

La enseñanza de la Matemática por investigación orientada.

Autores:

Yudeisy Cudina Guerrero

yudeisy@ucp.ho.rimed.cu

Hernán Hernández Díaz

hernan@ucp.ho.rimed.cu

Mauro José García Martínez

migarcia@ucp.ho.rimed.cu

Resumen

En el presente trabajo se describen las estrategias de enseñanza para un aprendizaje por investigación orientada; se ilustra un cuadro resumen que contiene una comparación sintética entre las acciones fundamentales que realiza un científico durante el desarrollo de su labor investigativa y las que debe acometer un estudiante en el proceso de aprendizaje de las ciencias en el contexto escolar; se abordan los requisitos generales que debe cumplir un sistema de tareas para propiciar que el alumno se involucre en la actividad investigadora; y se muestra un sistema de tareas como ejemplo de aplicación de las estrategias de enseñanza para un aprendizaje por investigación orientada. La aplicación de esta vía para la enseñanza de la Matemática le brinda al alumno la posibilidad de desarrollar sus capacidades para examinar, controlar y evaluar el resultado de su propio pensamiento.

Palabras claves: Matemática, investigación orientada, sistema de tareas, estrategias de enseñanza.

Summary

The current paper describes the teaching strategies for research guided learning. To accomplish that, a comparative frame is presented with the comparison between the actions carried out by scientists while they develop scientific work and those the students should do while learning. The paper also deals with the traits that any learning tasks system should accomplish to make it possible that students get involved in researching, which is provided by means of an example. The implementation of such a means for mathematics teaching could provide students with the possibility to develop their capacities to examine, control and evaluate their own thinking process.

Key words: Mathematics, research guided, taskssystem, teaching strategies.

El nuevo modelo de Secundaria Básica que se implementó en Cuba, trajo como consecuencia cambios en todos los ámbitos educativos, revolucionando en su totalidad la visión que del proceso de enseñanza-aprendizaje se tenía por parte de nuestros docentes.

La concepción de un profesor general integral de Secundaria Básica que enfrentara la casi totalidad de las asignaturas y atendiera 15 estudiantes, el sistema de video-clases y tele-clases, la incorporación de la computación como medio y herramienta, el uso de los demás Programas de la Revolución, entre otros, promovieron una transformación radical en el desarrollo del proceso.

El aprendizaje de la ciencia, como actividad sociocultural, supone la adquisición por los alumnos de ciertos conocimientos y habilidades, pero también de determinada experiencia en la actividad investigadora, de actitudes y valores, con la particularidad, además, de que estos elementos deben estar actualizados hasta estos días. Ellos tienen importancia, cualquiera que sea el nivel de enseñanza de que se trate, con mayor trascendencia en la enseñanza de la Secundaria Básica.

En la práctica no siempre se aplica la actividad investigadora en la enseñanza de la Matemática; con frecuencia se antepone a esta la mera información de conocimientos ya elaborados, por lo que estos autores afirman que en ella se abordan fundamentalmente dos vías para su enseñanza:

- Una es enseñar informando, por ejemplo explicando un concepto o tratando que se comprendan los pasos de la demostración de un teorema o ejemplificando un procedimiento.
- La otra es enseñar orientando o dirigiendo el descubrimiento, estimulando la búsqueda de las características esenciales de un concepto o de la idea de la demostración de un teorema o de las indicaciones para establecer una sucesión con carácter algorítmico.

¿Cuál de estas vías es más desarrolladora?

La selección de la vía adecuada depende de los objetivos a lograr, de las características del contenido a tratar, de las condiciones y nivel de desarrollo del colectivo estudiantil y del desarrollo de las habilidades profesionales del docente que dirige el aprendizaje, entre otros elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Con frecuencia, la primera vía es la que prevalece en la enseñanza de la Matemática, lo que estos autores consideran inadecuado, pues su aplicación de forma indiscriminada conduce a un aprendizaje receptivo y memorístico que en la mayoría de los casos acaba en el olvido.

La discusión sobre el tema no es nueva, por lo que dichos autores asumen que no se trata de enseñar un resultado, sino de enseñar a encontrarlo, aplicando procedimientos heurísticos; por tanto la enseñanza de la Matemática por investigación orientada es esencialmente necesaria para que perduren los conocimientos, habilidades y capacidades sobre conceptos, teoremas o procedimientos en la mente de los individuos.

La Resolución Ministerial 210/2007 expresa con claridad los tipos fundamentales de trabajo investigativo a realizar por los estudiantes, que son: *trabajo de curso, trabajo de diploma e investigación extracurricular*.¹

Los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica, desde el primer año intensivo han recibido la Metodología de la Investigación Educativa que los ha preparado como futuros profesionales. La realización de la práctica laboral responsable ha posibilitado la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos.

Los estudiantes han tenido la oportunidad de participar activamente como autores y/o ponentes en diversos eventos científicos organizados desde la base y los convocados por la Universidad de Ciencias Pedagógicas, tales como: Fórum, Pedagogía, ENCE, INTERCES, talleres sobre las transformaciones de la Secundaria Básica, COMPUMAT y otros.

Conscientes de que la asimilación cognoscitiva de la materia de aprendizaje se logra en gran medida con las acciones pedagógicas de los profesores, se ha impuesto la necesidad de actualizar y profundizar sus conocimientos, renovar sus métodos, aspirar a ser expertos en el proceso de enseñanza-aprendizaje para desarrollar las capacidades, habilidades, hábitos y formación de valores, pues ellos deben aplicar de forma creadora sus propias experiencias y otras de avanzada, así como la ciencia y la tecnología para estimular siempre la zona de desarrollo próximo, teniendo en cuenta las condiciones reales y objetivas.

La investigación pedagógica juega un papel importante para alcanzar los objetivos formativos previstos. Según autores cuya cita aparece en la próxima página, *“la estrategia de enseñanza para un aprendizaje como investigación dirigida debe contemplar las siguientes acciones:*

1. *Plantear situaciones problemáticas que, teniendo en cuenta las ideas, visión del mundo, instrumentaciones y actitudes de los alumnos y alumnas, generen interés y proporcionen una concepción preliminar de la tarea.*

¹ Cuba. Ministerio de Educación. Resolución Ministerial N°.210/2007, [s. p.].

2. *Proponer a los estudiantes el estudio cualitativo de las situaciones problemáticas planteadas y la toma de decisiones, con la ayuda de las necesarias búsquedas bibliográficas, para acotar y precisar el problema (ocasión que se aprovecha para que los estudiantes comiencen a explicitar sus ideas).*
3. *Orientar el tratamiento científico de los problemas planteados, lo que conlleva entre otros:*
 - *La precisión de conceptos y emisión de hipótesis (ocasión para que las ideas previas sean utilizadas para hacer predicciones).*
 - *La elaboración de estrategias de resolución (incluyendo en su caso diseños experimentales) para la contrastación de las hipótesis a la luz del cuerpo de conocimientos de que se dispone.*
 - *La resolución y el análisis de los resultados, cotejándolos con los obtenidos por otros grupos de alumnos y por la comunidad científica. Ello puede convertirse en ocasión de conflicto cognitivo entre distintas concepciones (tomadas todas ellas como hipótesis) y obligar a concebir nuevas hipótesis.*
4. *Plantear el manejo reiterado de los nuevos conocimientos en una variedad de situaciones para hacer posible la profundización y afianzamiento de los mismos, poniendo un énfasis especial en las relaciones ciencia-técnica-sociedad-ambiente que enmarcan el desarrollo científico (propiciando la toma de decisiones) y dirigiendo todo este tratamiento a mostrar el carácter de cuerpo coherente que tiene toda ciencia.*

*Favorecer, en particular, las actividades de síntesis (esquemas, memorias, mapas conceptuales...) la elaboración de productos (susceptibles de romper con planteamientos excesivamente escolares y de reforzar el interés por la tarea) y la concepción de nuevos problemas.*²

El sistema de tareas docentes que propicia que el alumno se involucre en la actividad investigadora del tipo que se acaba de describir, debe reunir ciertos requisitos generales, según refieren los autores antes citados, encontrándose dentro de los fundamentales los siguientes:

- *“Las tareas deben concebirse y organizarse en sistemas.*

² Gómez Zoque, Alexis y Margie Alarcón Mora. Introducción a la Didáctica de las Ciencias, [s. p.].

- *Las tareas dentro del sistema deben estar estrechamente relacionadas unas con otras, debe iniciarse con tareas generales, preferiblemente abiertas, que propicien una visión global y superficial del tema pero que permitan valorar la importancia, la significación que tiene y la necesidad que existe del estudio del mismo, tanto para la sociedad en general, para el país, para el entorno del estudiante, como para el propio alumno en particular.*
- *Las primeras tareas deben estimular a los alumnos a formular preguntas y problemas de su interés relacionadas con el tema.*
- *A medida que se avanza en la formulación de las tareas debe procurarse que la solución de cada una de ellas dé lugar, de modo natural, a la siguiente o siguientes tareas.*
- *Al avanzar en el sistema, la problemática general enunciada al inicio se va acotando, precisando, profundizando y siguiendo un proceso de análisis; el tema general se divide en subtemas, las tareas más generales en subtareas, hasta agotar el tema según el nivel de profundidad y extensión exigidos por el currículo.*
- *Al final se retoman las tareas iniciales y se les da una solución más completa y precisa mediante un proceso de síntesis de lo aprendido en el tema.*
- *Al concluir el desarrollo de un sistema de tareas es recomendable que queden preguntas, problemáticas, tareas, etc., planteadas para ser resueltas en el siguiente o siguientes temas, para ser investigadas de forma independiente o colectiva por los estudiantes, incluyendo algunas cuyos contenidos no necesariamente tienen que estar incluidos en el currículo, pero que sean de interés para los estudiantes.*
- *En todo sistema de tareas debe haber suficiente representación de las tipologías fundamentales de las mismas.*
- *Deben existir tareas para ser realizadas de forma independiente por los estudiantes, a las cuales se les ha llamado 'tareas centradas en el alumno'; tareas para ser ejecutadas por pequeños grupos de alumnos (equipos) o conjuntamente entre los estudiantes y el profesor, las cuales reciben el nombre de 'tareas de elaboración conjunta'; tareas donde la parte fundamental de su realización la lleva el docente o 'tareas centradas en el profesor'; y finalmente*

*debe haber tareas para ser realizadas en clase y tareas para hacerlas fuera de la clase.*³

También se considera que con un adecuado sistema de tareas, en el aula es posible crear un ambiente similar al que existe en un colectivo de investigadores y realizar las acciones que conduzcan a un aprendizaje activo, y si bien la actividad científica escolar no produce en general nuevos conocimientos para la ciencia, sí produce nuevos conocimientos para el grupo de estudiantes y eventualmente para los docentes, y desde el punto de vista subjetivo tienen lugar verdaderos descubrimientos.

La idea de dirección del aprendizaje como “investigación orientada”, se basa en la concepción de que el estudiante aprende mejor las ciencias, si se le pone en una situación análoga a la que se encuentra un *investigador novel* cuando trabaja formando parte de un *colectivo de investigadores* dirigido por un *experto*. En este caso el estudiante estaría en el papel de investigador, el colectivo de investigadores estaría formado por el grupo de alumnos y el (o los) profesores a su vez serían el (o los) expertos.

El profesor plantea la problemática que es necesario investigar, o lo que es mejor, propicia las condiciones para que los estudiantes la planteen en una primera aproximación; se discute el asunto, se acota, precisa y formulan los problemas; se analizan las *tareas* que es necesario realizar para llegar a las soluciones; se define el trabajo que acometerá cada uno de los pequeños grupos de estudiantes en los que está organizada el aula; se acuerda la forma en que se deben presentar los resultados, los plazos de cumplimiento y otras cuestiones organizativas. El profesor y los alumnos poseen un variado grado de participación en el desarrollo de las tareas.

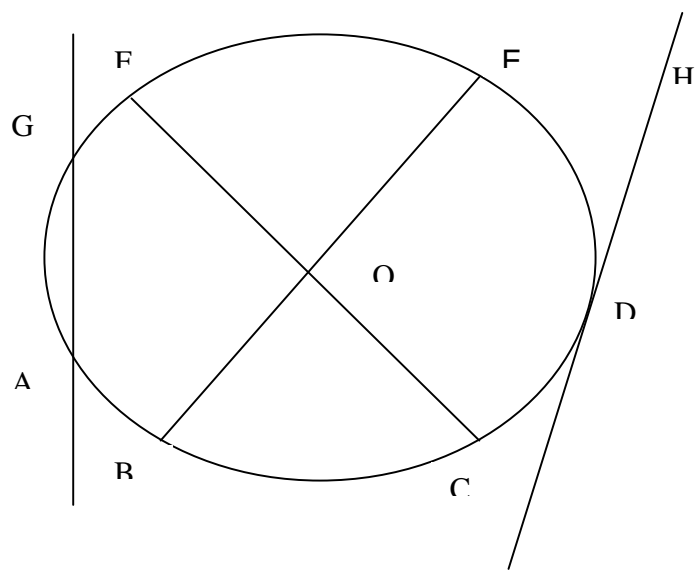
A continuación se presenta un sistema de tareas elaboradas por los autores de este trabajo que ilustra cómo los alumnos pueden proceder para obtener una fórmula que les permita calcular la longitud de una circunferencia.

La tarea asignada permite a los alumnos establecer determinada hipótesis acerca de la relación existente entre la longitud de la circunferencia y la del diámetro, que es el objetivo principal de los autores del presente artículo.

• Sistema de tareas:

³ Gómez Zoque, Alexis y Margie Alarcón Mora. Introducción a la Didáctica de las Ciencias, [s. p.].

- 1.- El instrumento que cuenta los kilómetros que recorre un auto lo hace basándose en el número de vueltas que dan las ruedas, o sea, a determinado número de vueltas le corresponde determinada distancia recorrida. ¿Cómo influirá el cambio de diámetro de las ruedas en la veracidad de las indicaciones del instrumento?
- 2.- En la figura, los puntos A, B, C, D, E, F, G y H pertenecen a la $c(O, r)$ y el punto O a los segmentos BE y CF.
 - a) Identifica todos los radios y todos los diámetros.
 - b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de CF y OF y entre las de CF y BE?



- 3.- Tarea extraclase por equipos.
Se orienta a cada equipo que recolecten objetos de forma circular (no menos de 10) de distintos tamaños, además traer hilo, cordeles, compás, regla o cartabón, lápiz, cartón o cartulina, tijeras, etc., para realizar distintas mediciones. Se indica que completen la siguiente tabla en Excel cuando tengan tiempo de máquina.

Objetos	L del radio	L del diámetro	L de la circunferencia	r/d	L/d
1					
2					
3					
.					
.					
10					

- a) Establezca relaciones entre los elementos analizados anteriormente en la tabla.
- b) Establezca una o más suposiciones atendiendo a los resultados obtenidos de la relación L/d .
- c) ¿De qué dependerá la longitud de la circunferencia? Fundamenta.
- d) Trata de escribir una fórmula para determinar la longitud de la circunferencia.

4.- Orientar el estudio de la bibliografía por equipos.

Tema: Longitud de la circunferencia.

- Equipo 1: L/T Matemática 8. grado.
 - Reseña histórica sobre la circunferencia y el círculo, p. IX.
 - ¿Por qué fue necesario determinar la longitud de la circunferencia? ¿Cómo lo hacían?
 - Epígrafe 7, p. 36 ¿Cómo puede obtenerse una idea intuitiva sobre la longitud de la circunferencia?
 - Lleva a la práctica la experiencia descrita en el párrafo tres, p. 37.
 - ¿Qué es el número Pi? ¿Por qué?
 - En octavo grado, ¿cuál es el valor aproximado que se utiliza para Pi? ¿Es un valor aproximado por exceso o por defecto? ¿Por qué?
 - ¿Es un valor aproximado menor que una diezmilésima, una centésima o una décima? ¿Por qué?

- Equipo 2: Geometría. Matemática cuarto curso.

Dar respuestas a las interrogantes planteadas sobre los epígrafes señalados.

Epígrafe 39, p. 47. Consideraciones sobre la medida de la circunferencia.

1.- ¿Cómo pueden determinarse los centímetros que recorren las gomas de un automóvil, sin conocer la fórmula para determinar la longitud de la circunferencia?

2.- Si quisiéramos medir la longitud de la circunferencia interior de un cilindro hueco o determinar la longitud de la circunferencia dibujada en un papel, ¿cómo haríamos esta operación? ¿Se obtiene un valor exacto? ¿Por qué?

Compara esta operación con la realizada en la pregunta anterior.

Epígrafe 40, p. 41. Longitud de la circunferencia.

3.- ¿Qué sucede con los perímetros de los polígonos inscritos y circunscritos en la medida que aumentó el número de sus lados?

4.- ¿A quién se acercan ambas series de perímetros?

5.- ¿Realmente quién es la longitud de este segmento?

Epígrafe 41, p. 49.

6.- ¿Qué relación se establece en este epígrafe?

7.- ¿A quién tiende el perímetro de los polígonos inscritos?

Epígrafe 42, p. 50.

8.- ¿Cómo es la razón entre la longitud de la circunferencia y la de su diámetro?

9.- ¿Cómo se llama esta razón? ¿Cuál es su valor? ¿Es un número racional? ¿Por qué?

Epígrafe 43, p. 51.

10.- ¿Cómo se deduce la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia?

Epígrafe 44, p. 52.

11.- ¿A quién es igual el número Pi?

- Equipo 3: Colección El Navegante “Elementos Matemáticos”. Unidad 4. Epígrafe 4.3.1. Enciclopedia Encarta, 2006.

En el epígrafe donde se aborda la longitud de la circunferencia, observar las animaciones sobre la longitud de la circunferencia y fichar:

- ¿De qué depende la longitud de la circunferencia? Obtención de la longitud de la circunferencia y fórmula para calcular la longitud de la circunferencia.

- Equipo 4: Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano, t. III, capítulo 5, p. 733. Resumir: definición de circunferencia y círculo, el número Pi (desarrollo decimal), obtención del número Pi, algunos valores notables de Pi utilizados a lo largo de la historia por grandes matemáticos, Pi en la Santa Biblia, propiedad del diámetro y longitud de la circunferencia.

5.- Resolver los siguientes ejercicios.

1) Calcula la longitud de una circunferencia de:

a) $r = 2,0 \text{ cm}$ b) $r = 4,5 \text{ mm}$ c) $d = 10 \text{ dm}$ d) $d = 1,0 \text{ km}$

2) Calcula el radio de una circunferencia si:

a) $L = 94,2 \text{ cm}$ b) $L = 3,14 \text{ m}$ c) $L = 5\pi \text{ dm}$

3) Seleccione la(s) respuesta(s) correcta(s): Para calcular la longitud de una circunferencia utilizamos las fórmulas siguientes:

a) $L = 2 \pi r$ b) $L = \pi r^2$ c) $L = 3,14 \cdot 5,2 \text{ km}$ d) $L = (\pi \cdot d)/4$

e) $L = \pi \cdot d$ f) $L = a \cdot b$

- 4) Una rueda tiene un diámetro de 20 cm. ¿Cuántos metros recorrerá al dar 100 vueltas?
- 5) Una rueda de bicicleta recorre 420π cm cuando da 15 vueltas. Determina el diámetro de la rueda.
- 6) Ej. 3, p. 41. L/T Matemática 8. grado.
- 7) Un campesino tiene un terreno de forma circular. Estimó que el diámetro es de 12 m. El terreno está dedicado a la siembra de hortalizas para abastecer a un círculo infantil. Desea cercar dicho terreno con 3 pelos simples de alambre. Si cada metro de alambre cuesta 70 centavos, ¿le alcanzarán \$100 para comprar el alambre?

El sistema de tareas propuesto ha contribuido a incrementar la eficiencia del proceso formativo que han dirigido los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica y por lo tanto a una mayor contribución al cumplimiento del fin de las transformaciones de Secundaria Básica, en particular a la aplicación de las estrategias de aprendizaje por investigación orientada a la enseñanza de la Matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Resolución Ministerial N°.210/2007. La Habana, 2007.
- FERRER VICENTE, MARIBEL. La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. Santiago de Cuba, 2000.
- GIL PÉREZ, D. Y MIGUEL GUZMÁN OZAMIZ. Enseñanza de las ciencias y la Matemática; tendencias e innovaciones. [s. l.], Organización de Estados Americanos para la educación, la ciencia y la cultura, Editorial Popular, 1993.
- GÓMEZ ZOQUE, ALEXIS Y MARGIE ALARCÓN MORA. Introducción a la Didáctica de las Ciencias. Holguín, Instituto Superior Pedagógico “José de la Luz y Caballero”, 2004.
- REBOLLAR MOROTE, ALFREDO. Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática a partir de una nueva forma de organizar el contenido en la escuela media cubana. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. Santiago de Cuba, 2000.