aplicaron los siguientes métodos:

Métodos teóricos:

Histórico-lógico: para el estudio del desarrollo que ha tenido el problema de investigación y las necesidades que han provocado las distintas transformaciones a través de las distintas épocas.

Análisis-síntesis: Para analizar las bibliografías, los trabajos previos y documentos sobre la resolución de problemas y llegar a conclusiones de los contenidos que se abordan en los mismos.

Inducción-deducción: para determinar las dificultades que se manifiestan en el proceso de comprensión de los problemas matemáticos.

La modelación: para determinar a partir del marco teórico, el modelo que sustenta esta investigación y elaborar la propuesta de actividades.

Métodos empíricos:

Análisis documental: Para recopilar información acerca de la preparación inicial de los estudiantes en la resolución de problemas y para conocer trabajos anteriores, resoluciones, documentos normativos y registros de entrenamientos que tengan relación con el tema.

La entrevista: Se aplicó a profesores para conocer su valoración en relación con el problema a investigar.

La observación: Para observar el estado inicial del problema de Investigación y evolución durante el entrenamiento, así como los resultados posteriores a la práctica.

Encuesta: Para conocer la opinión y grado de preparación de docente y estudiantes en relación al problema y en una segunda etapa para verificar los cambios que se habían operado después de aplicar la propuesta de actividades.

Pruebas pedagógicas: para conocer el estado inicial y final de los estudiantes en el tema.

Métodos estadísticos:

Se utiliza en función de los datos que lo requieren. Se empleó el cálculo porcentual para la valoración de los resultados preliminares de la práctica.

Estadística descriptiva (gráficos de barras).

El **Aporte práctico** está dado por el conjunto de actividades docentes que organizadas e insertadas en el proceso de enseñanza aprendizaje están dirigidas a la búsqueda de relaciones como un elemento importante para, favorecer el trabajo en el problema dentro de la resolución de los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes del Onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.

La **Novedad** está dada por la manera en que se propone dar solución al problema a partir de la fase de trabajo en el problema, de los problemas matemáticos, proponiendo actividades para facilitar este proceso, con características nuevas y diferentes a los que se plantean en el programa de Matemática, que estimulan la búsqueda de relaciones.

Los resultados de este estudio se han presentado en eventos científicos entre las que se destacan los siguientes: Evento de medios de enseñanzas Gibara 2007, evento municipal: Mi primera experiencia pedagógica Gibara 2007.

EPIGRAFE I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS QUE SUSTENTAN LAS APLICACIONES TRIGONOMETRICAS EM LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA

La ciencia y la enseñanza, poseen la interesante propiedad de que se complementan mutuamente. La ciencia tomando sus riquezas de la creación ordinaria y de la observación cotidiana; con ayuda del experimento y el razonamiento crea un sistema de conceptos y relaciones entre ellas que conforman el cuadro científico del mundo. La tarea de la enseñanza es precisamente realizar el proceso inverso, o sea, basada en el cuadro científico del mundo formar la creación ordinaria y la base para la observación cotidiana, la experimentación y la actividad social, que se sustentan en los conocimientos conquistados por la ciencia. Esta estrecha relación ciencia – enseñanza ha provocado nuevas concepciones en la didáctica de las diferentes materias que son consideradas como la base del desarrollo científico docente entre las que sin duda se encuentra la Didáctica de la Matemática.

La Didáctica de la Matemática centra su actividad en la resolución de los problemas matemáticos, los que por su naturaleza y el papel que juegan en el crecimiento del intelecto del estudiante, no se deben concebir desligados del desarrollo de la ciencia y la sociedad por ello resulta importante que el docente esté dotado del conocimiento necesario.

Como punto de partida, esta investigación se sustenta desde el punto de vista psicológico en la escuela Histórico Cultural de Vigotsky la cual considera al aprendizaje como un proceso que va de lo interno a lo externo.

I.1 La resolución de problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas

La prioridad que se le da a la resolución de los problemas está en correspondencia con las funciones que estos realizan en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y que se encuentran en estrecha relación con los campos de objetivos de esta disciplina, estas funciones son: la instructiva, educativa, desarrolladora, y

de control; la primera dirigida a formar un sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos en correspondencia con la etapa de desarrollo del estudiante, a través de los problemas deben ser fijados conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos. La segunda función se orienta hacia la formación de una concepción científica del mundo, a través de los problemas se asimilan nuevos conocimientos sobre las relaciones entre los objetos, procesos y fenómenos, además de los valores éticos y políticos que constituyen la base de las relaciones humanas en nuestra sociedad.

Relacionado con esta función de la resolución de problemas se han desarrollado interesantes trabajos entre los que cabe destacar los realizados por Jungk (1979), Zillmer (1981), Campistrous (1984), Labarrere (1987) y Ballester (1992).

Teniendo en cuenta la demanda de nuestra sociedad, el sistema educacional cubano elabora la Resolución ministerial 90/98 del MINED para el trabajo en la formación de valores y de responsabilidad ciudadana, derivándose de esto el desarrollo de interesantes tesis de maestrías y doctorales como la del Doctor José Sigarrreta (2001), en la que se fundamenta la incidencia de la resolución de problemas matemáticos en la formación de valores.

La tercera está en estrecha relación con la segunda pero se encamina fundamentalmente a fomentar el desarrollo del pensamiento (Científico y teórico) y a dotar al estudiante de métodos efectivos de la actividad intelectual, esta es la función rectora, en este caso, se busca que los ejercicios orientados contribuyan a la formación en el estudiante de habilidades para utilizar los métodos del conocimiento científico y las operaciones del pensamiento como, la comparación, la observación, el análisis y la síntesis, la abstracción, la generalización, etc. La función de control se orienta a determinar el nivel de cumplimiento de las tres funciones anteriores, la capacidad para el trabajo independiente, y el grado de desarrollo del pensamiento lógico; es decir, a comprobar en qué medida se cumplen los objetivos de la asignatura en el tratamiento de problemas.

Existen resultados en varias direcciones que demuestran la importancia de la solución de problemas matemáticos, entre ellos cabe mencionar los trabajos de Polya (1971), Labarrere (1988), Rodríguez (1991), Schoenfeld (1991), Campistrous

y Rizo (1996), etc. También nuestra provincia, se destacan los trabajos realizados por el grupo de investigación ENPROM del ISPH que dirigió el Doctor J. Palacios Peña, que hizo notables contribuciones a esta temática; de estos trabajos mencionaremos la investigación titulada “El desarrollo del pensamiento a través de la búsqueda de relaciones”, ya que sus ideas serán utilizadas para elaborar elementos que servirán de soporte a este trabajo.

En las investigaciones realizadas se pone de manifiesto que, la actividad de resolución de problemas matemáticos es uno de los problemas primordiales que enfrenta la Didáctica de la Matemática en la actualidad, con lo cual concordamos, para ello cuenta con todo un sistema de fundamentación dado por otras ciencias.

Existen dos criterios filosóficos fundamentales respecto a la cognoscibilidad del mundo y los diferentes fenómenos y procesos que en él se desarrollan. Desde el punto de vista de los agnósticos, en el mundo, o bien no todo es cognoscible o, al menos, no se sabe, qué se puede conocer o cuándo. Desde el punto de vista dialéctico, el mundo es cognoscible, es por ello que se afirma que todo problema matemático tiene solución a pesar de que en determinado momento histórico pueden no estar dadas las condiciones necesarias para encontrar su solución.

Teniendo en cuenta la importancia que tiene la resolución de problemas para el desarrollo psicológico y cognoscitivo del estudiante y en consecuencia con la caracterización de problema matemático que veremos más adelante, se puede señalar que los problemas deben tener un carácter desarrollador, o sea, no deben orientarse al nivel de desarrollo actual del alumno sino a un estadio superior, el resolutor debe partir de lo conocido (lo dado) hacia lo desconocido (lo buscado); en esto se manifiesta la teoría de Vigotsky sobre la “Zona de desarrollo Próximo” (ZDP), que expresa la relación interna entre enseñanza y desarrollo, cada problema resuelto pasa a formar parte del conocimiento del estudiante, lo que servirá para resolver nuevos problemas dirigidos a un nivel superior de desarrollo psíquico y cognitivo; de esta forma la actividad planificada de resolver problemas matemáticos conduce al desarrollo de procesos mentales y estos a su vez facilitan la resolución de dicha tarea docente, desde este punto de vista la posición psicológica que se asume es el enfoque histórico-cultural, aunque en el proceso de resolución de un

problema se manifiesta también el principio de desequilibrio y reacomodo expresado por la teoría de Piaget.

Desde el punto de vista pedagógico se aspira a desarrollar en los estudiantes una actitud de aceptación hacia las matemáticas, al lograr una mayor motivación por la misma a través del planteo de situaciones problemáticas, tanto de carácter intramatemático como de la vida que le muestre una utilidad inmediata de lo que está aprendiendo en la escuela, para el logro de tal objetivo el docente debe contar con una caracterización lo más precisa posible de lo que es un problema matemático.

“Resolver problemas es una actividad humana fundamental. De hecho nuestro pensamiento consciente trabaja la mayor parte sobre problemas. Cuando no dejamos la mente a su libre albedrío, cuando no la dejamos soñar, nuestro pensamiento tiene un fin, buscamos medios, buscamos resolver un problema” (Polya 1945).

El autor considera que el primer deber de un docente es usar esta gran oportunidad de hacer todo lo posible por desarrollar en sus estudiantes la habilidad para resolver problemas, pues al tener un número reducido de estudiantes y conocer sus características psicopedagógicas le es más factible este trabajo, lo cual servirá de punto de partida para otras asignaturas.

A fines de la década del setenta que encuentran eco cuando nace un movimiento pronunciado por un nuevo tipo de enseñanza de las Matemáticas, dando especial atención a la resolución de problemas con el objetivo de lograr una formación matemática más sólida y duradera en los estudiantes.

Polya inicialmente se refiere, con la frase antes mencionada, a la palabra problema en su sentido más amplio, para expresar aquello en lo que se expone una situación de la cual se busca un resultado a partir de ciertos datos, pero posteriormente se refiere al significado más preciso que tiene esta palabra para los que se dedican a la enseñanza de las Matemáticas.

Los problemas deben dar a los estudiantes la oportunidad de explorar relaciones conocidas y utilizarlas para descubrir o asimilar nuevos conocimientos los cuales a

su vez servirán para resolver nuevos problemas. Esta es, esencialmente, la naturaleza de la actividad matemática.

Es necesario que los estudiantes aprendan a plantearse y resolver problemas en situaciones que tengan sentido para ellos, y les permitan generar y comunicar conjeturas. Deben conocer y comprender los procedimientos que sirven para resolver problemas, factores que les faciliten la motivación hacia la resolución de los mismos.

En su más amplia acepción problema significa que se expone una situación de la cual se busca un resultado, pero en el contexto de la enseñanza de las Matemáticas se requiere de una precisión. Según A. Labarrere (1994), L. Campistrous y C. Rizo (1996), L. Blanco (1991), que además, hacen referencia a otros autores, se puede asumir una caracterización acabada de este término. Así, problema es aquella situación en la cual:

- a) Existe una persona o grupo que desea resolverla.
- b) Existe un estado inicial y una meta a alcanzar.
- c) Existe algún impedimento entre el estado inicial y el estado final.

Se tiene entonces que una situación dada constituye o no un problema en dependencia de la persona o grupo que la enfrenta. Cada problema constituye un reto en la que se desconocen la vía de solución y el tiempo para resolverlo. No obstante, se necesita confiar en que la inteligencia y las habilidades que se poseen son adecuadas para abordarlo.

Labarrere hace una diferenciación de los problemas, los docentes (los de la escuela) y los de la vida; esto nos da la idea de que en términos de la Didáctica de la Matemática, al referirnos a los problemas, también debe hablarse de los “problemas matemáticos docentes” o sea aquellos que están dirigidos a cumplir con la función, objetivos y con el contenido de la enseñanza de las Matemáticas.

Con los problemas matemático docente se contribuye a sistematizar los hábitos, habilidades, capacidades específicas de la asignatura, así como permiten lograr la formación de una concepción científica del mundo, y la formación de una ideología clasista. Sobre esta base deben seleccionarse o elaborarse los problemas que se lleven al aula por parte de los docentes.

Los problemas matemáticos docentes, tienen además, como objetivo el logro de un adecuado desarrollo psicológico del estudiante y en ello influye la creatividad tanto del mismo como del docente.

Labarrere (1990) plantea: “Cuando se analiza el panorama que ofrece la más variada literatura pedagógica y psicológica en el mundo al abordar la cuestión de la formación de habilidades para la resolución de problemas en los estudiantes de diversos grados, uno puede fácilmente extraer como conclusión lo común que resulta el hecho de que los estudiantes no estén óptimamente preparados para enfrentar y resolver problemas, ya sean docentes –los de asignaturas -, o los que se plantean en la vida fuera de la escuela. Puede por tanto afirmarse que esta situación tiene carácter general al cual no escapa prácticamente ningún sistema educativo”. De lo expuesto anteriormente, se puede concluir que las dificultades del desarrollo del pensamiento en los estudiantes influyen notoriamente en las habilidades para resolver problemas

Labarrere (1990), caracteriza las principales dificultades de los estudiantes al resolver problemas, las cuales, como se ha planteado, son al mismo tiempo dificultades del pensamiento que se manifiestan en las limitadas capacidades creativas. Las dificultades siguientes son las más típicas y las más comunes:

- Análisis superficial y fragmentado de los problemas (la situación, las relaciones y la exigencia).
- Fuerte tendencia a operar con los datos, a hacer cálculos sin la suficiente conciencia de la lógica que los sustenta (tendencia al ejecutivismo).
- Poco desarrollo de las habilidades de monitoreo y control de la actividad de resolución (faltan habilidades metacognitivas).
- Atenuación de los motivos para el trabajo intelectual de la resolución de problemas.

Resulta evidentemente que los aspectos señalados tienen que ver directamente con el pensamiento de los estudiantes y afectan el desarrollo de la capacidad creativa y la sensibilidad a la búsqueda de relaciones.

Otras investigaciones realizadas sobre el proceso de resolución de problemas reflejan que muchas de las formas de trabajo de los estudiantes expresan dificultades del pensamiento que coinciden con las señaladas por Labarrere.

En el artículo de Larry Sowder denominado “ La enseñanza y valoración de la solución de problemas matemáticos” que aparece en los resúmenes del Concilio Nacional de la Enseñanza de la Matemática (USA 1989), se presenta una lista no extensa, sin embargo representativa de la variedad de caminos que los estudiantes, o eventualmente un simple estudiante, pueden tomar. La formación de estas estrategias de trabajo se realiza en Secundaria Básica desde el séptimo grado, se resumen a continuación y se hace una breve caracterización de cada una de ellas:

1. **Encuentra los números y suman (o resta o multiplica o divide).** La selección está determinada por lo que se ha hecho más recientemente en la clase o por la operación para la cual el estudiante tiene más competencia al realizarla.
2. **Adivina qué operación debe ser utilizada.**
3. **Mira los números y ellos te dicen qué operación debes usar.** Por ejemplo, 136 y 88 probablemente te indiquen suma o producto, pero 172 y 4, luce como una división por el tamaño de los números.
4. **Trata con todas las operaciones y selecciona la respuesta más razonable.** Esta estrategia es la que se ha ejemplificado antes con la investigación suiza.
5. **Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación usar.** Por ejemplo “todos juntos” significa adicionar.
6. **Decide si la operación debe ser grande o pequeña según los números dados.** En este caso, si es grande trabaja o trata con la adición y la multiplicación y selecciona la respuesta más razonable. Si es pequeña, trata con la sustracción y la división y escoge la respuesta más razonable.
7. **Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.**

Las primeras cuatro estrategias, considera Sowder, no son enseñadas en la escuela y que pudieran resultar simpáticas sino fuera por el hecho de que los estudiantes las utilizan frecuentemente y eso es lamentable. Incluso plantea que aunque de manera excepcional, hay estudiantes de éxito en matemática que

también las emplean. Estas primeras cuatro estrategias son ejemplos de estrategias irreflexivas, que como consecuencia obstruye las habilidades de comprensión de los problemas.

Según Sowder, las estrategias 5 y 6, envuelven por lo menos un mínimo de sentido numérico, un mínimo de procesamiento semántico y una muy mínima comprensión del significado de las operaciones. La estrategia de palabras claves lamentablemente es enseñada ocasionalmente por maestros bien intencionados pero que no tienen un sentido de su límite.

En investigaciones realizadas posteriormente por el propio Sowder, se pudo comprobar que los libros no siempre adoptan una posición clara en cuanto a darle sentido a las operaciones aritméticas de modo que tengan un significado claro para los estudiantes.

En el seminario nacional para educadores del 2001 se hace un análisis de esta estrategia de trabajo que usan tanto docente como estudiantes, y se concluye que el uso de sinónimos no es muy eficaz.

La imaginación es un elemento importante en el proceso de creación, a ella recurre el pensamiento cuando necesita buscar nuevas combinaciones, asociar imágenes, encontrar estructuras estáticas o funcionales. La creatividad y la imaginación son inseparables solo el imaginativo logra ser creador, “Los grandes talentos creativos son, al propio tiempo imaginadores fecundos” A. González (1988), la historia de la humanidad ha demostrado con numerosos ejemplos la afirmación anterior.

El docente debe trabajar para potenciar el desarrollo de la imaginación reproductora a través de problemas que obliguen al estudiante a representarse el objeto (figura de análisis, gráfico, esquema, relaciones, otros) sin haberlo percibido, solamente a partir de la descripción, o sea que logre una construcción evidente según una descripción verbal o escrita de la situación problémica; en esto se basa el desarrollo del nivel de abstracción que propicia el estudio de las matemáticas. A González (1988) plantea: “La extraordinaria capacidad del hombre para evocar imágenes a partir de los textos es la que más debería desarrollarse en todos nosotros. Pocas cosas como la lectura exigen de la persona el desarrollo de la

imaginación...”. De esto se interpreta la importancia que tiene la resolución de problemas matemáticos escolares para el desarrollo de la imaginación.

Se aspira a formar estudiantes talentosos, que encuentren soluciones novedosas e interesante a los problemas matemáticos que se les proponen, así como que logren generalizaciones a partir del análisis de los resultados obtenidos y que propongan o elaboren nuevos problemas, para esto se necesita del desarrollo de una imaginación creadora, la que se logra a partir de la imaginación reproductora y se basa en las representaciones a través de la ejercitación sistemática y el entrenamiento de esta capacidad en la actividad práctica, gracias a una correcta orientación de la atención se garantiza además, el desarrollo de la claridad y la estabilidad de dichas representaciones; a mayor número de representaciones más desarrollo de la imaginación, es por eso que la actividad de resolver problemas matemáticos debe ser sistemática, y no solo al final de un determinado capítulo o epígrafe como se realiza frecuentemente en la escuela, debe ser tratada en la mayoría de las clases de consolidación y dar seguimiento al diagnóstico.

Los problemas matemáticos deben propiciar el desarrollo de una imaginación fuerte, clara, sensible y activa. Asimismo el docente debe contar con la heurística necesaria para dirigir la atención de los estudiantes y no dejarlos imaginar en forma arbitraria, sin dirección, de forma casual; es necesario dirigir la imaginación hacia el objetivo deseado esto lleva a una mayor preparación por parte del docente.

En el desarrollo intelectual, se puede apreciar que si con anterioridad se han ido creando las condiciones necesarias para un aprendizaje reflexivo, en estas edades se alcanzan niveles superiores ya que el estudiante tiene todas las potencialidades para la asimilación consciente de los conceptos científicos y para el surgimiento del pensamiento que opera con abstracciones, cuyos procesos lógicos (comparación, clasificación análisis, síntesis y generalización entre otros) deben alcanzar niveles superiores con logros más significativos en el plano teórico. Ya en estas edades los escolares no tienen como exigencia esencial trabajar con conceptos ligados al plano concreto o su materialización como en la enseñanza primaria, sino que pueden operar con abstracciones.

Lo antes planteado permite al estudiante la realización de reflexiones basadas en conceptos o en relaciones y propiedades conocidas, la posibilidad de plantearse hipótesis como juicios enunciados verbalmente o por escrito, los cuales puede argumentar o demostrar mediante un proceso deductivo que parte de lo general a lo particular, lo que no ocurría con anterioridad donde primaba la inducción. Puede también hacer algunas consideraciones de carácter deductivo (inferencias que tienen solo cierta posibilidad de ocurrir), que aunque las conclusiones no son tan seguras como las que obtiene mediante un proceso deductivo, son muy importantes en la búsqueda de soluciones a los problemas que se les plantean. Todas las cuestiones anteriormente planteadas constituyen premisas indispensables para el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

Estas características deben tenerse en cuenta al organizar y dirigir el proceso de enseñanza–aprendizaje, de modo que sea cada vez mas independiente, que se pueden potenciar esas posibilidades de fundamentar sus juicios, de exponer sus ideas correctamente en cuanto a su forma y en cuanto a su contenido, de llegar a generalizaciones y ser crítico en relación a lo que analiza y a su propia actividad y comportamiento. También resulta de valor en esa etapa, aunque se inicie con anterioridad, el trabajo dirigido al desarrollo de la creatividad.

Es de destacar que estas características de un pensamiento lógico y reflexivo que operan a un nivel teórico, tienen sus antecedentes desde los primeros grados y su desarrollo continuo durante toda la etapa de la adolescencia.

Al comenzar el séptimo grado el estudiante debe ser portador, de su desempeño Intelectual, de un conjunto de procedimientos y estrategias generales y específicas para efectuar de forma independientes actividades de aprendizaje, en las que se exija, entre otras cosas, observar, comparar, describir, clasificar, caracterizar, definir y realizar el control valorativo de su actividad. Debe apreciarse, ante la solución de diferentes ejercicios y problemas, un comportamiento de análisis reflexivo de las condiciones de la tarea, de los procedimientos para su solución, de las vías de autorregulación (acciones de control y valoración) para la realización de los reajustes requeridos.

Las diferentes asignaturas y ejes, deben contribuir al desarrollo del interés por el estudio y la investigación. En estas edades comienza a adquirir un nivel superior la actividad cognoscitiva hacia la realidad, potencialidades que debe aprovechar el docente al organizar el proceso.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente se concluye que en octavo grado, los estudiantes poseen la madurez psicológica necesaria para comprender y resolver los problemas matemáticos que se le exigen en los programas de estudios, y aún más, para proponer problemas sencillos que además que garantizan una mejor preparación desde el punto de vista cognitivo, influyen en la formación de una cultura general integral.

Por otra parte la atención pedagógica por parte de los docentes influye en las habilidades de comprensión que se desarrollan en los estudiantes. El desarrollo moral se va a caracterizar por la aparición gradual de un conjunto de puntos de vistas, juicios, opiniones propias sobre lo que es moral. Estos criterios empiezan a incidir en las regulaciones de su comportamiento y representan fundamentalmente los puntos de vistas del grupo de compañeros. En este momento los estudiantes con dificultades en el aprendizaje, tratan de encontrar su lugar en el grupo destacándose para llamar la atención en otras actividades, lo que puede conducir a la indisciplina, es por lo que, tanto los docentes como la organización juvenil deben tener en cuenta las individualidades, y aprovechar al máximo las potencialidades de los estudiantes para elevar su protagonismo, tanto en las actividades de aprendizaje como en las extraclases.

Los investigadores destacan, que en este sentido los estudiantes consideran que tienen las condiciones para asumir posiciones activas en las diferentes actividades, hecho que si no se tiene en cuenta frena la obtención de niveles superiores en su desarrollo.

El conocimiento del estudiante de sí mismo y la propia valoración de su actuación, ejerce una función reguladora muy importante en el desarrollo de su personalidad en la medida que lo impulsa a actuar ante las diferentes actividades, teniendo en cuenta la relevancia que tiene la opinión de sus compañeros así como la influencia de ésta en la toma de decisiones.

I.1.2 Clasificación de los problemas matemáticos y fases que se presentan en el proceso de solución

Un aspecto importante para tener cierta orientación al iniciarse en la resolución de problemas es el hecho de contar con una clasificación acertada de estos. Es amplia la literatura que aborda esta temática atendiendo a diferentes aspectos, entre los que se pueden destacar: la presentación del problema, sus exigencias o el nivel de creatividad que se requiere para su solución.

Dentro de las clasificaciones podemos encontrar las dadas Butts, Charles, Lester en L. Blanco (1991); G.Polya (1965) y L.Bertoglia (1990).

En este trabajo se asume la clasificación dada por G. Polya (1965), atendiendo a las exigencias del problema:

- 1 Problemas por resolver.
- 2 Problemas por demostrar.

G. Polya toma como punto de partida los elementos expuestos por Pappus en su séptimo libro de las "Collectines", pero ya no refiriéndose a los problemas geométricos sino a problemas matemáticos de cualquier naturaleza.

En los problemas por resolver se requiere descubrir cierto objeto, la incógnita (que recibe el nombre de "quaesitum", o lo que se busca, o lo que se pide), estos pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos; pueden ser serios o simples acertijos. Sus principales elementos son la incógnita, los datos y la condición.

Los problemas matemáticos docentes por lo general son problemas por resolver, problemas de este tipo deben proponérseles a los estudiantes y sobre todo relacionados con el entorno social, y en correspondencia con la etapa de desarrollo psíquico en que se encuentren, por lo que deben tenerse en cuenta los componentes psicológicos que intervienen en la resolución de los problemas y que fueron analizados anteriormente.

En los problemas por demostrar se requiere mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada. Sus principales elementos son la hipótesis y la conclusión que hay que demostrar. Es importante incorporar en la preparación de los estudiantes de grados superiores un buen

número de problema de este tipo, ya que constituyen la mejor opción para adquirir la noción de lo que es un razonamiento riguroso y lo que le aportará al estudiante un punto de comparación para juzgar el valor de las demostraciones que les propondrá la vida moderna.

A pesar de que se considera que la práctica es la escena para el desarrollo de las habilidades y capacidades para resolver problemas, se hace necesario preparar previamente a los estudiantes a través de actividades que los motiven y los dirijan hacia un análisis consciente que les permita encontrar las relaciones y los nexos entre los diferentes componentes del problema, o sea, ver el problema como un todo, aunque en determinado momento deba separarlo en problemas parciales; sobre la base de esta intencionalidad se sustenta la presente investigación, en la que se asume que encontrar relaciones en un determinado problema, no es solo la búsqueda de datos o informaciones que dependan de lo conocido, sino, que sobre el análisis de la relación entre determinados juicios e hipótesis se llegue a la formación de nuevos juicios, es buscar regularidades que se cumplen en lo que se conoce del problema.

El autor asume que la fase de trabajo en el problema es la de mayor importancia pues en ella es donde se requiere de un mayor poder de análisis, se establecen los nexos y las relaciones, se llega a nuevos juicios, se hace una revisión y búsqueda de los conceptos y conocimientos relacionados con el problema; en esta fase se requiere de un pensamiento flexible y de la imaginación, es donde se requiere de una mayor motivación así como de la voluntad de quien resuelve el problema; aunque no se niega que en las demás etapas intervengan estos factores psicológicos.

Para comprender el problema debe comenzarse por su enunciado, tratando de visualizarlo como un todo, logrando familiarizarse con él, grabando su propósito en la mente. Esta atención que se le dedica puede estimular la memoria y prepararla para recoger los aspectos más importantes. Posteriormente se aíslan las partes principales del problema que si se trata de un problema por demostrar son: hipótesis y tesis; y si se trata de un problema por resolver: la incógnita y los datos. Pueden establecerse entonces las relaciones existentes entre cada detalle y el

conjunto del problema. Es importante que en esta etapa el estudiante interiorice la idea de la situación problémica que se le plantea y llegue a pronunciarla con sus propias palabras.

Concebir un plan es establecer las relaciones que existen entre los elementos y construir la estrategia para la solución. Debe ejecutarse el plan solamente cuando se este seguro de que nos guiará hacia la solución correcta, que cumpla con las condiciones exigidas por el problema. Se efectúan luego en detalles todas las acciones que previamente se han concebido como factibles, asegurándose de la exactitud de cada paso mediante un razonamiento formal o la intuición, hasta llegar a la solución del problema; la ejecución es seguir exactamente los pasos hasta arribar a la solución. Aquí debe comprobarse que cada una de las operaciones efectuada sea correcta.

La visión retrospectiva encierra la verificación del resultado y del razonamiento, así como precisar si se puede obtener de otra manera el resultado. Se debe analizar si el resultado o método es aplicable a otros problemas, es importante que en los casos posibles los estudiantes lleguen a formular generalizaciones a partir de resultados particulares.

“Lo que el profesor dice en la clase no deja de tener su importancia, pero lo que los estudiantes piensan es mil veces más importante. Las ideas deberían nacer en la mente de los estudiantes y el docente debería actuar tan sólo como una comadrona”. (G. Polya, *Mathematical Discovery*, vol. II, p.104). Esto deja claro que el docente, debe orientar y dirigir al estudiante hacia el descubrimiento, hacia la solución del problema, y para ello debe preparar las preguntas adecuadas, o sea, interrogantes precisas, que no den margen a desviar la atención de los estudiantes.

Las sugerencias y preguntas dadas por Polya para enfrentar un problema matemático se aproximan a las siguientes:

- ¿Cuál es la hipótesis?
- ¿Cuál es la conclusión?
- ¿Se puede distinguir las diversas partes de la hipótesis?
- Encuentre la relación entre la hipótesis y la tesis.

- Observe bien la conclusión y trate de pensar en algún teorema que le sea familiar y que tenga la misma tesis o una similar.
- No conserve más que una parte de la hipótesis, descarte la otra parte; ¿Sigue siendo válida la conclusión? ¿Podría deducir de la hipótesis algún elemento útil?; ¿Podría pensar en otra hipótesis de la cual usted pudiera deducir fácilmente la conclusión?, ¿Podría cambiar la hipótesis o las conclusiones o las dos si es necesario, de modo que la nueva hipótesis y la nueva tesis estuviesen más relacionadas entre sí?
- ¿Ha empleado la hipótesis completa?

Como podemos observar estas sugerencias y preguntas son dadas de forma general, por lo que el maestro debe planificar, siempre que sea posible, las preguntas de forma concreta; así mismo debe buscar métodos y vías para lograr modos de actuación en los estudiantes. En el caso de este trabajo, sin obviar las demás, se toma la sugerencia de encontrar la relación entre la hipótesis y la tesis, así como de deducir elementos útiles a partir de la hipótesis; y se proponen actividades para lograr el desarrollo de habilidades en la búsqueda de estas relaciones.

Polya en la citada obra plantea una estrategia en la que establece cuatro fases fundamentales para la resolución de problemas, así como un sistema preguntas que proporcionen impulsos y dirijan la atención del estudiante; esto es lo que se considera como un programa heurístico general (PHG)

1. Comprensión del problema.

- ¿Cuáles son los datos que te dan?
- ¿Cuál es la incógnita a buscar?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿Es insuficiente?, ¿Es redundante?, ¿Es contradictoria?

2. Concebir el plan de solución.

- ¿Has encontrado algún problema semejante?
- ¿Has visto el problema planteado de una forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces un problema relacionado con éste?

- ¿Conoces algún teorema que le pueda ser útil?
- Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que te sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.
- He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría usted emplear su método?
- ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero un problema similar. ¿Podrías imaginarte un problema análogo, un tanto más accesible, un problema más general, un problema más particular?
- ¿Puede resolver una parte del problema?
- Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte;
- ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada?
- ¿En que forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos?
- ¿Puede pensar en algunos otros datos para determinar la incógnita?
- ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?

3. *Ejecución del plan.*

- Al ejecutar el plan de solución comprueba cada uno de los pasos.
- ¿Puedes ver que el paso es correcto?
- ¿Puedes demostrarlo?

4. *Visión retrospectiva.*

- ¿Puedes verificar el resultado?
- ¿Puedes verificar el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puedes verlo de golpe?
- ¿Puedes emplear el resultado o el método en otro tipo de problemas?

Se conoce que los primeros intentos de establecer pasos o fases a seguir para la resolución de problemas fueron realizados en el Medioevo por el eminente matemático filósofo y físico francés R. Descartes; A principio del siglo XX surgen los aportes del matemático francés H. Poincaré, que pese a sus limitaciones religiosas, hace una distinción respecto al acto creativo durante la resolución de los problemas; También son significativos los aportes realizados por J Hadamad en 1945 quien prosigue y profundiza en el punto de vista de Poincré, resaltando la actividad consciente, la reflexión y el trabajo inconsciente.

Otros programas heurísticos fueron propuestos por Schoenfeld (1980), Algarabel, George Glaeser, (Horst Müller, s.f, p.23), Mason, Jungk, También proponen Bronsford y Stein (1987) una estrategia llamada "Ideal".

Aunque no haremos una presentación detallada de los programas heurísticos mencionados analizaremos algunos de estos para establecer una comparación.

En la estrategia o programa propuesto por Schoenfeld se distinguen las siguientes fases:

- Análisis y comprensión del problema.
- Diseñar y planificar la solución.
- Explorar soluciones.
- Verificar soluciones.

En cada una de estas fases se sugiere dirigir la atención hacia las siguientes direcciones:

1. Analizar y comprender el problema.

- Dibuja un diagrama.
- Examina un caso especial
- Intenta simplificarlo

2. Diseñar y planificar soluciones.

- Planifica la solución y explica.

3. Explorar soluciones.

- Considera una variedad de problemas equivalentes
- Considera ligeras modificaciones del problema original
- Considera amplias modificaciones del problema original

4. Verificar la solución.

Estas fases propuestas por Schoenfeld se complementan con cuatro categorías:

1 Recursos

- Heurísticas
- Control
- Sistema de creencias

Horst Müller en su obra relacionada con los procedimientos heurísticos propone el siguiente Programa para resolver problemas matemáticos:

1. Orientación

2. Elaboración

3. Trabajo en el ejercicio

4. Realización

5. Evaluación

Cada una de estas fases se caracteriza por las siguientes orientaciones:

1. Fase de orientación

- Búsqueda del problema o motivación.
- Planteamiento del ejercicio.
- Comprensión del problema.

2. Fase de elaboración

- Análisis y precisión.
- Búsqueda de la idea de solución.

3. Fase de trabajo en el Ejercicio.

- Reflexión sobre los métodos.
- Elaboración de un plan de solución.

4. Fase De Realización

- Realización del plan de solución.
- Representación de la solución.

5. Fase De Evaluación

- Comprobación de la solución.
- Determinación del número de las soluciones.
- Subordinación de la solución en el sistema existente.

- Memorización de la "ganancia" de la información metodológica.
- Consideraciones perspectivas.

El programa para la solución de problema propuesto por Jungk consta de las siguientes fases:

1. Orientación hacia el problema
2. *Trabajo en el problema*
3. Solución del problema.
4. Evaluar la solución.

Cada una de éstas aparece descrita en el libro de Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I de Ballester y otros, y se explican de forma similar a la siguiente:

1. Orientación hacia el problema.

A esta fase pertenece: La motivación; el planteamiento; y la comprensión del problema.

2. Trabajo en el problema.

En esta fase se diferencian: La precisión del problema; el análisis del problema; la búsqueda de relaciones, y la búsqueda de la idea de la solución, en la que se aprecian dos momentos importantes: La reflexión sobre los métodos, donde se determina la vía principal de solución mediante el establecimiento de relaciones entre los datos las incógnitas; y la elaboración de un plan de solución, que comprende la determinación de los medios matemáticos y la aplicación de la estrategia de trabajo, estrategia de trabajo hacia adelante o hacia atrás.

3. Solución del problema.

Esta fase incluye: La realización del plan de solución y la representación de la solución.

4. Evaluación de la solución.

En esta fase se realiza la comprobación de la solución de acuerdo con las relaciones que se establecen en el enunciado del problema; así como se reflexiona sobre los métodos aplicados y la vía utilizada.

Podremos observar que aunque los autores nombran de maneras diferentes sus fases, el contenido es el mismo; pero difieren en la forma en que desarrollan cada

fase. Ejemplo, el PHG (programa heurístico general) de Polya es un cuestionario muy detallado. El PHG de Schoenfeld está dirigido a estudiante talentos, el cual pudiera aplicarse parcialmente cuando se trabaje con este tipo de estudiantes. El de Müller y el de Jungk son similares, estos últimos plantean un PHG aplicable a cualquier tipo de problema. Estos programas están dirigidos tanto al docente como a los estudiante. El último presentado es el que se emplea en la escuela cubana, el que podría ser enriquecido por iniciativa del docente según el conocimiento que posea de los demás PHG, es el único de los programas que de forma más declarada sugiere la búsqueda de relaciones entre los datos y la incógnita, aunque no precisa como hacerlo.

Para la comprensión más profunda del texto el estudiante puede auxiliarse de medios heurísticos como:

- 1 esbozo gráfico de la situación
- 2 confección de tablas
- 3 formulación ventajosa del texto

Cuando se analiza un ejercicio se crea las condiciones previas esenciales para la búsqueda de la idea de solución donde se aprecia un momento importante: la reflexión sobre los métodos, donde se determina vía principal de solución a través del establecimiento de relaciones entre los datos y las incógnitas.

Es conveniente señalar que un buen número de problemas se pueden resolver por reflexiones lógicas y cálculo aritmético donde no existe la necesidad de plantear una ecuación o aplicar una formula.

Es importante tanto para el docente como para el estudiante que conozcan el tipo de problema que se les propone.

El autor sugiere los siguientes impulsos para esta fase a tener en cuenta para el docente y lo que debe hacer el estudiante:

docentes	Estudiantes
Leer varias veces el problema hasta saber de que trata.	Lee varias veces el problema hasta saber de que trata.
¿Qué datos nos ofrece el problema; qué_ se	Determina las magnitudes dadas y

pide?	buscadas.
¿Podría proponerse el problema de otra manera?	Analiza la posibilidad de escribirlo en un lenguaje más comprensivo.
¿Qué conceptos matemáticos aparecen en el texto del problema; cómo se definen estos conceptos; qué conviene hacer?, ¿convendría sustituir los conceptos por sus definiciones? .	Analiza el texto del problema, selecciona los conceptos esenciales y los sustituye por sus definiciones.
¿A qué rama de la matemática pertenece el problema planteado?	Analiza con cuál rama de la matemática se relaciona el problema (geometría, aritmética, álgebra).
¿Qué es conveniente hacer para representar las relaciones contenidas en el problema?; puede hacerse un esbozo gráfico o tabla que esclarezca la situación.	Ilustra la situación planteada con una figura auxiliar.
¿Has resuelto algún problema similar?	Debe buscar problemas análogos a los planteados, por su contenido o forma.
¿Se han representado todas las relaciones contenidas en el texto del problema; es necesaria la utilización de variables?	Analiza las condiciones del problema, la figura auxiliar y valora la representación de relaciones mediante variables adecuadas.
¿Existe alguna fórmula que me facilite la solución del problema; cuál; ¿si no existe entonces cómo podemos establecer las relaciones entre las magnitudes dadas Y buscadas útiles? .	Reflexiona sobre el modelo matemático posible según las relaciones contenidas en el texto del problema.
¿Existen teoremas o definiciones matemáticas relacionadas con el problema; de ellas, cuáles podrían conducir a la solución del mismo ?.	Reflexiona sobre posibles medios matemáticos relacionados con el problema que propicie su solución.

¿Estamos en condiciones de resolver el problema; son suficientes los datos para su solución; serán necesarias magnitudes auxiliares; resulta posible el cálculo de estas magnitudes?.

Determina si los datos son suficientes o no para resolver el problema y la posibilidad o no del cálculo de magnitudes auxiliares.

I.1.3 Algunas consideraciones sobre trabajo en el problema con énfasis en la comprensión

En este trabajo, la propuesta está específicamente dirigida hacia la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos, y en particular hacia aquellos problemas que requieren de un razonamiento para encontrar nuevos juicios y regularidades a partir de las relaciones y los nexos entre los datos, logrando un modo de actuación consciente hacia la búsqueda de la vía de solución, así como la capacidad de análisis y reflexión ante las diferentes situaciones que se encuentran en cada problema matemático.

La búsqueda de relaciones durante el proceso de comprensión contribuye al desarrollo de capacidades psicológicas que posteriormente servirán para resolver nuevos problemas con un mayor nivel de dificultad.

Como es conocido la comprensión depende de diferentes variables como las habilidades de lectura e interpretación, sobre todo si el resolutor es capaz de realizar una lectura global, si es capaz de identificar el significado de cada palabra o si puede deducir su significado a partir del propio texto, o cuando sea necesario investigar el significado de esta; la comprensión depende además del nivel de cultura general, entorno escolar, familiar, sociocultural, y del dominio de la lengua materna; otro factor que influye en la comprensión es el conocimiento que se posea del tema que se estudia, es por lo que la comprensión de los problemas matemáticos depende además, del nivel cognitivo que posea el estudiante sobre esta asignatura.

De acuerdo a la caracterización de problema matemático que se dio en el Capítulo I, existen problemas no contextualizados, por lo que la comprensión de este depende de las habilidades matemáticas, del dominio de los conceptos, o de las

relaciones matemáticas que sea capaz de descubrir el resolutor. Lógicamente para que la búsqueda de relaciones sea más eficiente en la comprensión del problema matemático, el estudiante debe poseer una determinada estrategia que le permita dirigir su pensamiento.

Deben proponerse sistemáticamente problemas, que obliguen al estudiante a dirigir su atención hacia la búsqueda de relaciones, logrando habilidades en este sentido que puedan ser utilizadas estratégicamente durante la comprensión de otros problemas.

La propuesta de actividades presentes en este trabajo tiene un carácter específico y debe partir de la instrucción hasta lograrse un nivel de autodirección consciente, que a través de la ejercitación logre una actuación dinámica y fluida.

En la propuesta de actividades predomina la actividad reflexiva sobre el conocimiento del conocimiento sobre la base de la relación que se establece entre el ¿Para qué conozco?, ¿Qué conozco y qué no conozco? y ¿Cómo lo conozco?, y está encaminada hacia la superación del nivel de comprensión; aunque lleva implícita características de las otras estrategias porque contribuye a desarrollar una actitud de aceptación hacia los problemas, lo que facilita la adquisición y uso de la información.

En este epígrafe se han expuesto los aspectos psicológicos y pedagógicos que inciden en la comprensión de los problemas matemáticos, así como los principales fundamentos que se han tenido en cuenta, al estudiar el proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas matemáticos y fases que se presentan en el proceso de solución.

La resolución de problemas se refleja en las tendencias contemporáneas de la educación matemática como eje del diseño curricular en sus funciones de medio y fundamento del aprendizaje y de fijación del saber y poder matemáticos.

Después de haber abordado los aspectos generales de la teoría de la solución de problemas, sus fases en el proceso de solución así como el contexto psico-pedagógico en que se pretende sea utilizado, se arriba a la conclusión de que es posible hacer una propuesta de actividades en la que se tenga en cuenta la búsqueda de relaciones como factor importante para el logro de la comprensión de

los problemas matemáticos docentes, sobre la base de los siguientes presupuestos teóricos:

- 1 la Teoría del conocimiento del Materialismo Dialéctico - Histórico,
- 2 los postulados de la Psicología con orientación marxista - leninista
- 3 los Principios y Funciones Didácticas de la Pedagogía Contemporánea.
- 4 la concepción de la Heurística como una ciencia en construcción.

Se ha tenido en cuenta además, los objetivos y contenidos del Programa de Matemática para Onceno Grado de la enseñanza preuniversitaria en las nuevas transformaciones, las particularidades psico-pedagógicas de los estudiante, características favorables para la aplicación del grupo de actividades, así como el conocimiento de la heurística como procedimiento de solución por parte del docente, de vital importancia para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje.

I.2 La trigonometría y sus aplicaciones a la resolución de problemas en los estudiantes de oncenno grado

La historia de la trigonometría se remonta a las primeras matemáticas conocidas, en Egipto y Babilonia. Los egipcios establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Sin embargo, hasta los tiempos de la Grecia clásica no empezó a haber trigonometría en las matemáticas. En el siglo II a.C. el astrónomo Hiparco de Nicea compiló una tabla trigonométrica para resolver triángulos. Comenzando con un ángulo de 71° y yendo hasta 180° con incrementos de 71° , la tabla daba la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central dado que corta a una circunferencia de radio r . Esta tabla es similar a la moderna tabla del seno. No se sabe con certeza el valor de r utilizado por Hiparco, pero sí se sabe que 300 años más tarde el astrónomo Tolomeo utilizó $r = 60$, pues los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal (base 60) de los babilonios.

A finales del siglo VIII los astrónomos árabes habían recibido la herencia de las tradiciones de Grecia y de la India, y prefirieron trabajar con la función seno. En las últimas décadas del siglo X ya habían completado la función seno y las otras cinco funciones y habían descubierto y demostrado varios teoremas

fundamentales de la trigonometría tanto para triángulos planos como esféricos. Varios matemáticos sugirieron el uso del valor $r = 1$ en vez de $r = 60$, lo que produjo los valores modernos de las funciones trigonométricas. Los árabes también incorporaron el triángulo polar en los triángulos esféricos. Todos estos descubrimientos se aplicaron a la astronomía y también se utilizaron para medir el tiempo astronómico y para encontrar la dirección de la Meca, lo que era necesario para las cinco oraciones diarias requeridas por la ley islámica. Los científicos árabes también compilaron tablas de gran exactitud. Por ejemplo, las tablas del seno y de la tangente, construidas con intervalos de $1/60$ de grado (1 minuto) tenían un error menor que 1 dividido por 700 millones. Además, el gran astrónomo Nasir al-Din al-Tusi escribió el Libro de la figura transversal, el primer estudio de las trigonometrías plana y esférica como ciencias matemáticas independientes.

Casi exactamente medio siglo después de la publicación de los logaritmos de Napier, Isaac Newton inventó el cálculo diferencial e integral. Uno de los fundamentos del trabajo de Newton fue la representación de muchas funciones matemáticas utilizando series infinitas de potencias de la variable x . Newton encontró la serie para el $\sin x$ y series similares para el $\cos x$ y la $\tan x$. Con la invención del cálculo las funciones trigonométricas fueron incorporadas al análisis, donde todavía hoy desempeñan un importante papel tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas.

Por último, en el siglo XVIII, el matemático suizo Leonhard Euler definió las funciones trigonométricas utilizando expresiones con exponenciales de números complejos. Esto convirtió a la trigonometría en sólo una de las muchas aplicaciones de los números complejos; además, Euler demostró que las propiedades básicas de la trigonometría eran simplemente producto de la aritmética de los números complejos.

La Trigonometría, en resumen, no es más que una rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de triángulos, de las propiedades y aplicaciones de las funciones trigonométricas de ángulos. Las dos ramas fundamentales de la trigonometría son la trigonometría plana, que se ocupa

de figuras contenidas en un plano, y la trigonometría esférica, que se ocupa de triángulos que forman parte de la superficie de una esfera.

Sobre trigonometría se ha investigado bastante en el mundo, pero en la última etapa no existen suficientes temas relacionados con ella. En la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Holguín solo existen tres tesis de maestría dedicadas al tema de la trigonometría.

Zaldívar (2010) en su trabajo final en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación hace una propuesta de ejercicios para la sistematización de los contenidos relativos a la trigonometría en preuniversitario donde da tratamiento a temas como ángulos, polígonos y sus propiedades, las relaciones métricas en la circunferencia, igualdad y semejanza de triángulos, grupo de teoremas de Pitágoras y de las transversales, fórmulas para calcular el área de figuras planas. Enunció la ley de los senos y la ley de los cosenos pero no propuso ejercicios problémicos para aplicar las mismas siendo este un objetivo importante de esta unidad.

Abreu (2003) investigó sobre procedimientos didácticos para el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas donde se destaca el estudio de las funciones trigonométricas y sus propiedades pero no se observa su aplicación a la solución de problemas aplicando la ley de los senos o la ley de los cosenos.

Trujillo (2000) elaboró un Software Educativo para la ejercitación de la resolución de problemas de triángulos rectángulos en décimo grado el cual no se adapta a las exigencias del oncenno grado ya que el contenido que se investiga corresponde a este grado.

En resumen las investigaciones consultadas no responden a las actuales exigencias de los objetivos del oncenno grado referente a la solución de triángulos cualesquiera aplicando la ley de los senos o la ley de los cosenos y sus aplicaciones a la solución de problemas.

En consulta realizada el día 5 de diciembre del 2012 en Internet se pudo constatar que existe información histórica sobre la trigonometría y su concepto y la presencia de algunos problemas aislados referente a la aplicación de la trigonometría pero no

son suficientes ni variados que permitan cumplir con los objetivos del onceno grado relacionados con el tema.

I.3 Características psicológicas del estudiante de preuniversitario

El ingreso al preuniversitario ocurre en un momento importante de la vida del estudiante, es el período de tránsito de la adolescencia hacia la juventud. Los límites entre los períodos evolutivos no son absolutos y están sujetos a variaciones de carácter individual, de manera que el docente puede encontrar en un mismo grupo escolar, estudiantes que ya manifiestan rasgos propios de la juventud, mientras que otros mantienen todavía un comportamiento típico del estudiante.

Estas características se observan con más frecuencia en los grupos de décimo grado, pues en los estudiante de años posteriores se comienzan a revelar mayoritariamente las características de la edad juvenil. Es por esta razón, que se centra la atención en algunas características de la etapa juvenil, cuyo conocimiento resulta de gran importancia para los docentes de este nivel. El estudio en la literatura cubana y latinoamericana más actualizada, junto con las propias reflexiones hace que se asumen por el autor de esta tesis las características del joven abordadas por la Dra. Juana María Cubela González y la Dra. Juana Teresa Mariño Castellano.

En lo que respecta a los cambios biológicos, psicológicos y sociales es necesario señalar que, en la juventud, el peso y talla del cuerpo es más lento que en la adolescencia; aunque comúnmente entre los 16 y 18 años ya los jóvenes han alcanzado una estatura muy próxima a la definitiva. También, en esta etapa es significativo el desarrollo sexual de los jóvenes; los varones, quienes respecto a sus compañeras habían quedado rezagados en este desarrollo, ahora lo completan.

La situación social del desarrollo de cada estudiante presupone analizar la situación social como premisas y condiciones que adquieren significación tan pronto el joven actúa de manera activa. Es precisamente en la actuación que el estudiante construye su personalidad; lo hace a partir de lo que en él existe como

ente social y natural, develándose su situación del desarrollo. También hay que considerar la peculiar interrelación que se establece entre lo inductor y lo ejecutor, aunque para ganar en comprensión desde el punto de vista didáctico de estos aspectos se proceda a exponer las características que lo distinguen:

- Sus sentimientos se hacen más estables, profundos, variados y duraderos. Se destacan los sentimientos de amor hacia compañeros y familiares allegados, a su pareja, a la patria, a la humanidad, a lo justo, todos vinculados al desarrollo moral que han alcanzado. De la misma manera los jóvenes tienden a regular mejor sus estados afectivos: emociones, de estrés, de ánimo, de alegría, tristeza y otros.
- En sus ideales e intenciones se observa un carácter más estable y generalizado, con una participación más activa de la autoconciencia, lo cual influye en el desarrollo de la autorregulación, la autodeterminación y en una mayor proyección futura a mediano y largo plazo.
- Las normas y valores se consolidan sustentados en una elaboración constante y en dependencia de la concepción del mundo que han formado. En esto tienen gran influencia la familia, los amigos, el grupo escolar, los adultos y la sociedad en general. En el desarrollo político y moral de la juventud desempeñan un papel esencial las organizaciones estudiantiles, políticas y de masas, cuando logran comprometer al joven de manera activa y afectiva en las más disímiles actividades. De gran importancia son, entre las relaciones con los compañeros y amigos, las relaciones amorosas. Se destaca también el valor de las relaciones en el grupo en virtud de determinadas cualidades de la personalidad como: exigencia, combatividad, sinceridad, justeza.
- El estudiante siente una fuerte necesidad de encontrar su lugar en la vida en la que predomina el interés por las actividades de grupo y de cooperación mutua, donde todos tengan oportunidad de expresar sus puntos de vista, creencias y convicciones personales sin ser segregados, ridiculizados ni atacados. En lo anterior incide significativamente el papel que desempeña la familia, la escuela, los docentes y otros contextos, que han de atender la satisfacción de importantes necesidades: la de ser querido, de ser reconocido, de sentirse útil, de ser

estimulado, de ser independiente, de ser orientado en la determinación de aspectos claves de su vida, la selección de su profesión.

En el proceso de madurez psicológica aparecen cualidades del pensamiento cualitativamente superiores, están conjuntamente con las operaciones relacionales, el desarrollo de la crítica, la facilidad para generar ideas, el interés por la explicación causal de los fenómenos, la capacidad para elaborar hipótesis y corroborarlas en la práctica, así como la adopción de una actitud más consciente hacia él mismo y su propio pensamiento. Se hace más significativo el nivel de desarrollo de relaciones entre pensamiento y lenguaje.

Los estudiantes de preuniversitario potencialmente pueden realizar tareas que requieren de razonamiento, iniciativa, independencia cognoscitiva y creatividad.

El estudio favorece en el proceso de obtención del conocimiento y la actividad cognoscitiva independiente.

En estas edades es muy característico el predominio de la tendencia a realizar apreciaciones sobre todas las cosas, apreciación que responde a un sistema y enfoque de tipo polémico, que los estudiantes han ido conformando; así como la defensa "pasional" de todos sus puntos de vista.

En la etapa juvenil se alcanza una mayor estabilidad de los motivos, intereses, puntos de vista propios, de manera tal que los estudiante se van haciendo más conscientes de su propia experiencia y de la de quienes lo rodean; tiene lugar así la formación de convicciones morales que el joven experimenta como algo personal y que entran a formar parte de su concepción moral del mundo.

Se desarrollan las tres orientaciones básicas de la personalidad del estudiante: la selección de la profesión, elección de la pareja, y la proyección hacia sí mismo siendo consecuente con su desarrollo real y potencial.

Es preciso detenerse en la selección de la profesión, donde el preuniversitario repercute decisivamente. Muchas veces el joven selecciona una profesión que no se corresponde con sus intereses y capacidades, en función de una valoración más extrínseca: no quedar fuera de la educación superior, quedan bien con los padres, ser independiente económicamente, etc. Se constata que en múltiples ocasiones, el hecho de que las alternativas seleccionadas son muy disímiles entre

sí, elijen profesiones de características muy diversas y vinculadas con capacidades e inclinaciones también muy diferentes. Esto indica la necesidad de orientarlo profesionalmente de forma tal que se pueda enfrentar con éxito a la selección profesional, para que esta constituya un verdadero acto de autodeterminación y lograr que el joven se sienta realmente responsable de la decisión tomada.

Se expresa la necesidad de ser ayudado u orientado sistemáticamente a ser protagonista de su actividad, que significa estimularlo a actuar responsablemente, con autonomía y determinación. De aquí que se reafirme su capacidad de autodeterminación, al asumir tareas de choque que le han planteado sus organizaciones estudiantiles y políticas (FEEM, UJC) o cuando la Revolución lo ha convocado para implicarse activamente en importantes misiones y programas dentro de la Batalla de Ideas. Lo esencialmente construido por él se logra en su actuación cotidiana a partir de esas exigencias.

Es significativo en esta etapa el tiempo que pasa el estudiante fuera del seno familiar, lo que conlleva sus relaciones con otras personas mediante diversas formas de actividad y de comunicación, particularmente con grupos juveniles que llegan a adquirir una gran significación en su actuación cotidiana. Por eso, la escuela y la familia han de ocuparse por conocer las peculiaridades que caracterizan su grupo más afín: cuáles son sus objetivos y propósitos más importantes, a qué se dedican, quiénes son sus líderes, qué lugar ocupa dentro del grupo, qué significación afectiva tiene para él, cómo son las relaciones comunicativas entre ellos, etcétera.

Los estudiante son más independientes en la dirección de los grupos estudiantiles, se exige un mayor respeto a los criterios y puntos de vista de cada miembro, los cuales necesitan ser escuchados, tenidos en cuenta y sentir la aprobación de su conducta moral. Las relaciones de amistad en el grupo se hacen más profundas, en tanto demandan fidelidad, apoyo, comprensión, afinidad de motivaciones e intereses y responsabilidades mutuas. Se señala que es menos exclusivista que la amistad adolescente.

Los temas de conversación más frecuentes entre los estudiantes de preuniversitario están relacionados con: el amor y el sexo; el tiempo libre y la recreación, los estudios y la proyección futura de estos. La elección de la profesión representa una cuestión muy importante para el desenvolvimiento y las aspiraciones futuras del joven.

En todo este proceso el estudiante, necesita una adecuada dirección. Corresponde a los adultos y especialmente al docente estimular el proceso de formación de su personalidad y con ello lograr uno de los objetivos centrales de la educación socialista: la formación integral de las nuevas generaciones en sus formas de pensar, sentir y actuar. Resulta importante, para que el maestro tenga una representación más objetiva de cómo son sus estudiante, para que pueda aumentar el nivel de intervención con ellos y, al mismo tiempo, ejercer la mejor influencia formadora en las diferentes vertientes que lo requieran que siempre esté consciente del contexto histórico en el que viven sus estudiante.

La función de los docentes es exitosa sobre todo cuando posee un profundo conocimiento de sus estudiantes en el caso específico de la comunicación óptima con ellos, es fundamental el conocimiento de sus preferencias comunicativa de los centros que ocupan el centro de sus intereses y constituyen el objetivo de las relaciones de los estudiantes entre si y con otras personas. Todo esto exige del docente plena conciencia de su labor orientadora y la necesidad de lograr buena relaciones con el joven basado en el respeto mutuo.

El estudiante de nivel medio superior al alcanzar el desarrollo de esta etapa de la vida estará en condiciones de enfrentar el ingreso a la educación superior.

EPIGRAFE II MATERIAL DOCENTE CONTENTIVO DE ACTIVIDADES PARA FAVORECER LA RESOLUCION DE PROBLEMAS A PARTIR DE LA TRIGONOMETRIA

En el presente epígrafe se cumple con el objetivo propuesto por el investigador, por lo que basado en la fundamentación teórica realizada se describen los elementos básicos de la propuesta y se propone un grupo de problemas para la práctica, así mismo se muestra a través de ejemplos, la estrecha relación que existe entre los problemas propuestos con los que se incluyen en los programas de matemática para los estudiantes de onceno grado de la enseñanza preuniversitaria (los problemas de la propuesta , sirven de preparación previa para la comprensión de los problemas de los libros de textos).

II.1 Introducción

La enseñanza-aprendizaje de la Matemática se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que persigue en los estudiantes una adquisición de una concepción científica del mundo, una cultura política - ideológica, competencias y actitudes necesarias para ser hombres y mujeres plenos, útiles a la sociedad, sensibles y responsables ante los problemas sociales, científicos, tecnológicos y ambientales a escala local, nacional, regional y mundial. Adoptar decisiones responsables en la vida personal y social, formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social del país, propiciará el desarrollo de la independencia cognoscitiva y la racionalidad del trabajo.

Los cambios en la enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática en preuniversitario debe dirigirse, en lo esencial, a:

- Contribuir a la educación político – ideológica, económico – laboral y científico – ambiental de los estudiantes.
- Potenciar el desarrollo intelectual de los estudiantes hacia niveles superiores de desempeño.

- Plantear el estudio de los nuevos contenidos, en función de resolver nuevos problemas de la vida, pues la resolución de problemas no solo debe estar en función de la ejercitación.
- Propiciar la reflexión y la comprensión conceptual a partir de la búsqueda de sus significados.
- Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de trabajo de la actividad mental.
- Utilizar las tecnologías de la Informática y las comunicaciones.

II.2 Desarrollo

El material docente contiene 17 actividades que constituyen problemas relacionados con la vida práctica del entorno del estudiante y que se resuelven aplicando la ley de los senos y la ley de los cosenos. Se le adjuntan las orientaciones metodológicas correspondientes para los docentes en el proceso de solución de los mismos.

A continuación se presentan actividades propuestas por el autor, las cuales constituyen una alternativa más contextualizada según las condiciones específicas existentes en el C/M Edilberto Fonseca Rodríguez, el nivel de complejidad se considera asequible a los estudiantes de esta escuela. El grado de precisión de los enunciados se considera adecuado a las características de los estudiantes de la misma. Según el criterio del autor, las actividades que se proponen pueden ser empleadas con mayor efectividad por docentes no especializados en la enseñanza de la matemática que son precisamente los que predominan en los actuales centros de la educación preuniversitaria.

Las actividades propuestas están acompañadas de una serie de recomendaciones metodológicas que permiten al docente emplearlas adecuadamente sin necesidad de ser un “experto” en didáctica de la matemática.

El grupo de actividades propuestas por el autor se empleó durante el curso en los turnos de consolidación asignados a la matemática, se propusieron algunos problemas como tareas diferenciadas, como atención a las diferencias individuales

de los estudiantes con limitaciones en la asimilación de los contenidos y para los aventajados que se preparan para concursos.

La propuesta dada por el autor cuenta con 17 actividades docentes.

En el Epígrafe 1 se hace un análisis de los PHG (programas heurísticos generales para la resolución de problemas matemáticos), en estos no se tiene en cuenta la búsqueda de relaciones o al menos de manera explícita, solo en el programa que se recomienda en el libro de Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I se hace mención a la búsqueda de dependencia y relaciones como de los factores a tener en cuenta para lograr una comprensión adecuada, proponemos actividades para lograr la búsqueda de relaciones como premisa importante en la comprensión de los problemas.

Para la comprensión de los problemas contempla los siguientes pasos:

1. Lectura cuidadosa del problema.

Es necesaria una adecuada orientación hacia el análisis del significado de las palabras fundamentales, seleccionar las palabras desconocidas e intentar comprender su idea a través del texto (si es un problema con texto) o buscar su significado; con esto debe lograrse en el estudiante una representación íntegra y global del problema.

Esta etapa está muy relacionada con la posterior, pues la búsqueda de relaciones es una consecuencia directa de la buena lectura del problema. También se tendrá presente la necesidad provocada en los estudiantes mediante la motivación, proceso que necesita del uso de los recursos didácticos por parte del docente. Si no hay motivación no habrá búsqueda de relaciones. Debe recordarse que al definir problema, expresamos que es una actividad donde el estudiante percibe una diferencia entre un estado presente y un estado deseado. El término percibe esta íntimamente relacionado con la buena lectura y el deseado con la motivación y ambos son motores impulsores para la búsqueda de relaciones.

2. Búsqueda de relaciones:

La amplitud del término relaciones estará dado por el contexto donde se esté trabajando, pero siempre será fundamental para resolver los problemas. En el contexto matemático las relaciones estarán dadas por números, letras, figuras o

dibujos, funciones, procedimientos, conceptos y otros en dependencia de la rama de las matemáticas que estemos estudiando, incluye también las relaciones entre los elementos de una hipótesis de soluciones, de relaciones con otros contenidos, el análisis entre los juicios de un razonamiento, etc. En el nivel dado por nuestro campo de acción, las relaciones más frecuentes son entre números, figuras y letras o la combinación de estas y aparecen en forma implícita en el enunciado de un problema. Nuestra apreciación anterior no deja fuera la relación entre conceptos, pero estos conceptos están relacionados a la vez con números, figuras, letras.

En esta fase se realiza un análisis del tipo de relación que se puede establecer en el problema, y se orienta la determinación de nuevos juicios e hipótesis; la orientación hacia la búsqueda de relaciones debe lograr participación consciente en el análisis del problema y evitar la ejecución mecánica.

3. Decisión y ejecución:

En esta etapa se ejecutan las operaciones que conducen a la solución, con una previa decisión de que los pasos a seguir o la vía seleccionada es la correcta.

Los problemas han sido elaborados cuidadosamente, de tal forma que resolverlos constituye una preparación previa para comprenderlos y responden al siguiente **objetivo**: Resolver actividades donde busquen relaciones para resolver problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en la vida práctica, y además cumplen determinadas características:

1. Se presentan en forma de juegos o actividades interesantes para los estudiantes.
2. No requieren de grandes cálculos.
3. No están agrupados por contenidos.
4. No se anuncian las operaciones y relaciones, sino deben ser descubiertas.
5. Facilitan el desarrollo de la lengua materna al tener que argumentar las razones que lo llevan a su toma de decisiones.

Estas características propician determinadas ventajas:

1. Un elevado nivel motivacional en el colectivo de estudiantes.
2. Frenan los impulsos a los cálculos mecanicistas.

3. Los obligan a buscar relaciones como un elemento indispensable para hallar la solución.
4. Propician un balance entre los tres momentos de la actividad de aprendizaje “*Análisis, Ejecución y Control*”.
5. El estudiante se siente partícipe de las clases.
6. Se contribuye a que los estudiantes eliminen creencias negativas respecto al trabajo con problemas.

Análisis crítico del contenido de los programas de Matemática del preuniversitario

El contenido matemático que se imparte en los preuniversitarios se basa en los programas vigentes (2006). En décimo grado se sistematizan y profundizan algunos contenidos estudiados en la Secundaria Básica, se introducen otros nuevos como las funciones cuadráticas y en la Estadística Descriptiva, se inserta el análisis de datos agrupados. En oncenavo grado se estudia la Geometría Analítica por primera vez, al igual que las funciones exponenciales y logarítmicas. En duodécimo grado se sistematizan los contenidos de los grados anteriores y se introducen otros nuevos de la Geometría.

En el nivel Medio Superior es de vital importancia el lugar que se le otorga al estudiante en la enseñanza. Debe tenerse presente que los estudiantes de este nivel, por su grado de desarrollo, pueden participar de forma más activa y consciente en este proceso, lo que incluye la realización cabal de las funciones de autoaprendizaje y autoeducación. Gozan de particular respeto aquellas materias en las que los docentes demandan esfuerzos mentales, imaginación, inventiva y crean condiciones para que el estudiante participe de forma activa. En este sentido, la Matemática provee al estudiante de habilidades intelectuales que desarrollan el pensamiento lógico, razón por la que debe ser tomada en consideración como una de las materias de mayor nivel de exigencia y preparación por parte de los docentes.

La estrategia metodológica de Holguín, para la dirección del aprendizaje de la Matemática en preuniversitario, en el curso escolar 2011-2012, a raíz de la Estrategia Nacional, plantea como principales objetivos lograr que:

- Las estructuras estén mejor preparadas para que puedan incidir de forma más efectiva en la preparación científico – metodológica de los docentes.
- Los profesionales en formación dominen las exigencias del programa, el contenido del grado que imparten y aprendan a desarrollar su trabajo didáctico con ayuda de las tecnologías de la informática y la comunicación.
- Los resultados del aprendizaje de la Matemática en todos los municipios superen los resultados obtenidos en el curso anterior.

Consideraciones generales de la Estrategia Nacional y Provincial para el curso escolar 2011-2012:

1. En el curso 2011-2012 se mantienen en vigor los programas establecidos para la asignatura Matemática.
2. Para que todos los estudiantes cumplan las exigencias al nivel que se han establecido, es imprescindible que se comprenda que el principal problema en la enseñanza de la Matemática radica en que los estudiantes operan con entes cuyo significado desconocen, y aplican algoritmos sin dominar los conceptos que les sirven de base.
3. Recordar que el enfoque metodológico de la asignatura es la enseñanza basada en la resolución y formulación de problemas.
4. El trabajo individual con los estudiantes que tienen mayores dificultades, dentro y fuera de la clase, tanto por parte del docente como de los monitores y otros compañeros, es imprescindible para poder analizar las causas de sus errores y ayudarlos a que descubran por sí mismos dónde radican, exteriorizando sus ideas. Resulta fundamental la clara concepción de la Estrategia Nacional y Provincial, por el hecho de tener expresados dentro del principal problema, los aspectos que sirven de base para una mejor asimilación de los contenidos, a la vez que facilita la preparación metodológica para las clases.

El tema de las aplicaciones de la trigonometría ya tiene implícito el tratamiento del contenido a través de problemas reales de la vida cotidiana, incluso como un subepígrafe de la Unidad temática pero este contenido aparece en el libro de texto de décimo grado y se imparte en oncenos, de aquí la importancia de esta

investigación y su aporte práctico para la solución de problemas de la vida práctica aplicando la ley de los senos y la ley de los cosenos.

Por esa razón, se proponen en las recomendaciones metodológicas problemas para que sean resueltos específicamente en un subepígrafe de los propuestos por el autor. El trabajo con las diferencias individuales es de vital importancia para elevar el aprendizaje de la Matemática, es por ello que no se ha descuidado este aspecto en el desarrollo de las recomendaciones metodológicas y se proponen algunas sugerencias.

Luego de valorar los aspectos tratados en la Estrategia Nacional y Provincial para la enseñanza de la Matemática en Preuniversitario, para el curso 2011-2012, se puede llegar a la conclusión de que es de vital importancia la preparación metodológica y científica de los profesionales en formación, así como elevar los resultados en el aprendizaje de los estudiantes de esta enseñanza, primero con el trabajo a los mismos de forma diferenciada y minuciosa, luego, incluyendo actividades docentes extra clases.

Para lograr el cumplimiento de dicha Estrategia, por tanto, debe estar presente la actividad consciente de directivos, docentes y estudiantes. Para ello, a lo largo del curso escolar, se prevé la realización de algunos trabajos científico- metodológicos con vistas a apoyar el cumplimiento de la misma.

Al revisar el programa vigente de Matemática para el oncenno grado se puede observar que dentro de los objetivos generales de la asignatura en el Nivel Medio Superior el número tres se refiere a formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social, local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científico-ambientales, que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas a diferentes contextos y promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida, lo que evidencia la importancia que se de da en el nivel a la solución de problemas con énfasis en la trigonometría.

Después de consultar las indicaciones metodológicas generales de la asignatura se pudo constatar que en el número tres se plantea el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas, dentro de los que se incluyen los trigonométricos, de modo que la resolución de estos no sea solo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos, sobre la base de un concepto amplio de problema.

De manera específicas en los objetivos generales de la asignatura Matemática para el onceno grado en el número cuatro se plantea el desarrollo de las habilidades estimar y calcular cantidades de magnitud y determinar longitudes, áreas y volúmenes, incógnitas y parámetros para proyectar y ejecutar actividades prácticas, así como para resolver problemas relacionados con hechos y fenómenos sociales, científicos y naturales, utilizando su saber acerca de los números reales, las magnitudes, las funciones elementales, las ecuaciones que definen a dichas funciones, la geometría sintética y analítica del plano la estereometría y la trigonometría. En el objetivo siete se ocota el objetivo tres de la asignatura especificando la formulación y resolución de problemas trigonométricos.

A continuación se presenta el conjunto de actividades propuestas por el autor para ser empleadas en la dirección del aprendizaje de la matemática, en la resolución de problemas, de preuniversitario, se muestran algunos ejemplos de cómo los problemas que se han elaborados están en estrecha correspondencia con los contenidos de los programas de la enseñanza, y como el entrenamiento en solucionar problemas con estas características facilitan la comprensión de otros que se resuelven en el contexto escolar.

II.2.1 Propuesta de actividades

Actividad # 1:

1.1-Un desmochador de palmiche desliza los racimos por una cuerda de 15 m; la misma forma con la palma un ángulo de $35,3^\circ$. ¿A qué altura se encuentra el desmochador?

Comentario metodológico:

Se hace imprescindible realizar una figura de análisis, y que quede claro que el ángulo dado se forma en la parte superior del triángulo (entre la palma y la cuerda). Además se debe reconocer por parte del estudiante que estamos en presencia de un triángulo rectángulo por lo que la solución se obtiene mediante la aplicación de las razones trigonométricas.

Actividad # 2:

1.2-Dos nadadores A y B separados a 20 m, se dirigen hacia un bote C que se encuentra anclado en la orilla de la playa a 15 m del nadador B. ¿A cuántos metros del bote se encuentra el nadador A, si el ángulo ABC es de 38° ?

Comentario metodológico:

El estudiante debe reconocer que como datos reconocen dos lados y el ángulo comprendido y que estamos en presencia de un triángulo cualesquiera por lo que es evidente que es necesario aplicar la ley de los cosenos para encontrar la distancia pedida.

Actividad # 3:

1.3- Una fruta P cuelga en la rama de una planta, la misma es observada por dos niños R y S separados a 12 m; si la amplitud de los ángulos R y S son 60° y $75,5^\circ$ respectivamente. ¿A qué distancia se encuentra la fruta de cada niño?

Comentario metodológico:

El estudiante debe reconocer que se conoce la distancia entre los dos niños y los ángulos bases entre ellos por lo que para encontrar la distancia de ellos a la fruta es necesario aplicar la ley de los senos en dos ocasiones por separado.

Actividad # 4:

1.4- Un barco está a 20 km directamente al norte de un puerto. Si el barco navega al sureste 6,0 km. ¿A qué distancia se encuentra en estos momentos del puerto?

Comentario metodológico:

El estudiante debe comprender que el movimiento al sureste significa que forma un ángulo de 45° , por lo que se conocen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos por lo que la solución depende de la aplicación de la ley de los cosenos.

Actividad # 5:

1.5- Dos futbolistas se encuentran a 15 m uno del otro, ambos salen en busca del balón que se halla a 10 m del primero y a 12 m del otro. ¿Qué ángulo forman las direcciones de ambos?

Comentario metodológico:

Se hace necesario que el estudiante comprenda que en el ejercicio se conocen los tres lados del triángulo por lo que no se trata de encontrar lados sino de encontrar un ángulo, por la lógica del ejercicio parece que es necesario aplicar la ley de los senos pero para ello se necesita la amplitud de al menos un ángulo interior, pero en este caso no se conoce ninguno, por lo que se hace necesario aplicar la ley de los cosenos y despejar en ella el coseno del ángulo para con su valor encontrar el ángulo que corresponde.

Actividad # 6:

1.6- Si la fachada de la Casa de Cultura de Uñas se ve bajo un ángulo de 40° , cuando el ojo del observador está a 8,0 m de uno de los extremos y 25 m del otro. ¿Cuál es la longitud de la fachada de la misma?

Comentario metodológico:

La partir de la figura de análisis es evidente que se puede aplicar la ley de los cosenos para encontrar el lado opuesto al ángulo dado.

Actividad # 7:

1.7- Dos barcos A y B separados a 3,0 Km escuchan una emisora radial C. El ángulo formado por la emisora el barco A y el B es de 60° y el ángulo formado por

la emisora el barco B y el A es de 50° . ¿A cuántos kilómetros se encuentra de la emisora el barco más distante?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis el estudiante debe percatarse que para poder aplicar la ley de los senos necesita encontrar el ángulo restante. También debe percatar que el barco más distante es el que se opone el mayor ángulo por lo que se trata del barco B.

Actividad # 8:

1.8- Un estudiante situado en la cisterna de nuestra escuela observa otro estudiante situado en el pañol de instrumentos agrícolas distante de él 60 m. Después de rotar 103° en el sentido de las manecillas del reloj, observa la estación de bombeo de la escuela distante de él 900 m. ¿A qué distancia de la estación de bombeo se encuentra el estudiante que está situado en el pañol?

Comentario metodológico:

El estudiante después de trazar la figura de análisis debe reconocer que se conocen dos lados y el ángulo comprendido por lo que para dar solución se sugiere aplicar la ley de los cosenos.

Actividad # 9:

1.9- Desde un punto de observación en nuestro centro se observa hacia Uñas la casa del profesor Héctor y la panadería bajo un ángulo de 22° , y desde un punto en la panadería se observa la casa de Héctor y la escuela bajo un ángulo de 60° . Si se conoce que desde la escuela a la casa de Héctor hay 3.5 km. ¿Qué distancia hay de la escuela a la panadería?

Comentario metodológico

Es estudiante después de realizar la figura de análisis debe reconocer que se conoce un lado y dos ángulos que sugieren aplicar la ley de los senos, pero los

ángulos conocidos no son los adyacentes al lado por lo que primero es necesario encontrar el otro ángulo por suma de ángulos interiores en el triángulo para luego llegar a la solución.

Actividad # 10:

1.10- Un pescador se encuentra en una cámara en la presa Santa Clara y observa el centro de pesca y nuestra escuela bajo un ángulo de 126° y a la vez equidista de ambos lugares. Si se conoce que la distancia de la escuela al centro de pesca es de 2120 m. ¿A qué distancia se encuentra el pescador de la escuela?

Comentario metodológico:

El estudiante después de realizar la figura de análisis debe reconocer que el triángulo es isósceles por lo que conociendo el ángulo principal se pueden encontrar los ángulos bases. En una primera vía puede determinar lo pedido aplicando la ley de los senos. En una segunda vía puede aplicar la ley de los cosenos respecto al ángulo principal y resolver una ecuación de segundo grado. En una tercera vía puede trazar una altura sobre el lado desigual y obtener dos triángulos rectángulos iguales donde puede aplicar razones trigonométricas para encontrar lo pedido.

Actividad # 11:

1.11- Un primer estudiante observa a un segundo distante de él 100 m, después de rotar 96° en sentido contrario a las manecillas del reloj, observa un tercer estudiante. Si se conoce que la distancia entre el primero y el tercero es $\frac{4}{5}$ de la distancia entre el segundo y el tercero. ¿Qué distancia hay entre el primer estudiante y el tercero y entre el segundo y el tercero?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis el estudiante debe conocer que basta con encontrar una de las distancias pedidas para encontrar la otra con un factor $\frac{4}{5}$. En segundo lugar solo se conoce un lado y un ángulo, pero poniendo un lado

desconocido en función del otro por la proporción dada se puede plantear la ley de los cosenos obteniéndose una ecuación de segundo grado que para resolverla hay que aplicar la fórmula del discriminante.

Actividad # 12:

1.12- Un estudiante situado en el área de viandas tropicales observa dos postes del tendido eléctrico y mide la distancia a la que está de ambos postes y la distancia entre ellos. Luego no recuerda los datos pero si recuerda que la distancia de él a ambos postes era $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$ de la distancia entre ambos postes respectivamente. ¿Bajo que ángulo el estudiante observa ambos postes?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis el estudiante puede darse cuenta que no tiene ningún dato ni de longitud de lados ni de amplitud de ángulos, pero si una proporción entre los tres lados del triángulo, por lo que designando el ángulo pedido se puede plantear la ley de los cosenos de forma general y despejar el coseno del ángulo donde se simplifican los factores desconocidos obteniéndose un valor numérico que permite decidir el valor del ángulo pedido.

Actividad # 13:

1.13- En el polígono de riego se quiere diseñar un área en forma de triángulo donde uno de sus lados mide 15 m y uno de los ángulos adyacentes a él es de 60° , los otros dos lados, uno (el opuesto al ángulo de 60°) es el doble del otro.

- a) Encuentra la longitud que deben tener los otros dos lados.
- b) Encuentra las amplitudes de los dos ángulos restantes.

Comentario metodológico:

Mediante la figura de análisis se puede observar que se conoce un lado y un ángulo pero hay una relación entre las longitudes de los otros dos lados por lo que planteando la ley de los cosenos se obtiene una ecuación de segundo grado

cuyas raíces se obtienen aplicando el discriminante que da la solución. Para encontrar los restantes ángulos se aplica la ley de los senos.

Actividad # 14:

1.14- En el proceso de reforestación en las áreas de centro se siembran tres cedros en forma de triángulo, la distancia del primer cedro al segundo es de 7,0 m y al tercero de 5,0 m y en el tercer cedro se forma un ángulo de 60° . ¿Cuál es la distancia entre el segundo y tercer cedro?

Comentario metodológico:

De la misma forma que en el anterior se puede aplicar la ley de los cosenos para resolver una ecuación de segundo grado o aplicar la ley de los senos para encontrar un segundo ángulo y por suma de ángulos interiores el tercero y aplicar de nuevo la ley de los senos para encontrar lo pedido.

Actividad # 15:

1.15- En una parcela rectangular se quiere reforestar con árboles maderables. Se surca con líneas paralelas entre sí y a los lados del rectángulo y en la primera carrera y en la cabeza del campo se siembra el árbol 1 (A1) y luego a una distancia de 13 m el árbol 2 (A2). En el segundo surco y despreciando una porción de la cabeza del campo se siembra el árbol 3 (A3) a 5,0 m del árbol 1 (A1) y a 12 m del árbol 2 (A2) y el árbol 4 (A4) a 4,0 m del árbol 3 (A3). Se conoce que desde el árbol 3 se ven el 2 y el 4 bajo un ángulo de $22,6^\circ$.

- a) Encuentra la distancia entre A2 y A4.
- b) Si el área determinada entre los 4 árboles es de $38,25 \text{ m}^2$ ¿A qué distancia se surcó el paño?
- c) ¿Cuántos metros se despreciaron al sembrar el primer árbol del según surco A3?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis se puede apreciar que se aplica la ley de los cosenos para determinar la distancia pedida. Aplicando la fórmula del área de

un trapecio se despeja para determinar la altura que es precisamente la distancia entre surcos. Se aplica el teorema de los catetos para, en el triángulo rectángulo $A_1A_2A_3$ determinar lo que se despeja en el surco 2.

Actividad # 16:

1.16- Un grupo de once grado, en su área, quiere construir un cantero de plantas ornamentales en forma circular y para ello usan un cordel de 125,6 m el cual se coloca en forma de circunferencia. Sobre la circunferencia se coloca la planta 1 (A_1), pero las plantas dos y tres (A_2 y A_3) se deben ver de A_1 bajo un ángulo de 45° y deben estar sobre la circunferencia. ¿A qué distancia quedan colocadas A_2 y A_3 entre sí?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis el estudiante debe percatarse que la longitud de la soga coincide con la longitud de la circunferencia por lo que aplicando la fórmula se puede encontrar el radio de la misma y luego aplicando la ley de los senos en la parte que tiene que ver con que la razón coincide dos veces el radio se puede determinar la distancia pedida.

Actividad # 17:

1.17- Un pescador le muestra a otro una atarraya que construyó y para ello la abre en el suelo. El otro pescador le pide que le diga el radio para construirse una igual, pero el otro se lo niega, inteligentemente marca sobre el suelo tres puntos A, B y C que quedan sobre el borde de la atarraya abierta. Después que su compañero se va mide la distancia entre los puntos obteniendo, $AB = 3,0$ m, $BC = 4,5$ m y $AC = 4,0$ m. ¿Determine el radio de la atarraya?

Comentario metodológico:

Después de realizar la figura de análisis el estudiante debe percatarse que el radio pedido corresponde a la circunferencia circunscrita al triángulo que determina los tres puntos marcados por el pescador y este elemento solo se relaciona en la ley de

los senos, pero para ello necesita un ángulo y la longitud del lado opuesto, el ángulo solo se puede determinar aplicando la ley de los cosenos ya que se domina la longitud de los tres lados.

II.2.2 Orientaciones metodológicas a los docentes para la aplicación de la propuesta

Para implementar estas actividades el docente debe tener en cuenta que este contenido corresponde a la unidad 2: Ecuaciones y funciones trigonométricas del programa de Matemática de onceno grado del preuniversitario, la misma posee 50 horas clases, siendo la más extensa de esta asignatura; este contenido se trabaja en el primer segundo periodo del curso. El subepígrafe destinado a la aplicación de la ley de los senos y cosenos y a la solución de problemas cuenta con siete horas clases, de ellas dos de nuevo contenido y cinco de ejercitación, es necesario mantener la retroalimentación de este tema durante todo el curso escolar por es un objetivo esencial en este grado.

En el programa de doce grado, en la unidad de sistematización se vuelve a ejercitar, que es uno de los más difíciles de aprender por los estudiantes del nivel medio superior. También es indispensable conocer que los estudiantes comienzan a recibir parte de este contenido en noveno grado, cuando resulten triángulos rectángulos y aplican las razones trigonométricas; esta temática se retoma en décimo grado y luego en onceno grado, siendo aquí donde se amplía a la resolución de triángulos cualesquiera aplicando la ley de los senos y los cocenos; estas dos leyes nos permiten resolver problemas en determinados momentos que no tienen otra vía de solución.

Los docentes son testigo de que en los preuniversitarios no hay libros de texto de décimo grado suficientes para entregarle uno a cada estudiante de onceno grado, además los nueve problemas que aparecen en el mismo no permiten desarrollar habilidades en la resolución de estos aplicando la ley de los seno y los cosenos, de ahí que fue necesario elaborar este material docente, el mismo cuenta con ejercicios de los tres niveles de asimilación. Los docentes deben tener en cuenta el comentario metodológico que se hace en cada problema para que le sea más fácil

llegar a los estudiantes a través de preguntas e impulsos que permitan una mejor comprensión del texto y puedan aplicar la vía de resolución correcta en cada caso. Es de vital importancia tener resumida en una esquina del pizarrón las fórmulas correspondientes a la ley de los senos y los cosenos, al menos a la hora de resolver los primeros ejercicios donde se aplicaran estas leyes, para que los estudiantes se percaten de cómo es que se aplica cada una en la resolución de los distintos problemas. Además se debe analizar detalladamente cada situación problémica para convencer a los estudiantes del por qué tenemos que aplicar en cierto ejercicio uno u otra ley o ambas si fuera posible.

Es determinante para el docente habituar al estudiante a modelar, mediante un esquema, la situación que plantea el problema de manera tal que permita una mejor comprensión del mismo y una fácil determinación de la estrategia a seguir en su resolución.

A pesar de que las 17 actividades están ordenadas en un orden de dificultad, determinado por el autor teniendo en cuenta las características individuales de sus estudiantes donde se aplicó el experimento, el docente que pretende extender este material a otro grupo de estudiantes debe adecuarlo, según su diagnóstico y las individualidades de ellos.

También es importante para el docente darle a este epígrafe el énfasis necesario de forma tal que dote al estudiante de una estrategia general para enfrentarse a la resolución de problemas de cualquier tipo, que constituyen objetivos de obligatoria inclusión en evaluaciones parciales, prueba final de onceno grado, prueba estatal de doce grado y de forma determinante en el examen de ingreso a la Educación Superior.

II.3 Conclusiones del material docente

La elaboración del presente Material Docente permite llegar a las siguientes conclusiones:

Las actividades diseñadas responden a los objetivos propuestos y han sido elaboradas sobre la base de situaciones problémicas presentadas en la vida cotidiana del entorno del estudiante y responde a los objetivos del onceno grado

referidos a las aplicaciones de la trigonometría. Con el fin de ponerlos en práctica se prepararon a los docentes con anterioridad.

La puesta en práctica de este material permitió elevar la preparación de los docentes para contribuir a la enseñanza de las aplicaciones trigonométricas en la resolución de problemas en los estudiantes de oncenno grado y el logro de cambios positivos en el modo de actuación de los estudiantes lo que contribuyó a potenciar el trabajo político e ideológico.

Es necesario tener en cuenta la caracterización de los estudiantes y su diagnóstico sistemático en el proceso de preparación de las actividades para de esa forma lograr que estas se correspondan con sus particularidades.

Las actividades presentadas han sido elaboradas atendiendo a los tres niveles de asimilación que se trabajan en la educación preuniversitaria, en la asignatura Matemática.

Las actividades se han diseñado a partir de los presupuestos de un proceso de enseñanza – aprendizaje que instruye, educa y desarrolla la personalidad de los estudiantes y que permite utilizar las potencialidades educativas de los problemas y de la asignatura Matemática.

II.4 Bibliografía del material docente

1. Abreu T., Luis Alberto. Procedimientos didácticos para el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2003.
2. Campistrous, L y otros. Matemática Décimo Grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2008.
3. Campistrous, L. y C. Rizo. Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 1996.
4. Friedman, L. M. y E. N. Turetski. ¿Cómo aprender a resolver problemas? Editorial Instrucción. Moscú. 1989.

5. Palacio P, J.(2000). Contextualización de Problemas Matemáticos. Impresión ligera. Holguín. Cuba. 2000.
6. Perdomo R., Oswaldo. Sistema de clases para favorecer el aprendizaje de ecuaciones fraccionarias en estudiantes de décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2011.
7. Polya, George. ¿Cómo plantear y resolver problemas? Editorial Trillas. México. 1986.
8. Problemas de trigonometría. [en línea]. Disponible en: <http://www.vitutor.com>. [Consulta: 5 de dic. 2012].
9. Ramírez G., Yoagny. Recomendaciones metodológicas para las clases de funciones lineales y cuadráticas en décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2010.
10. Rodríguez R., Dora Elia. Sistema de ejercicios para favorecer el aprendizaje de los alumnos de décimo grado al enfrentarse a la video clase de resolución de ecuaciones. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2008.
11. Sánchez R., Bartola Tomás. Propuesta de tareas docentes para favorecer el aprendizaje de la Matemática de los alumnos que se preparan para los exámenes de ingreso a la Educación Superior del municipio Mayarí. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2009.
12. Santos, L.M. Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. En Educación Matemática. Vol. 4 (2). Agosto. 1992.
13. Schoenfeld, A. H. Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Separata del libro “La enseñanza de la matemática debate”. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. 1985.
14. Trujillo D., Ricardo. Software Educativo para la ejercitación de la resolución de problemas de triángulos rectángulos en décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2000.

15. Zaldívar H., Marcia De la Caridad. Propuesta de ejercicios para la sistematización del contenido relativo a trigonometría en preuniversitario. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2010.

EPÍGRAFE III ANÁLISIS DE LA PERTINENCIA DE LA PROPUESTA DE ACTIVIDADES EN LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA

Para verificar la efectividad de la propuesta se aplicaron encuestas a estudiantes y docentes (ver anexos 1 y 2) antes y después de aplicada las actividades y se realizaron tablas y gráficas comparativas de ambos resultados. En este epígrafe se expone, en primer lugar el resultado del diagnóstico antes de aplicada la propuesta y en segundo lugar los resultados obtenidos tanto en estudiantes como docentes después de aplica la propuesta.

III.1 Estudio diagnóstico de la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes de onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez

En investigaciones realizadas en Cuba y otros países se proponen recomendaciones metodológicas para la realización de un aprendizaje desarrollador que hasta ahora no han resuelto las insuficiencias que al respecto subsisten en el nivel preuniversitario.

De la investigación realizada para este trabajo se determinó que constituye una prioridad la resolución de problemas dentro de la asignatura Matemática en el Preuniversitario y se constataron algunas insuficiencias que presentan los docentes en su preparación para la realización de la estimulación a la búsqueda de relaciones.

La búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas es una tarea compleja para los docentes, son insuficientes los resultados obtenidos.

En la investigación se siguió la tendencia a la búsqueda de respuestas a las interrogantes e insuficiencias existentes en torno a la temática. Para ello fueron aplicados diferentes métodos y técnicas empíricas de la investigación, para la búsqueda de información, y métodos estadísticos para su procesamiento.

Resultado del estudio con estudiantes

En el camino recorrido en busca de información imprescindible se recurrió al diagnóstico que permitiera un acercamiento al estado real de los estudiantes y desde él, modelar el deseado. Para ello se determinó la muestra, que

corresponde al C/M Edilberto Fonseca Rodríguez del municipio Gibara. Se trabaja con el octavo grado, los estudiantes oscilan entre 16 y 17 años. El punto de partida fue la caracterización de la preparación de los estudiantes en la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas a los que se le aplican encuestas (ver anexos).

En la primera encuesta aplicada a los estudiantes (ver anexo 1) de una muestra de 30 alumnos se obtuvieron los siguientes resultados:

En la pregunta número uno, solamente 3 estudiantes plantean que les gusta la matemática, lo que representa un 10 %, les gusta un poco 4 estudiantes para un 13,3 %, y a 23 estudiantes no les gusta la matemática, para un 76,6 %.

En la pregunta número dos al ordenar los contenidos por orden de preferencia el 0,1 % de estudiantes ubican la resolución de problemas en el tercer lugar, en el cuarto lugar la ubican un 86,6 % de estudiantes y solamente el 13,3 % la ubican en los dos primeros lugares.

En la pregunta número tres, el 27,0 % de estudiantes de la muestra plantea que les gusta resolver problemas, el 35,0 % no les gusta resolver problemas y al 38,0 % algunas veces les gusta resolver problemas.

En la cuarta pregunta el 39,0 % considera que no es importante buscar relaciones para resolver problemas, el 18,0 % plantea que es importante y el 43,0 % no sabe si es importante o no.

En la quinta pregunta el 79,0 % considera que la solución de problemas es importante para la vida, el 6,0 % que no y el 15,0 % no saben.

En la pregunta sexta el 97,0 % de los encuestados plantean que lo más difícil al resolver problemas es la comprensión del problema.

En la séptima pregunta el 95,0% plantea que a veces resuelven problemas en las clases de consolidación y el 5,0 % siempre.

En la octava pregunta el 8,0 % sabe buscar relaciones, el 82,0 % no sabe y el 10,0 % a veces.

Estos resultados son muestra de que, a pesar de la prioridad de la resolución de problemas en la Educación Preuniversitaria, persiste el insuficiente nivel de conocimiento de los estudiantes acerca de cómo resolver problemas y

específicamente en la búsqueda de relaciones. A ello se une la insuficiente preparación de los docentes, que evidencian el poco trabajo que se realiza con respecto a esta problemática.

El estudio diagnóstico realizado permitió conocer que:

1. Los estudiantes no poseen preparación para resolver problemas matemáticos con énfasis en la búsqueda de relaciones.
2. No se evidencia en los estudiantes motivación para la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas.
3. De igual modo su preparación para lograr la búsqueda de relaciones en la resolución de problemas matemáticos es muy baja, lo cual guarda relación con que no se aprecia la intencionalidad del docente para dar preparación a los estudiantes dentro de los turnos de consolidación sobre el tema.

Se considera cumplido el propósito: mostrar la situación actual de los estudiantes referido a la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas matemáticos, y conocer el grado de aceptación en los estudiantes de preuniversitario de este tema.

Resultado del estudio con docentes

El estudio se dirigió a la profundización de las necesidades de los docentes para lograr la preparación de los estudiantes acerca de la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas en los estudiantes de onceno grado, así como los aciertos y deficiencias en el desarrollo de esta tarea, para lo cual se seleccionó una muestra intencional, en la que aparecen representados 11 docentes.

En el estudio se plantearon indicadores de carácter general:

1. Grado de preparación y/o estado de los docentes para enfrentar la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas matemáticos desde el proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. Tratamiento metodológico desde la preparación que reciben desde el Departamento de Ciencias Exactas.

3. Temáticas en la que los docentes requieren recibir preparación para enfrentar la correcta conducción del aprendizaje a estudiantes en cuanto a la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas matemáticos.

Para la determinación de información teniendo en cuenta los indicadores propuestos se aplicó una encuesta (anexo 2). La cual estuvo conformada por preguntas a través de las cuales se obtuvieron resultados valiosos.

En la pregunta número uno solamente el 10 % de ellos plantea que le gusta la matemática, el 90 % dice que no.

En la pregunta dos el 75 % plantea que no sabe resolver problemas, el 15 % plantea que sabe resolver algunos problemas y solamente el 10 % considera que sabe resolver problemas.

En la pregunta tres el 90 % plantea que no aprende a resolver problemas a través de las video-clases de matemática, el 10 % que si aprenden.

En la pregunta cuatro el 70 % plantea que dan de una a cuatro clases de consolidación y el 30 % que dan las cinco clases de este tipo a la semana.

En el inciso a) plantea el 20 % que le dan salida a la solución de problemas en todas las clases de consolidación, el 60 % en algunas y el 20% en ninguna.

En la pregunta cinco el 70 % ubican a la resolución de problemas en el cuarto lugar, el 20 % ubican a la resolución de problemas en el tercer lugar y el 10 % ubican a la resolución de problemas en los dos primeros lugares.

En la pregunta seis el 60 % no conoce los pasos metodológicos para la solución de problemas matemáticos, el 40 % conoce los pasos metodológicos para la solución de problemas matemáticos.

En la pregunta siete el 90 % no conoce en qué fase de la solución de problemas matemáticos deben buscar relaciones y el 10 % lo conoce.

En la octava pregunta el 40 % conoce cómo buscar relaciones en problemas matemáticos, el 40 % no conoce cómo buscar relaciones en problemas matemáticos, y el 20 % a veces sabe buscar relaciones en problemas matemáticos.

Existen dificultades en cuanto al nivel de conocimiento de los docentes sobre la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas matemáticos dentro

del proceso enseñanza-aprendizaje. Se hace evidente que en el proceso no se trabajan las potencialidades de los contenidos que desarrolla el profesor general integral para el correcto trabajo con este tema.

Un elemento importante es el dominio de los documentos que tratan estos contenidos, aprovechando sus potencialidades. Esto constituye una de las dificultades en el centro, lo que se evidencia en el dominio que los docentes de la muestra expresan poseer sobre estos elementos donde el 26,4% se ubica en la categoría de preparado y 73.6 % de no preparado.

Estos resultados están motivados, fundamentalmente, por el poco tratamiento metodológico que se da a la temática fundamentalmente en la escuela. Estas insuficiencias se muestran en el poco tratamiento del tema en los entrenamientos metodológicos conjuntos.

Esto influye, de alguna manera, en que en los análisis metodológicos que se le realizan a las unidades no respondan a la solución de las dificultades en torno a la temática. Según opiniones de los docentes la actividad que más favorece a su preparación para enfrentar la problemática constituye la autosuperación. Sin embargo las acciones que realiza el Jefe de Departamento debería ser la que más aporta a la preparación de los docentes y esto no ocurre de este modo la mayoría de los profesores generales coinciden en que no constituye objetivo principal de la preparación metodológica.

El estudio realizado a docentes permitió la determinación de las siguientes regularidades:

- La búsqueda de relaciones no se tiene como estrategia de trabajo en la resolución de problemas que permita el cumplimiento de las exigencias de las transformaciones de la Educación Preuniversitaria.
- Existen insuficiencias en la preparación metodológica de los docentes, perdiendo valor las eminentes potencialidades de las preparaciones de asignaturas por parte del Jefe de Departamento al no dirigirse a la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas matemáticos.
- Falta de sistematicidad y fundamento en las visitas de ayuda metodológica, en exigir en cómo enseñar a los estudiantes a buscar relaciones dentro de la

solución de problemas en muchos de los casos, no utilizan en clases los problemas o actividades que conlleven a la búsqueda de relaciones.

- Se hace necesaria la preparación de los docentes para la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas, por lo que debe profundizar en cuanto a:
 1. Caracterización y diagnóstico como parte del perfeccionamiento del proceso docente–educativo.
 2. Preparación para enseñar a los estudiantes a buscar relaciones dentro de la resolución de problemas desde las potencialidades del programa de onceno grado dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

III.2 Resultados en la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos relacionados con la aplicación de la trigonometría en los estudiantes de onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez después de aplicada la propuesta

Es importante destacar que el grupo de la muestra es de rendimiento promedio, 5 son de alto rendimiento, 19 promedio y 6 de bajo académico. Realizando un estudio comparativo antes y después de aplicarles las actividades se pudo comprobar que se alcanzaron los resultados esperados de estudiantes aprobados (ver anexo 3):

Aplicaron de las actividades	Septiembre 2010-2011	Enero 2010-2011	Mayo 2010-2011
Cantidad de aprobados	2	12	27

Se realizó una comprobación con respecto a la motivación en intereses de los estudiantes por la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas matemáticos y se alcanzaron lo siguiente resultados después de puesta en práctica la propuesta (ver anexo 4):

Requisitos	Si	No	A veces
¿Le gusta resolver problemas?	27	1	2
¿Sabes buscar relaciones en la solución de problemas?	27	2	1
¿Trabajas en el aula ejercicios donde necesitas buscar relaciones?	30	-	-

Al constatar los resultados de la encuesta de entrada y de salida (ver anexo 2) a los docentes se llegan a los siguientes resultados y conclusiones parciales, en cuanto a los siguientes aspectos:

- 1- Conocimientos sobre la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas matemáticos.
- 2—Dominio del contenido metodológico para enseñar a sus estudiantes a buscar relaciones para resolver problemas matemáticos.
- 3-- Preparación para darle salida a la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas en las clases de consolidación.

Se alcanzaron los siguientes resultados demostrándose la efectividad de las actividades.

Aspectos	Mucho		Medianamente		Poco	
	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
1	8.2%	81.8%	19.2%	9.1%	72.6%	9.1%
2	18.2%	90.9%	9.1%	9.1%	72.7%	-
3	9.1%	90.9%	18.2%	9.1%	72.7%	-

Se aprecia búsqueda de relaciones en la solución de problemas matemáticos desde el proceso de enseñanza aprendizaje con las clases de consolidación de matemática, donde se sitúa al estudiante como elemento activo dentro del proceso.

El análisis comparativo de los resultados obtenidos en la aplicación de los métodos empíricos y sus correspondientes instrumentos de entrada y salida permitió corroborar la transformación positiva del objeto seleccionado y demostrar la efectividad y pertinencia de la propuesta de actividades de la práctica pedagógica.

Después de aplicar las actividades a las muestra se pudo constatar .

En los estudiantes:

1. Ha aumentado el interés por la asignatura matemática, con énfasis en la solución de problemas.
2. Tienen conocimientos sobre la búsqueda de relaciones dentro de la resolución de problemas matemáticos.
3. Resuelven en las clases de consolidación problemas donde buscan relaciones con mayor facilidad.
4. Los resultados de las evaluaciones a nivel de escuela donde se aplicó problemas, fueron alentadores.

En los docentes:

1. Aumentó el conocimiento y motivación por la búsqueda de relaciones dentro de los problemas matemáticos.
2. Mayor preparación en contenido para darle salida a través de las clases de consolidación de matemática.
3. Mayor satisfacción por los resultados alcanzados en el aprendizaje de sus estudiantes en cuanto a la resolución de problemas.

CONCLUSIONES

De los resultados de la investigación realizada se concluye lo siguiente:

La resolución de problemas matemáticos, en su función de medio y fin del aprendizaje, constituye una actividad compleja e integral que requiere, entre otros elementos descritos en el Epígrafe I, del nivel de comprensión del resolutor, estos factores se complementan mutuamente, y dependen a su vez de otras variables; por esta razón, con la propuesta, no se pretende resolver las dificultades que existen en cuanto a la búsqueda de relaciones en los problemas, sino incidir positivamente en este aspecto que se considera fundamental en el proceso de la actividad. La aplicación de la propuesta de actividades en la escuela es ventajosa y delimita las siguientes conclusiones:

1. El análisis epistemológico realizado reafirma como sustentos teóricos metodológicos, la orientación educativa y las concepciones metodológicas vigentes en la práctica pedagógica del Preuniversitario actual en la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos.
2. El diagnóstico efectuado permitió comprobar las insuficiencias que existen en relación con la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos desde el proceso de Enseñanza - Aprendizaje por la pobre preparación teórica y metodológica de los docentes muestreados.
3. Se elabora una propuesta de actividades con acciones desarrolladoras para favorecer la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos en los estudiantes de onceno grado del C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.
4. Los resultados obtenidos de los estudiantes dan cuenta de la pertinencia de la propuesta de actividades en la práctica pedagógica para favorecer la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos el C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.

RECOMENDACIONES

De acuerdo con las conclusiones anteriormente expuestas y la importancia del tema investigado en la práctica pedagógica se plantean las siguientes recomendaciones generales:

- Extender la validación en la práctica escolar de la propuesta a otros grados y enseñanzas.
- Realizar investigaciones acerca de la aplicación de la propuesta para la solución de los problemas matemáticos docentes en los diferentes grados de la enseñanza general.
- Continuar profundizando en la influencia de la utilización de la propuesta de actividades en otros aspectos que intervienen en el proceso de resolución de problema como: la motivación, las tendencias ejecutivas y las creencias.

BIBLIOGRAFÍA

1. Abdulina, O. A. La preparación pedagógica general del maestro en el sistema de instrucción superior pedagógica. Moscú. 1984. (Traducción).
2. Abreu T., Luis Alberto. Procedimientos didácticos para el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2003.
3. Acuña Soto, Claudia. Por una Geometría más formativa, mostremos antes de demostrar en Matemática Educativa. México. 1989.
4. Agelvis Márquez, Pablo Arley. Aula Virtual, complemento educativo en el Liceo Bolivariano Luis Castro, Boca del río, Península de Macano. Estado Nueva Esparta. Tendencias y problemas de la educación. <http://www.eaea.org> . CEALF. 2007.
5. Aguayo, Alfredo y H. Amores: Pedagogía. 5. edición. La Habana 1945.
6. Amaya de Ochoa, Graciela. Dificultades del aprendizaje y el razonamiento matemático del niño en edad escolar. Revista Estudios educativos # 20. Medellín. Primer semestre, 1984.
7. Arrieta Gallastegui, J.J. La resolución de problemas y la educación matemática: Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. En Enseñanza de las Ciencias. 7(1). Febrero. España. 1989.
8. Ballester, S. y otros. Metodología de la enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. Tomo 1. Ciudad de La Habana. 1992.
9. Ballester, Sergio y C. Arango: Cómo consolidar conocimientos matemáticos. Editorial Academia. Ciudad de la Habana. 1995.
10. Ballester, Sergio. Cómo sistematizar los conocimientos matemáticos. Editorial Academia. Ciudad de la Habana. 1995.
11. Barrón Ruiz, A. Aprendizaje por descubrimiento: principios y aplicaciones inadecuadas. En Enseñanza de las Ciencias. Vol. 11 (1). Barcelona. Marzo. 1993.

12. Bermúdez, R. y M. Rodríguez. Teoría y Metodología del aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1996.
13. Blauberg, I. V. y otros. Systems theory, philosophical and methodological problems. Editorial Progreso. 1977.
14. Brito, Héctor y otros. Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa teórica, metodológica y práctica. Boletín informativo. CDIP, ISP "Frank País García". 1990.
15. Brueckner, L. y G. Bond. Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje. Edición revolucionaria. La Habana. 1968.
16. Bruner, Jerome. Acción, pensamiento y lenguaje. Compilación. Alianza Editorial. Madrid. 1989.
17. Burns, Cecile G. Resolver problemas: el mejor componente del curriculum. Revista Universitas 2000 # 4. Venezuela.
18. Campistrous, L. y otros. Matemática. Orientaciones metodológicas 10. grado. Editorial Pueblo y Educación. 1989.
19. Campistrous, L. y C. Rizo. Aprende a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 1996.
20. Campistrous, L. y C. Rizo. Aprender a resolver problemas aritméticos. En Memorias de la 8. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa. Costa Rica. 1994.
21. Campistrous, L y otros. Matemática Décimo Grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 2008.
22. Cárdenas Puing, Rosa Alicia. El tratamiento a la Lengua Materna desde la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario. Material docente en opción al título de máster en ciencias de la educación. ISP Enrique José Varona. La Habana. Cuba. 2011.
23. Carl Rogers. Libertad y Creatividad en la Educación. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba. 1982.
24. Coll, César. Aprendizaje significativo y ayuda pedagógica. En Cuadernos de Pedagogía 168. 4. edición. Barcelona. 1990.

25. Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos de Norteamérica (NCTM): Estandares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Edición de Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". 1991.
26. Contreras Vidal, Jorge Luis. Estrategia para la elaboración de tareas integradoras en el área de las Ciencias Naturales. Tesis doctoral. La Habana. Cuba. 2011.
27. Cruz Hernández, Teresa. Ejercicios para favorecer la preparación de los estudiantes para ingresar al IPVCE. Tesis en opción al título de máster en ciencias de la educación. ISPH José de la Luz y Caballero. Holguín. Cuba. 2009.
28. Cruz. M. "Estrategia Metacognitiva en la formulación de problemas para la Enseñanza de la Matemática". Tesis Doctoral. ISP Holguín 2002.
29. Cuba. Ministerio de educación. Programa de once grado. _La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 2005.
30. Davydov, V. V. Contenido y estructura de la actividad de aprendizaje de los alumnos. En Educadores del mundo. Berlín. 1981.
31. Davydov, V. V. Tipos de generalización en la enseñanza. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982.
32. Del Río Sánchez, J. y otros. Análisis comparado del currículo de Matemáticas en Iberoamérica (nivel medio). Mare Nostrum. Ediciones Didácticas. S. A. Madrid. 1992.
33. Dubinsky, Ed. El aprendizaje cooperativo de las Matemáticas en una sociedad no cooperativa. En Revista Cubana de Educación Superior No 2-3. CEPES. Universidad de La Habana. 1996.
34. Fortuny Aymery, Josep Ma. Información y control en la educación matemática. Revista Educar # 17. Barcelona. 1990.
35. Friedman, L. M. y E. N. Turetski. ¿Cómo aprender a resolver problemas? Editorial Instrucción. Moscú. 1989.
36. Friedman, L. M. Metodología para enseñar a resolver problemas matemáticos. En Matemática en la escuela # 5. Moscú. 1991.

37. Galperin, P. Ya. Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1986.
38. Garcés, C. W. Desarrollo de Modo de actuación para el trabajo con sistemas de Tareas en la formación inicial del profesor de Matemática. Tesis en opción al título de Doctor en ciencias pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero, Holguín, Cuba 2003.
39. García Venero, M. Metodología para el logro de un aprendizaje significativo. En Tecnología y Comunicación Educativa. Año 4 (14). México. Octubre. 1989.
40. García-Vera, A.B. Fundamentación de un método de enseñanza basado en la resolución de problemas. Revista de Educación # 282. 1987.
41. Gascón, J. El papel de la resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática. Vol. 6. N0 3. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Diciembre, 1994.
42. González, F.E. Trascendencia de la resolución de problemas de Matemática. Revista Paradigma, Vol. VIII, # 2. Venezuela. Diciembre, 1987.
43. González, H.E. Un criterio para clasificar habilidades matemáticas. Educación Matemática. Vol. 5. No 1. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Abril 1993.
44. Guzmán, M. Tendencias innovadoras en educación matemática. Olimpiada Matemática Argentina. 1992.
45. Hidalgo Guzmán, José L. Aprendizaje operatorio. Ensayos de teoría pedagógica. Casa de la Cultura del maestro mexicano, A. C. 1992.
46. Jungk, Werner. Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tres partes. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982.
47. Kilpatrick, Jeremy. Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la Matemática. Revista Educar # 17. Barcelona. 1990.
48. Krutietski, V. A. Cuestiones generales sobre la estructura de las capacidades matemáticas. En Antología de la Psicología pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1986.

49. Labarrere, Alberto. Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1988.
50. Labarrere, Guillermina y G. Valdivia. Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1990.
51. Majmutov, M. I. La enseñanza problémica. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1983.
52. Márquez Rodríguez, Aleida. Sistema teórico - metodológico para la formación de habilidades. Material impreso. ISP "Frank País García". 1991.
53. Martínez, Graciela. El tránsito de la formación de conceptos matemáticos primarios a la solución de problemas aritméticos en niños de edad preescolar mayor a edad escolar menor. Revista Cubana de Psicología. Vol. 1 # 2. 1984.
54. MINED. Estado actual y proyección de la enseñanza de la asignatura Matemática. Informe a la reunión de la Comisión Nacional de Matemática. Ciudad de la Habana. Octubre. 1993.
55. MINED. Informe del trabajo realizado por la Comisión de Matemática en el diagnóstico del estado de la enseñanza de la Matemática. Ciudad de la Habana. Abril - Junio. 1991.
56. MINED. Matemática. Proyecto. Concepción general de la asignatura en el subsistema de la educación general, politécnica y laboral. Folleto. 1987.
57. MINED. Metodología de la enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. Primera Reimpresión. Ciudad de la Habana. 1982.
58. Miranda, D. "Una estrategia para la comprensión de los problemas matemáticos en el segundo ciclo de la enseñanza primaria". Tesis en opción al título de máster en Didáctica de la Matemática ISP Holguín, 2005
59. Mitjans, A. Creatividad, Educación y Personalidad. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1995.
60. Montealegre, Rosalía. La actividad comunicativa y el papel regulador del lenguaje en el niño. Cuadernos de Psicología. Vol. 12, # 1. 1992.

61. Moreno, L. G. Waldegg. Constructivismo y Educación Matemática. Educación Matemática. Vol. 4. No 2. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Agosto, 1992.
62. Müller, H.: El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Folleto. ISP "Frank País García". 1987.
63. Nocedo de León, Irma. Metodología de la Investigación Educativa II Parte, Irma, Nocedo de León I... (et. al). _ La Habana. Editorial: Pueblo y Educación, 2002.
64. Palacio P, J.(2000). Contextualización de Problemas Matemáticos. Impresión ligera. Holguín. Cuba. 2000.
65. Peltier, Marie-Lise. Una visión de la Didáctica de las Matemáticas en Francia. Educación Matemática. Vol. 5 (2). Grupo Editorial Iberoamérica. México. Agosto, 1993.
66. Perdomo R., Oswaldo. Sistema de clases para favorecer el aprendizaje de ecuaciones fraccionarias en estudiantes de décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2011.
67. Piaget, J. La enseñanza de las Matemáticas. Madrid. 1968.
68. Polya, George. ¿Cómo plantear y resolver problemas?. Editorial Trillas. México. 1986.
69. Problemas de trigonometría. [en línea]. Disponible en: <http://www.vitutor.com>. [Consulta: 5 de dic. 2012].
70. Ramírez G., Yoagny. Recomendaciones metodológicas para las clases de funciones lineales y cuadráticas en décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2010.
71. Rebollar, A. y otros. Estudio de la habilidad para resolver problemas matemáticos en la escuela media. Informe de investigación. Santiago de Cuba. 1993.
72. Reyes Hernández, Julio César. La evaluación de la Matemática en el contexto de los liceos Bolivarianos. <http://www.lcv.org> .au /disabilityarticle.shtml. Ven 2011.

73. Reyes Yonky, Yoanki. Actividades para favorecer la resolución de problemas en los alumnos que optan por EMC. Trabajo de diploma en opción al título de licenciado en la especialidad de Matemática. ISPH José de la Luz y Caballero. Holguín. Cuba. 2011.
74. Ricardo Corrales, Enisbel. Sistema de ejercicios para la resolución de problemas matemáticos en octavo grado. Tesis en opción al título de Máster en Ciencias de la Educación. Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero. Holguín. Cuba. 2009.
75. Río. J del; Hernández, L. Y. y Rodríguez, M. J. Análisis comparado del currículo de la Matemática (nivel medio) en Iberoamérica. Mare Nostrum. Ediciones Didácticas, S. A. Madrid. 1992.
76. Rizo, Celia: La formación de habilidades y capacidades en la enseñanza de la Matemática. Revista Educación # 13. Enero - Junio. 1983.
77. Rodríguez Hung, Teresa. Enfoque sistémico en la dirección de la asimilación de los conceptos básicos de la disciplina Matemática. Tesis de grado. Ciudad de la Habana. 1991.
78. Rodríguez R., Dora Elia. Sistema de ejercicios para favorecer el aprendizaje de los alumnos de décimo grado al enfrentarse a la video clase de resolución de ecuaciones. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2008.
79. Sánchez R., Bartola Tomás. Propuesta de tareas docentes para favorecer el aprendizaje de la Matemática de los alumnos que se preparan para los exámenes de ingreso a la Educación Superior del municipio Mayarí. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2009.
80. Santaló, L. y otro. La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia. Tratado de Educación Personalizada. Ediciones RIALP, S. A. Madrid, 1994.
81. Santos Marín, Norma. Sistema de habilidades lógicas relacionadas con los conceptos y los teoremas en la Matemática de las Ciencias Técnicas. Tesis de grado. Universidad Central de Las Villas. 1985.

82. Santos, L.M. Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. En Educación Matemática. Vol. 4 (2). Agosto. 1992.
83. Schoenfeld, A. H. Ideas y tendencias en la resolución de problemas. Separata del libro "La enseñanza de la matemática debate". Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. 1985.
84. Schoenfeld, A. H. Learning to think mathematically. Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. Universidad California. Octubre. 1991.
85. Schoenfeld, A. H. Mathematical Problem Solving. Academic Press INC. California. Estados Unidos. 1985.
86. Seminario nacional para educadores 2012.
87. Sigarreta, J. M. Incidencia del Tratamiento de los Problemas Matemáticos en la Formación de Valores. Tesis en opción al grado científico de Doctor en ciencias pedagógicas, Instituto Superior José de la Luz y Caballero, Holguín, Cuba, 2001.
88. Sowder, L. La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas. National Council of Teachers Mathematics. Vol. 3. USA.2001.
89. Talizina, N. Psicología de la enseñanza. Editorial Progreso. Moscú. 1988.
90. Thomas A, Romberg: Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas. En Enseñanza de las Ciencias. Vol. 11 (1). Barcelona. Marzo. 1993.
91. Torres, Paul. La enseñanza problémica de la Matemática de nivel medio general. Tesis de grado. Ciudad de la Habana. 1993.
92. Trujillo D., Ricardo. Software Educativo para la ejercitación de la resolución de problemas de triángulos rectángulos en décimo grado. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2000.
93. Valencia, Teresita. ¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento durante la clase? Revista Educación # 64. Enero - Marzo. 1987.

94. Velázquez de Castro, M. Habilidades para el aprendizaje. En Comunidad escolar. Vol. 12 (450). Madrid. Abril 1994.
95. Vigotski, L. S. Pensamiento y lenguaje. Edición revolucionaria. La Habana. 1968.
96. Zaldívar H., Marcia De la Caridad. Propuesta de ejercicios para la sistematización del contenido relativo a trigonometría en preuniversitario. Universidad de Ciencias Pedagógicas José de la Luz y Caballero. Holguín. 2010.
97. Zabala, A. El enfoque globalizador. En Cuadernos de Pedagogía # 168. 4. edición. Barcelona. 1990.

ANEXO 1

Encuestas realizadas a estudiantes de oncono grado

Objetivo: Conocer la motivación y dominio sobre la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos como contenido importante dentro de la asignatura Matemática.

Estimado estudiante:

Nos encontramos realizando una investigación con el fin de perfeccionar la enseñanza y el aprendizaje de las asignaturas que están estudiando. Su opinión es muy valiosa para los resultados que se logren, por lo que le solicitamos responder sinceramente las preguntas que a continuación relacionamos. Gracias por su colaboración.

1- Le gusta a usted la matemática. Si-----no----un poco----

2- Ordene de acuerdo con su preferencia los contenidos matemáticos , colocando en el espacio en blanco un número 1 para la que más prefiera, un número 2 para la siguiente en el orden de preferencia y así sucesivamente hasta llegar al número 5.

Geometría----- Cálculo numérico----- Resolver problemas-----
Resolver ecuaciones ----- Trigonometría-----

3- Le gusta resolver problemas. Si---no---- algunas veces-----

4- Será importante saber buscar relaciones para resolver problemas. Si--- no--- no sé-----

5- ¿Consideras importante la solución de problemas para la vida? Si-----no-----no sé-----

6-¿Qué consideras más difícil para ti al resolver un problema?

7- ¿Resuelves problemas en las clases de consolidación de matemática? siempre----- nunca----- a veces-----

8- ¿Sabes buscar relaciones en los problemas matemáticos? Si---no---- a veces---

ANEXO 2

Encuestas para Docentes

Objetivo: Conocer el estado actual de la búsqueda de relaciones en los problemas matemáticos desde el proceso de enseñanza-aprendizaje en el C/M Edilberto Fonseca Rodríguez.

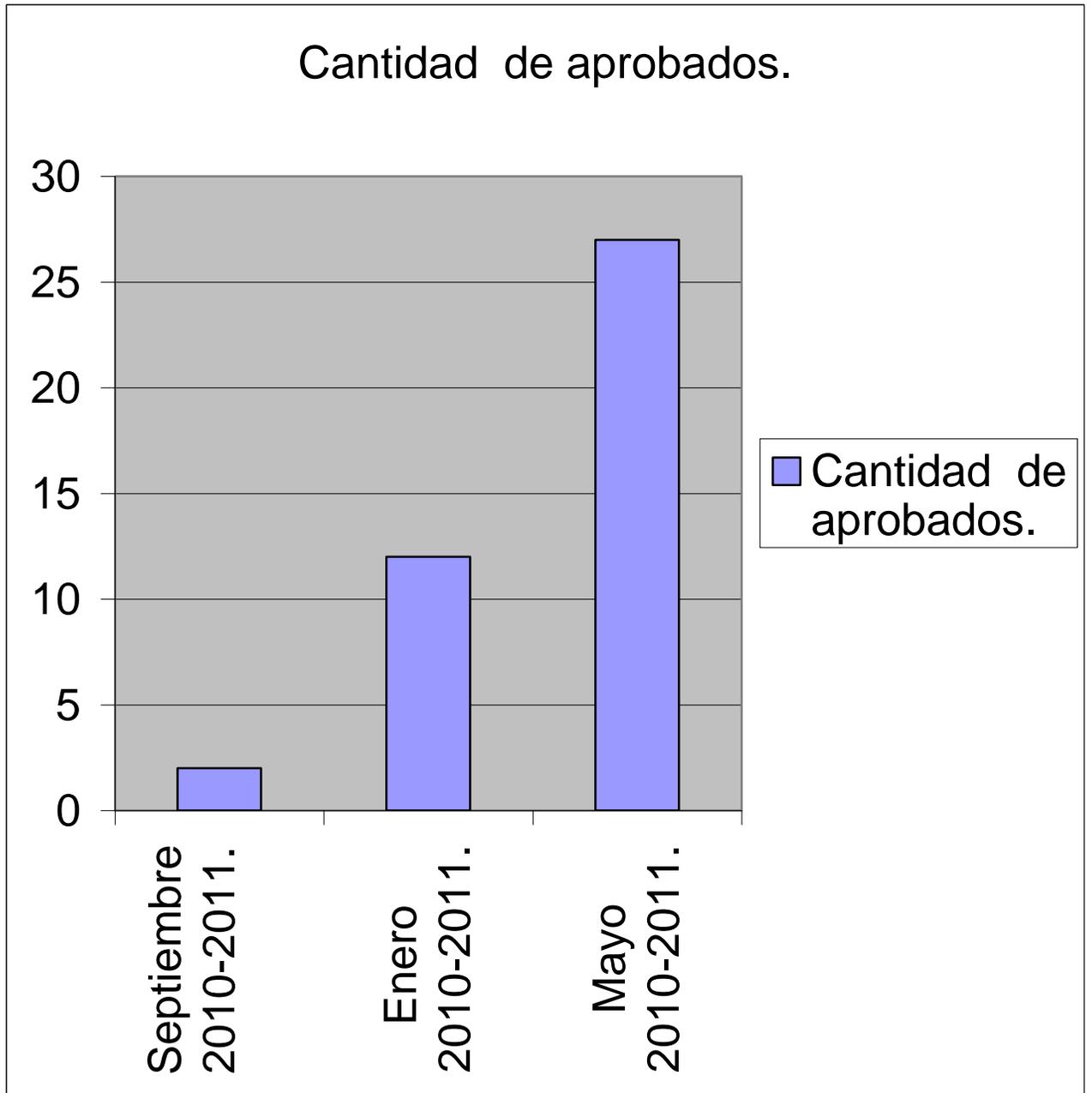
Estimado docente:

Nos encontramos realizando una investigación con el fin de perfeccionar la enseñanza y el aprendizaje de la asignatura Matemática que Ud. imparte. Su opinión es muy valiosa para los resultados que se logren por lo que le solicitamos responda sinceramente las preguntas que a continuación relacionamos. Gracias por su colaboración.

- 1- ¿Le gusta impartir la asignatura matemática? Si----- no----- a veces -----.
- 2- ¿Considera que sabe resolver problemas matemáticos? Si-----no----- algunos----
- 3- ¿Cuántas clases de consolidación de matemática imparte en la semana? -----
 - a) ¿En cuántas de ellas le da salida a la solución de problemas? todas----- algunas-----ninguna-----
- 4- Ordene los contenidos que imparte en Matemática de acuerdo con su preferencia use la escala del 1 al 5.
Geometría----- Cálculo numérico----- Resolver problemas-----
Resolver ecuaciones ---- Trigonometría-----
- 6- ¿Conoces los pasos metodológicos para la solución de problemas matemáticos? Si -----no-----
- 7- ¿Domina en qué fase de la solución de problemas debe buscar relaciones? Si-----no-----
- 8- ¿Sabe cómo buscar relaciones en los problemas? Si--- no--- a veces-----
- 9- ¿Cómo considera el aprendizaje de los estudiantes con la utilización de los problemas matemático recibido? ----- Bueno----- regular ---- malo.

ANEXO 3

Resultado comparativo que evidencian los resultados de la puesta en práctica de la propuesta pedagógica durante el curso escolar.



ANEXO 4

Resultados de la comprobación realizada después de la puesta en práctica la propuesta en cuanto a la motivación en intereses de los estudiantes por la búsqueda de relaciones dentro de la solución de problemas matemáticos .

Aspectos:

1°-Le gusta resolver problemas.

2°- Sabe buscar relaciones en la solución de problemas.

3°-Trabaja en el aula ejercicios donde necesitas buscar relaciones.

