

# DIDÁCTICA INVERTIDA PARA EL ENTRENAMIENTO DE OLIMPIADAS NACIONALES UNIVERSITARIAS DE MATEMÁTICA

## INVERTED DIDACTICS FOR THE TRAINING OF NATIONAL UNIVERSITY OLYMPICS OF MATHEMATICS

Dagnier Antonio Curra Sosa<sup>1</sup>, Rafael Lorenzo Martín<sup>2</sup>,  
Osvaldo Jesús Rojas Velázquez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>M.Sc. [dcurra85@gmail.com](mailto:dcurra85@gmail.com), Profesor e Investigador del Centro de Estudios CAD/CAM, Universidad de Holguín, Cuba. <sup>2</sup> Dr. C. [rlorenzomartin74@gmail.com](mailto:rlorenzomartin74@gmail.com), Metodólogo de la Dirección de Ciencia, Tecnología e Innovación, Universidad de Holguín, Cuba. <sup>3</sup>Dr. C. [orojasv69@uan.edu.co](mailto:orojasv69@uan.edu.co), docente e investigador, coordinador de maestría y doctorado de Educación Matemática en la Universidad Antonio Nariño, Colombia.

**Resumen.** Los entrenamientos para Olimpiadas de Matemática, constituyen un espacio de construcción colectiva dirigido al desarrollo de competencias en los docentes y estudiantes motivados por la resolución de problemas de una dificultad superior a los estándares en las titulaciones universitarias de la Educación Superior Cubana. En la literatura consultada, se han encontrado materiales y recopilaciones sobre técnicas de resolución de problemas de olimpiadas enfocados en lo que debe hacerse en los entrenamientos, mas no proporcionan experiencias del cómo debe llevarse a cabo este proceso según las individualidades de los concursantes, así como la forma de controlar el nivel de logro en su desempeño. Según el carácter espontáneo de esta actividad y la falta de motivación de sus componentes personales, en el empeño por favorecer el desarrollo de competencias específicas desde la disciplina matemática básica en los Programas de Ciencias Técnicas y Exactas de la Universidad de Holguín; se concibe una metodología que comprende etapas, momentos y pasos para la concreción de sus objetivos, dirigidos al trabajo por competencias específicas delimitadas para los concursantes y sus niveles de desempeño en la resolución de problemas desde el entrenamiento para Olimpiadas. Los resultados obtenidos en la aplicación de este instrumento son favorables en cuanto a pertinencia y factibilidad, a partir del incremento en el puntaje promedio de los concursantes y los premios alcanzados en las cinco últimas ediciones de las Olimpiadas Nacionales; ubicando a la Universidad de Holguín en los puestos cimeros del país en esta esfera de actuación académica.

**Palabras clave:** Educación Superior, Olimpiadas Universitarias de Matemática, entrenamiento, competencias, resolución de problemas.

**Abstract.** Training for Mathematical Olympiads is a space for collective construction aimed at the development of competences in teachers and students, motivated by the resolution of problems of a higher difficulty than the standards in university degrees of Cuban Higher Education. In the consulted literature, has been found compilation materials on problem solving techniques focused on what should be done in training, but do not provide experiences of how this process should be carried out according to the individualities of the contestants, as well as the way to control the level of achievement in their performance. According to the spontaneous nature of this activity and the lack of motivation of its personal components are reflected regularities. From a mixed proposal it is proposed to favor the development of specific competences from the General Superior

Mathematics in the Programs of Technical and Exact Sciences of the University of Holguín; A methodology is conceived that includes stages, moments and steps for the accomplishment of its objectives, directed to the work by specific competitions in the contestants and their levels of performance in the resolution of problems from the training for Olympiads. The results obtained in the application of this instrument are favorable in terms of relevance and feasibility, based on the increase in the average score of the contestants and the prizes awarded in the last five editions of the National Olympiads; placing the University of Holguín at top positions of the country in this sphere of academic performance.

**Keywords:** Higher Education, University Mathematical Olympiads, training, competence, problem solving.

**INTRODUCCIÓN.** Se comenta en el vocabulario popular que para ser “competente” en Matemática es suficiente dominar operaciones aritméticas y algoritmos de cálculo, cuando el estado ideal sería discutir el sentido y la aplicación de las ideas matemáticas. Consciente de esta interpretación reducida se reconoce que una vía para desarrollar esta competencia, pudiera ser el desafío que supone la resolución de problemas en las Olimpiadas de Matemática; en especial porque exige un rendimiento especializado y de alto nivel para tener un resultado exitoso (Patrick, 2007). Estos eventos en Cuba se dirigen a evaluar la preparación académica según los conocimientos, las habilidades e ingenio de un estudiante; a la vez que estimula el estudio por esta ciencia, impulsa la investigación, promueve la cooperación, favorece los procesos educativos y propicia la creatividad y la capacidad de decisión.

La Educación Cubana invierte esfuerzos en la implementación de concursos en los distintos niveles de enseñanza, desde una competencia base (escuela) hasta el evento nacional; pero no es hasta la enseñanza media que se realizan actividades para favorecer la preparación de los estudiantes que tienen posibilidades de obtener resultados relevantes en olimpiadas nacionales e internacionales (Díaz, 2007).

El entrenamiento de los concursantes en la Educación Superior, como recurso de los claustros profesoriales de Matemática en cada universidad del país, constituye una prioridad en función de obtener resultados en esta esfera de actuación académica. Debido a una actitud matizada por la falta de interés y poca divulgación por los docentes, se ha propiciado en gran medida la ausencia del estudiante a la realización de tales actividades extracurriculares.

En la búsqueda de literatura especializada en torno a los entrenamientos de olimpiadas, se identificaron varios materiales dirigidos a la Enseñanza Media como (Flores, 2010), (García, 2011), (Marrafon de Oliveira & López, 2011), (Rezende & Ostermann, 2012) y (Santos, 2012); consistentes en sistemas de contenidos, técnicas de resolución de problemas y propuestas de problemas a resolver con sus respectivas soluciones; pero carentes de indicaciones metodológicas para llevar a cabo un adiestramiento del estudiante. En la Enseñanza Superior solo se encontraron el artículo (Peña & Rodrigo, 2010) y el valioso compendio (Roldán & Bosch, 2015) de las Olimpiadas Nacionales Universitarias de Matemática (ONUM) y soluciones oficiales. Aunque este último es un material recopilatorio esencial que recoge de la primera hasta la undécima edición de

esta cita competitiva, similar a otros materiales en contextos foráneos; no facilita –del todo- experiencias de “como hacer” (entrenar), lo que redundaría en la problemática de la motivación para este cónclave y cómo evaluar el logro de los concursantes.

Al indagar respecto al tema de los entrenamientos con estudiantes, profesores y directivos de los Programas de Ciencias Técnicas y Exactas (PCTE) en la Universidad de Holguín (UHo) y organizar la información recopilada en la disciplina Matemática Superior General (MSG); se encontró que existen regularidades en el proceso formativo de los entrenamientos para Olimpiadas: Las condiciones previas en los estudiantes son insuficientes para el desarrollo de competencias matemáticas y se detectan deficiencias en la modelación de problemas matemáticos típicos de eventos competitivos y en los métodos de resolución de problemas. En el caso de los docentes se manifiesta escasa disposición para realizar entrenamientos, debilidad en los métodos didácticos especializados para poder desarrollar competencias específicas en el “saber hacer” desde un enfoque productivo-creativo; tendencia a una actitud ejecutora y óptima para dar respuestas a los problemas en la práctica, así como limitada orientación de un aprendizaje sobre la base del error en la resolución de problemas matemáticos típicos de eventos competitivos.

Por último, se impacta de manera negativa en el proceso formativo al no existir un material metodológico para el entrenamiento de los estudiantes universitarios que participan en las Olimpiadas de Matemática, no considerar espacios en la planificación docente de las especialidades y no existir una concepción de evaluación de las competencias específicas de un concursante que pueda precisar una escala de su nivel de logro ni sus potencialidades intramatemáticas.

Según los argumentos antes descritos surge la necesidad de favorecer el desarrollo de competencias en los concursantes de los PCTE mediante la elaboración de una metodología que favorezca las competencias específicas en la resolución de problemas de la MSG a través del entrenamiento para Olimpiadas.

**DESARROLLO.** Según el reglamento de las olimpiadas internacionales, las Olimpiadas de Matemática son concursos entre jóvenes estudiantes, cuyo objetivo primordial es estimular el estudio de la Matemática y el desarrollo de jóvenes talentos en esta ciencia. Los objetivos perseguidos por una olimpiada de matemáticas son los siguientes:

- Despertar el interés y desarrollar una actitud positiva por el estudio de esta ciencia.
- Contribuir a la ampliación y profundización de los conocimientos.
- Estimular la creatividad, la capacidad de decisión, el pensamiento divergente y la habilidad para enfrentarse a nuevas situaciones y resolver problemas imprevistos.
- Propiciar la participación de alumnos y profesores en actividades matemáticas complementarias al trabajo en el aula.
- Ayudar a mejorar la práctica docente, apoyando la renovación y la innovación en la forma de hacer matemáticas.

- Favorecer en la sociedad, en general, una reflexión que posibilite el aprecio que las matemáticas, sin duda, merecen como instrumento de comprensión del mundo actual.

La programación de un evento de estas características, requiere grandes dosis de esfuerzo y recursos económicos por parte de las instituciones educativas públicas y privadas responsables, además de la energía y el tiempo invertido por el equipo de trabajo a cargo de gestionar y llevar a buen fin el proyecto general. El mismo se compone de profesionales y administrativos, los cuales dentro de sus funciones se encuentran desde la divulgación, organización de los espacios de competencias, elaboración de exámenes y premios hasta el alojamiento y los aseguramientos logísticos, las comunicaciones y el transporte entre otros.

Los problemas propuestos en las Olimpiadas de Matemática no requieren del conocimiento de muchos contenidos, pero si presentan a los estudiantes un desafío que ellos intentan resolver independientemente o bien en grupos de discusión. Los mismos se escogen de manera que en la búsqueda de sus soluciones, los alumnos adquieran habilidades y destrezas de gran utilidad, proceso que les permite, a la vez, redescubrir conceptos básicos.

La celebración de otras actividades de carácter local una vez concluidos los exámenes, según la región (el país) sede en la correspondiente edición, contribuye al conocimiento de su historia, su cultura y sus costumbres, a fomentar lazos de amistad y a sembrar buenos recuerdos en los participantes. Con cada olimpiada celebrada en las distintas partes del mundo, se da un paso más en la escritura de su historia a partir de sumar pequeñas realidades y humildes conquistas; conscientes de un esfuerzo pasado que no ha sido en vano y de un futuro prometedor que fomente el intercambio de experiencias académicas para fortalecer el recurso humano involucrado en este tipo de eventos.

### **Potencialidades sociales y efectos profesionales de las Olimpiadas de Matemática**

Es indudable que estas competencias académicas tienen un significado especial tanto para el sistema educativo como para sus protagonistas: los estudiantes; (1) por la motivación al enfrentamiento de situaciones desconocidas, (2) por la concentración en solventar una problemática interesante mediante su talento y creatividad, y (3) por la satisfacción personal y la formación integral del individuo. Estas justas se caracterizan además por los siguientes aspectos:

- Olimpiadas para una imagen completa y atractiva de la Matemática

Una de las mayores potencialidades de la Matemática, en el campo educativo, estriba en su gran riqueza de significados, facetas y aplicaciones. Desde sus orígenes históricos, responde a la necesidad de describir, modelar y predecir la realidad; de ahí su gran interés como sustrato de muchas ciencias; además de que la precisión de su lenguaje la convierte en una herramienta comunicadora de primer orden. Resolver problemas es la actividad matemática por excelencia que proporciona retos intelectuales y prácticos apasionantes. Los juegos matemáticos a su vez, desafían de forma gratis, por el mero placer de jugar en solitario o en compañía. La belleza y armonía matemática está presente en el arte de sus múltiples variedades, esto es precisamente lo que se quiere recoger en las Olimpiadas de Matemática mediante sus diferentes pruebas; toda esta riqueza y variedad de aspectos, los cuales son tratados con menor frecuencia en las

aulas. Con el propósito de atraer el mayor número posible de estudiantes, se llevan a cabo tales concursos para propiciar oportunidades al desarrollo de talentos matemáticos.

- Olimpiadas para mejorar la educación matemática de todos

La resolución de problemas y las aplicaciones de la Matemática han de ser actividades cotidianas en las aulas. Sin estos dos aspectos complementarios no puede entenderse una educación matemática para todos, pues la futura ciudadanía necesitará interpretar las claves matemáticas de un entorno con tecnología de avanzada y que cambia rápidamente, y para ello es preciso no solo la adquisición de conocimientos sino también desarrollar la capacidad de afrontar con éxito la solución de situaciones nuevas. En este sentido se encuentran las olimpiadas unidas fuertemente a una práctica de aula atractiva, y no como una actividad selectiva para la que se prepara esencialmente a una minoría del alumnado. Si, ciertamente, se selecciona a los y a las mejores, también es cierto que se dan oportunidades y beneficios a todos.

- Olimpiadas para la formación permanente del profesorado

Se quiere que las olimpiadas sean un elemento dinamizador de la didáctica del profesorado y del avance en la enseñanza de la Matemática, de esta forma, su verdadero éxito se apreciará en la medida que el claustro involucrado incorpore a sus clases, de modo habitual, la resolución de problemas y aplicaciones prácticas no comprendidos en los programas. Los materiales, problemas e investigaciones que la Sociedad, las Instituciones de Enseñanza y el Ministerio de Educación ponen a disposición en torno a las olimpiadas constituyen un recurso para el aula cada vez más importante; a su vez colaboran en su difusión y con el apoyo didáctico a los grupos de profesores dedicados a este menester.

- Olimpiadas para cooperar

Una parte importante de la actividad del matemático profesional es la realizada en otros campos profesionales o en la vida diaria, la cual se desarrolla en cooperación y con la ayuda de la tecnología y otros medios. La imagen del matemático solitario e incomunicado, que pocas veces ha reflejado la realidad, no tiene actualmente sentido alguno. Por el contrario, la práctica matemática puede ayudar a desarrollar el valor de la cooperación y las olimpiadas no escapan a ello. Se pretende que los estudiantes vivan el trabajo en equipo, aprendan con los demás, integren sus logros individuales en la consecución de metas colectivas más ambiciosas.

- Olimpiadas para popularizar y cambiar la imagen de la Matemática

Como acontecimientos culturales que son en cada ciudad donde sean celebradas, consecuentemente los medios de comunicación difunden la presencia de los estudiantes y el alcance de sus actividades entre las cuales están las exposiciones matemáticas abiertas al público. Por tanto, no es aventurado decir que el objetivo de popularizar y dar una imagen positiva de la Matemática trasciende ya las barreras de los centros educativos para dirigirse a la población en general.

- Olimpiadas para aprender, convivir y disfrutar

Estos eventos constituyen un premio para el alumnado participante, al ofrecerles la oportunidad de practicarlas en ambientes amistosos y contextos reales, como permitirles

desterrar la imagen fría y alejada de la realidad que se le atribuye a la Matemática. Luego de conocer innumerables lugares, compartir meriendas, almuerzos y cenas, estrechar nuevos lazos de amistad y disfrutar de inolvidables experiencias, la fiesta final promete la satisfacción de formar parte de la fotografía de la olimpiada y el acuerdo para el reencuentro al año siguiente.

En la concepción de la **metodología**, se analizaron algunos sustentos teóricos y metodológicos de las competencias específicas de la MSG en el entrenamiento para Olimpiadas correspondientes a la última década, donde se identifican los fundamentos: formación por competencias (Rodríguez & Vieira, 2009) (Martínez, 2014) (Tejeda, 2014) (Wagenaar, 2014), resolución de problemas enfocada a la tipología de la ONUM y el contenido enmarcado en lo que se denomina MSG (Valdés, 2014); que constituyen los tres pilares fundamentales para edificar la propuesta a través del entrenamiento como el elemento dinamizador donde se relacionan estos sustratos teóricos para la transformación de los niveles de desempeño de las competencias matemáticas.

A partir de los fundamentos que Pimienta (2012) declara, se construye una aproximación a una definición de competencia matemática contextualizada y consiste en: el desempeño integral del sujeto (matemático / concursante), que implica conocimientos significativos o declarativos (saber conocer), habilidades y destrezas (saber hacer), actitudes y valores (saber ser), dentro de un contexto ético.

Debido al objeto social de las carreras de los PCTE, las disciplinas de Matemática adoptan diferentes denominaciones; es por ello que en el intento de agrupar aquellas disciplinas que estudian las relaciones cuantitativas y espaciales de las funciones y sus propiedades, se establece la Matemática General Superior.

Asimismo, se entiende al entrenamiento como un espacio de construcción colectiva para adiestrar a las personas desde su desempeño, aumentando su nivel de competencia. Donde el saber matemático se emplee ("saber hacer") en función de una motivación por transformar una situación, debe implicar hacer uso de herramientas personales formas lógicas del pensamiento, generar los saberes matemáticos e impactar sobre contenidos actitudinales, mediante un proceso de formación donde se cuestione, niegue, reflexione, pruebe, elabore y reelabore hipótesis.

Las ONUM comienzan a celebrarse en la década de los años '80 del siglo pasado organizadas por el Ministerio de Educación Superior de Cuba. Las mismas comprendían tres niveles de dificultad según los rasgos que distinguían a las disciplinas matemáticas de las titulaciones universitarias además de ser presenciales, lo que conlleva a una rotación por los diferentes Centros de Estudios Superiores hasta que dejaron de realizarse. En el año 2002, resurge como iniciativa de la Facultad de Matemática y Computación de la Universidad de La Habana apoyada por la Sociedad Cubana de Matemática y Computación; con el objetivo de estimular el estudio y la investigación de esta ciencia entre los estudiantes universitarios además de propiciar y apoyar la participación de estudiantes cubanos en actividades relacionadas con Olimpiadas de Matemática Universitaria a escala internacional.

La forma no presencial en que fue organizada una vez al año este evento competitivo facilitó la participación de estudiantes de diferentes universidades con muy pocos recursos (Roldán & Bosch, 2015). Los exámenes propuestos en cada variante de las

Olimpiadas Universitarias incluyen, además de problemas de Matemática Elemental (Teoría de Números, Álgebra, Probabilidades y Geometría); otros que abarcan temas básicos de varias disciplinas, algunas de las que integran la MSG. Según observaciones realizadas a los temarios de las olimpiadas, se sintetizaron las competencias específicas con sus niveles de desempeño asociados a continuación:

*Cálculo del límite de funciones* expresado en desempeños que implican:

Determinar convergencia de sucesiones y series numéricas. Identificar las propiedades de las funciones. Aplicar la definición de límite de una función en un punto de acumulación. Utilizar las propiedades del límite de funciones en el cálculo y la demostración. Simplificar expresiones funcionales mediante el uso de Límites Fundamentales (Algebraico y Trigonométrico).

*Cálculo con derivadas de funciones* expresado en desempeños que implican:

Calcular límites de funciones. Interpretar el significado geométrico de la derivada de una función en un punto. Transformar derivadas de funciones en límites de cocientes incrementales y viceversa. Utilizar las reglas de derivación de funciones en el cálculo y la demostración. Aplicar el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hospital. Describir el comportamiento de las funciones según los significados de la primera y segunda derivadas.

*Cálculo con integrales de funciones* expresado en desempeños que implican:

Identificar las antiderivadas o primitivas de las funciones. Transformar integrales de funciones en límites de sumas infinitas de Riemann y viceversa. Aplicar el Teorema Fundamental del Cálculo Integral y el Teorema del Valor Medio para integrales. Utilizar las propiedades de las integrales de funciones en el cálculo y la demostración. Aplicar los variados métodos de integración: cambio de variable (sustitución), integración por partes, descomposición en fracciones simples y completamiento cuadrático.

*Demostración de propiedades y existencia de funciones* expresado en desempeños que implican:

Caracterizar las propiedades de las funciones. Identificar funciones según sus propiedades. Utilizar los resultados conocidos sobre límites de funciones en el cálculo y la demostración. Aplicar las definiciones de derivada e integral de una función. Utilizar los resultados conocidos sobre derivadas e integrales de funciones en el cálculo y la demostración. Identificar funciones (o aproximación de funciones) mediante su representación en series (polinomios) de Taylor o McLaurin.

El diseño de la metodología para el desarrollo de competencias en el entrenamiento que garanticen un análisis eficaz de problemas matemáticos característicos de olimpiadas, se basa en: el trabajo por competencias, la resolución de problemas y la Matemática Superior General; como se ha reiterado en momentos anteriores de esta ponencia. La misma se estructura en **Etapas, Momentos y Pasos**. En el caso de las etapas se conciben tres, denominadas: HABILITACIÓN, DESARROLLO y CONSOLIDACIÓN. En todas se pretende ir incorporando a los componentes personales de la Didáctica: alumnos y docentes, en este caso, concursantes (C) y entrenadores (E). En la primera se plasma una mayor actuación del entrenador, después se equilibra con la actividad del alumno, transitando en la etapa de CONSOLIDACIÓN por una mayor acción del concursante

(protagonismo) y una tendencia más de mediador del entrenador. Las funciones por etapas se concibieron de la siguiente forma:

### HABILITACIÓN

Nivelación de los concursantes indagando en sus fortalezas y debilidades, para aproximarlos a las condiciones previas que deben poseer de la MSG.

### DESARROLLO

Progresión de estas condiciones previas aseguradas en la Habilitación para acceder a niveles superiores y al desarrollo de competencias especializadas en desempeños iniciales y básicos.

### CONSOLIDACIÓN

Evaluación de la sostenibilidad de los desempeños de la etapa de Desarrollo y proyección a los niveles de desempeños autónomos y sobresalientes.

El otro componente esencial son los **Momentos**, que se despliegan de las etapas antes mencionadas, como se muestra a continuación:

### HABILITACIÓN

*Diagnóstico y Nivelación*, cuyo objetivo es, corroborar en los alumnos el nivel de las competencias específicas y proponer problemas en dependencia de sus necesidades, para el progreso de su nivel de partida en MSG a las condiciones previas necesarias para ser entrenado.

### DESARROLLO

*Progresión y Especialización*, donde el propósito fundamental se concreta en concebir la resolución de problemas especializados con énfasis en las competencias que implican cálculo e ir intercalando paulatinamente hacia las demostraciones.

### CONSOLIDACIÓN:

*Control y Proyección*, intencionando las acciones en valorar los niveles alcanzados desde la especialización para concebir la resolución de problemas en las competencias que implican cálculo y demostraciones a niveles sobresalientes (Figura 1).





## **Figura 1. Relación de las etapas y momentos de la metodología propuesta (Curra & Lorenzo, 2017)**

De los momentos se proceden pasos que materializan como: concebir, implementar y valorar el diagnóstico por competencias y niveles adecuado a cada estudiante. Planificar, organizar y proponer problemas que habiliten las condiciones previas necesarias para los concursantes hasta un nivel básico. Asimismo, formar las competencias seleccionadas y reforzar las técnicas de resolución de problemas especializados (comprensión y modelación) a un nivel básico y autónomo. Por último, formar las competencias seleccionadas y reforzar las técnicas de resolución de problemas (ejecución y comprobación) especializados a un nivel autónomo superior y sobresaliente.

En el momento de proyección, es vital tener en cuenta algunas técnicas para la resolución de problemas típicos de Olimpiadas, entre las que se identifican:

### *1. Utilizar identidades algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas*

La utilidad de las identidades se refleja en la simplificación de expresiones complejas. Es frecuente en los temarios de Olimpiadas, encontrar situaciones donde los detalles pueden llevar directamente a la solución del problema. Identificar elementos que son representables de una forma que reduzca la dificultad de la tarea, es vital para lograr los resultados que se buscan.

### *2. Esbozar geoméricamente*

En ocasiones, la observación de una figura puede sugerir ideas que un texto no transmite en varias lecturas. La importancia de este razonamiento es obvia cuando se trata de resolver un problema de geometría. Pero hay muchos problemas no geométricos que admiten una interpretación geométrica, lo cual amplía el verdadero alcance de esta técnica.

### *3. Modelar problemas mediante la construcción de funciones*

El empleo de las funciones y sus propiedades es muy común en el proceso de resolución de un problema matemático, cuando las relaciones dadas entre las magnitudes o conjuntos que pueden identificarse responden a su definición. Identificar una función en la modelación de un problema, resulta provechoso al implicar una transformación a un entorno diferente y más conocido que el original, posibilitando determinados avances hacia la solución.

### *4. Demostrar generalizaciones a través del método de inducción completa*

En muchos problemas se necesita determinar los valores de un entero positivo  $n$  para los cuales determinada afirmación “que depende de  $n$ ” es verdadera. A falta de una idea brillante que solucione el problema de inmediato, una buena recomendación es la siguiente: “Estudie lo que sucede para los primeros valores de  $n$  hasta ver si surge algún patrón característico, entonces formule una conjetura y trate de probarla”.

### *5. Demostrar proposiciones a través del método de reducción al absurdo*

En ocasiones las demostraciones directas son difíciles de concretar y muy trabajosas cuando pueden realizarse. Por ello, acudir de un modo equivalente mediante un punto de partida diferente, mediante la negación de la tesis con vistas a lograr contradicciones

apreciables en las premisas, constituye una variante interesante a considerar. Este método permite “ver otra forma del problema”.

#### *6. Identificar potenciales cambios de base en la representación numérica*

Según la naturaleza del problema, algunas representaciones numéricas proporcionan ventajas en cuanto a la obtención de resultados parciales en el proceso de resolución. Así como la base decimal no es conveniente para los sistemas que manejan dos estados, el código binario no resulta efectivo para la representación de grandes o pequeños números. Sin embargo, pueden darse casos que las operaciones o reglas admitidas, sugieran un cambio de base acorde a las características del problema.

#### *7. Descubrir posibles integrales de Riemann en las sumas infinitas*

Las sumas infinitas suelen resultar tediosas en su tratamiento si no se caracteriza su comportamiento. Encontrar similitudes en los términos y revelar la forma para el cálculo es una encomienda que puede resultar compleja, si no se asocia con otros objetos matemáticos que tengan propiedades análogas. En efecto, las integrales de Riemann como sumas infinitas, tienen una forma que puede ser identificada con el objetivo de transformar el procedimiento de cálculo o demostración de un problema.

#### *8. Expresar conjeturas mediante lemas<sup>1</sup> y demostrar su validez*

Es frecuente encontrar problemas de Olimpiadas que requieran de mucho esfuerzo y tiempo para solucionarlos. Normalmente aquellos propuestos al final de un temario tienen estas características y con el fin de resolverlos se aconseja recurrir a la bien conocida variante “popular”: divide y vencerás. La fragmentación que puede hacerse a un problema cuando se descubren ciertas propiedades para luego ser demostradas, permite estructurar la solución a través de metas intermedias que conducen a su concreción.

#### *9. Reconocer patrones*

Como indica la estrategia, percatarse de similitudes o elementos homólogos en la información que se maneja, es una forma de sugerir transformaciones que proporcione avances en el proceso de resolución de un problema. La presencia de patrones implica de algún modo, la reducción o simplificación tan necesarias para aclarar el enigma dado. Por ello, es fundamental explorar cada resultado que se obtenga, con el fin de lograr ventajas mediante los cambios que pueden producir estos patrones.

#### *10. Realizar sustituciones sugerentes*

Aunque en muchos problemas las sustituciones parezcan acciones muy normales, traen consigo otro punto de vista que ofrece nueva información. Está claro que no todas resultan de utilidad, puesto que cada situación problémica sugiere mediante las expresiones matemáticas que la soportan, sustituciones que pueden tener un valioso significado en el camino a su solución. Una vía para tener éxito con esta estrategia consiste en familiarizarse con las propiedades de los objetos matemáticos.

Las buenas ideas a veces no llegan a tiempo –o en el momento adecuado– y por tanto, disponer de un buen repertorio de técnicas, es de gran ayuda para el resolutor de

---

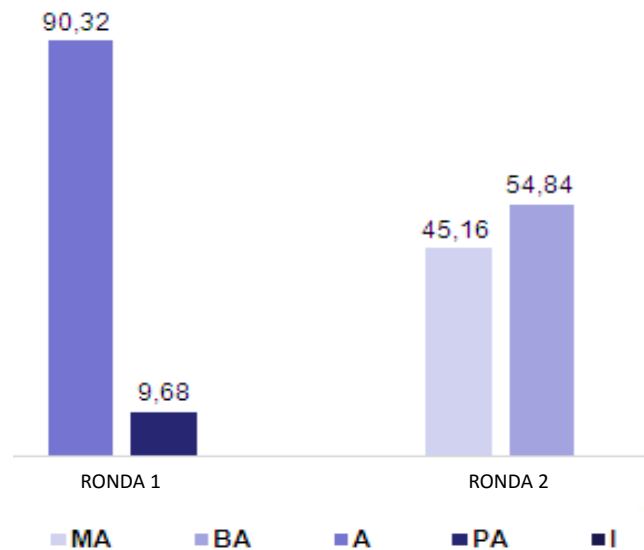
<sup>1</sup> Para este caso se identifica la palabra lema como: proposición que hay que demostrar antes de establecerla como teorema.

problemas matemáticos. Sin embargo, es necesario tener presente que estas reglas no son perfectas, por el contrario están en constante mejora.

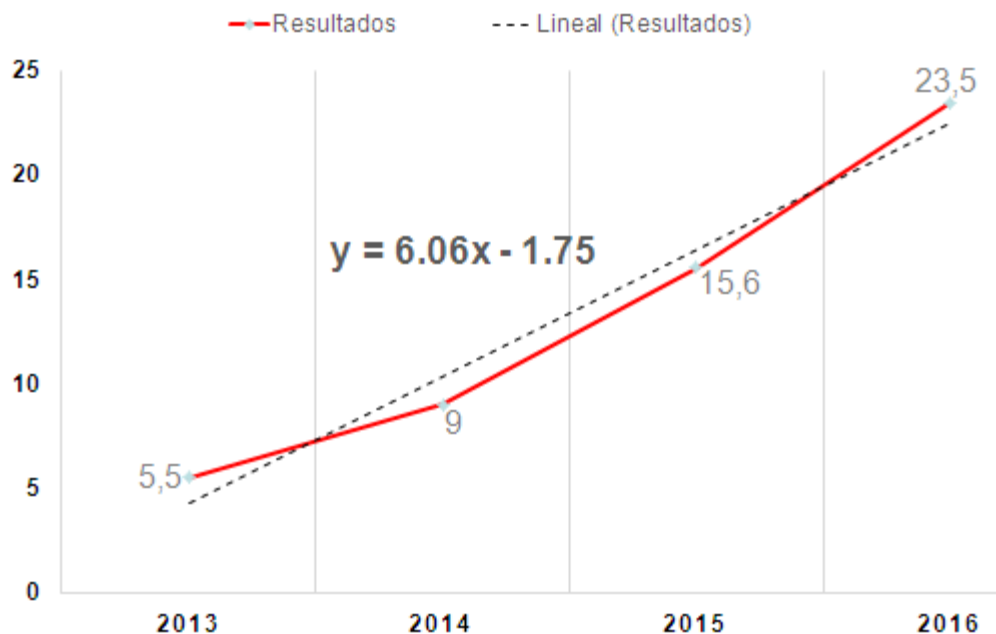
El éxito en su aplicación depende mucho de la experiencia, juicio y buen sentido de quien las use, en un contexto relacionado. Naturalmente existen muchas técnicas que no se han discutido en este material, sin embargo no es aconsejable tratar de memorizar numerosos procedimientos sin realizar el trabajo necesario para asimilarlos. Concentrarse en una y practicarla a través de la resolución de diversos problemas, es la vía pertinente para seguir para dominarla completamente y continuar con la siguiente.

En la metodología propuesta se garantiza pertinencia y factibilidad. La primera cualidad de validez se corrobora a partir de la opinión de 27 expertos en más de 31 aspectos que se expusieron de la metodología. La propensión de este consenso subjetivo procesado por Delphi es satisfactorio al reconocer en la segunda ronda el 45 % de los aspectos de muy adecuados y el 55 % de bastante adecuado, para ser un material inédito es un resultado positivo (Figura 2).

En este sentido se debe destacar también se hizo un estudio de caso con 26 concursantes durante 4 años y se observó desarrollo de habilidades, para ilustrar lo anterior se propone la Figura 3. El Índice de Eficiencia Competitiva (IEC) es formulado por la cantidad de estudiantes presentados y el puntaje obtenido por estos, en cada edición.

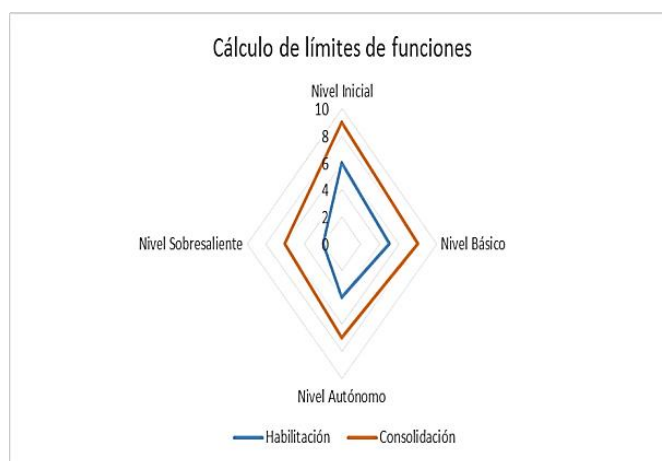


**Figura 2. Resultados del procesamiento de las respuestas de los expertos por Delphi.**



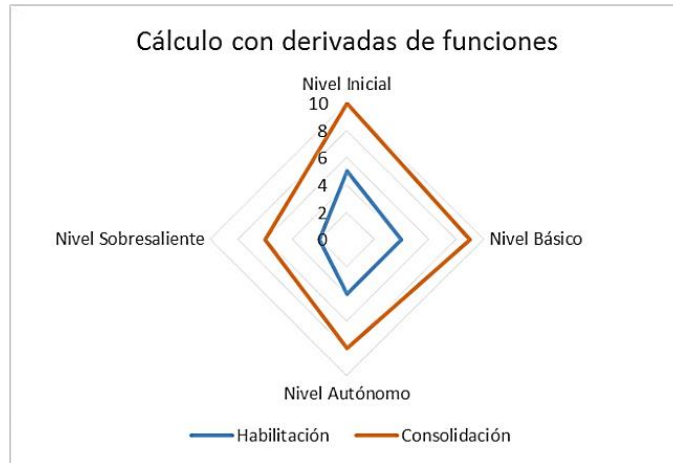
**Figura 3. Gráfico de desarrollo cronológico del IEC de 26 estudiantes.**

Además de esta aproximación general, se hicieron estudios de casos del desarrollo de algunos concursantes, de los que se representa una muestra (Figura 4, 5, 6 y 7). La metodología aplicada en un espacio de tiempo correspondiente a un curso escolar, permite apreciar la transformación del estado de las competencias por los niveles de logro en los concursantes. Para ello se considera una escala de evaluación de 0-10 puntos para representar el progreso del concursante en dichas competencias por niveles de logro desde la etapa inicial (Habilitación) hasta la etapa final (Consolidación). En los gráficos radiales presentados se identifica el progreso de un concursante particular a partir de la región que delimitan los polígonos que representan su desempeño en las etapas antes mencionadas. En este caso se aprecian avances en todos los niveles siendo mayor en el sobresaliente.



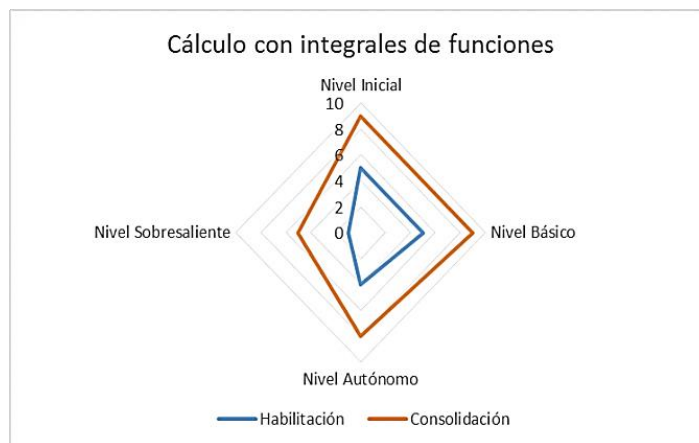
**Figura 4. Transformación por niveles de la competencia para el cálculo de límites de funciones.**

Para esta competencia, mejoran todos los niveles con énfasis en el inicial y el básico.



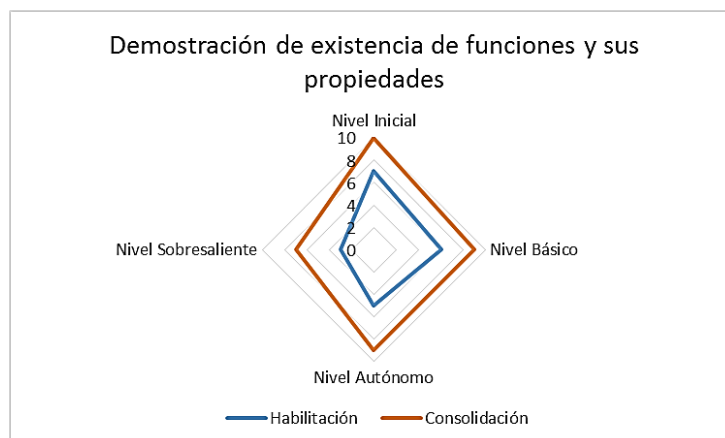
**Figura 5. Transformación por niveles de la competencia para el cálculo de derivadas de funciones.**

Aquí se aprecia un crecimiento equivalente en todos los niveles, pero destaca la baja evaluación en el nivel sobresaliente.



**Figura 6. Transformación por niveles de la competencia asociada con el cálculo de integrales de funciones.**

En la última competencia, este concursante mejoró más en los niveles superiores al tener creadas unas condiciones previas favorables en el momento de comenzar la preparación.



### **Figura 7. Transformación por niveles de la competencia asociada con la demostración de existencia de funciones y sus propiedades.**

De un modo similar, se comprobó la evolución de los restantes concursantes en cuanto al desarrollo de las competencias declaradas y el progreso en sus niveles de logro, una vez que transitaron por las tres etapas de la metodología en las actividades de entrenamiento.

**CONCLUSIONES.** Los elementos previamente expuestos evidencian la necesidad de considerar al proceso formativo del entrenamiento de la ONUM como un proceso complejo y multifactorial, cuya base se revela desde la espontaneidad y lo fraccionado de su dinámica. La sistematización teórica en la concepción de la metodología para el desarrollo de competencias específicas en los concursantes, necesitó del análisis de la Matemática Superior General, la resolución de problemas y la formación por competencias, dinamizadas en el entrenamiento. Los bajos niveles diagnosticados de competencias específicas alcanzados por los estudiantes concursantes, distingue la insuficiencia esencial y la justificación del problema científico. La metodología para el desarrollo de competencias específicas (MSG) se concibe dentro de etapas, momentos y pasos, así como su implicación en el marco de los entrenamientos desde la resolución de problemas; lo que debe garantizar un resultado exitoso en las ONUM. La pertinencia y la factibilidad de la metodología para el desarrollo de competencias específicas (MSG), se valoró desde una propensión favorable por los expertos y apuntó hacia la efectividad potencial del concursante en su desempeño competitivo futuro.

En forma de recomendación se debe citar que es necesario reflexionar sobre los problemas abiertos que den continuidad a este tema, como por ejemplo: consideración de alguna propuesta científica para el desarrollo de competencias específicas para los entrenamientos de problemas de Álgebra, Teoría de Números, Geometría y Teoría de las Probabilidades. De igual forma, elaborar acciones de capacitación a docentes implicados en los entrenamientos para la ONUM y otros agentes educativos implicados, que aseguren la introducción práctica de la propuesta metodológica en otros contextos. Por último, propiciar la socialización mediante la web de la UHo, plataforma Moodle, eventos, publicaciones (seriadas y libros) y cursos cortos, los resultados esenciales de la investigación; para favorecer en los docentes universitarios implicados la necesidad de su aplicación, como mejoramiento continuo del accionar profesional y de las universidades.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. Curra, D. (2015). Olimpiadas de Matemática en la Educación Superior Cubana: su relevancia en la formación del profesional. FIMAT XXI "Taller Internacional de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, la Informática, la Física, las Ciencias Naturales y Técnicas del siglo XII". VI Taller Científico Metodológico sobre la Matemática y su Enseñanza. ISBN: 978-959-18-1045-8.

2. Curra, D. & Lorenzo, R. (2017). El entrenamiento para las olimpiadas universitarias de matemática: lecciones aprendidas. 8va Conferencia Científica Internacional de la Universidad de Holguín. Taller: La Informática, La Matemática y las Ciencias de la Información. ISBN: 978-959-16-3272-2.

3. Díaz, M. (2007). Problemas de matemática para los entrenamientos de la enseñanza preuniversitaria (Tomo I y II). Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
4. Flores, H. (2010). Solución de problemas y temas iniciales para la Olimpiada de Matemáticas. Universidad Antónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Nuevo León.
5. García, E. (2011). Algunos principios y estrategias en la resolución de problemas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona", La Habana.
6. Marrafon de Oliveira, M. & Lopes, M. (2012). Desafios em ciência e tecnologia e olimpíadas como meio de motivar o pensamento científico na educação. ComCiência (No. 142).
7. Martínez, R. (2014). Cómo implementar un diseño curricular basado en competencias. Revista Universitaria Experiencia Docente, 1(2), 9-25.
8. Patrick, D. (2007). The Art of Problem Solving. Mathematics Competitions, Vol. 20, No. 1, pp. 19-24.
9. Peña, M. & Rodrigo, J. (2010). Preparación para competiciones matemáticas universitarias. Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en la Ingeniería y la Arquitectura, pp. 311-342.
10. Pimienta, J. (2012). Las competencias en la docencia universitaria. Preguntas frecuentes. Primera edición. Pearson Educación, México.
11. Rezende, F. & Ostermann, F. (2012). Olimpíadas de ciências: uma prática em questão. Ciência & Educação (Bauru), Vol. 18 (No. 1), pp. 245-256. Obtenido de <http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132012000100015>.
12. Rodríguez, A. & Vieira, M. (2009). La formación en competencias en la universidad: un estudio empírico sobre su tipología. Revista de Investigación Educativa 27(1), 27-47.
13. Roldán, R. & Bosch, R. (2015). Olimpíadas Nacionales Universitarias de Matemática "Dr. Raimundo Reguera in Memoriam". Arista Publishing Co. NY, USA.
14. Santos, D. A. (2012). Taller de resolución de problemas de concurso. Colegio Universitario de Cayey, Puerto Rico.
15. Tejeda, R. (2014). Instrumento para determinar y estructurar el sistema de competencias profesionales en las IES. Documento en CD-ROM.
16. Valdés, C (2014). Representación de funciones. Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, Cuba.
17. Wagenaar, R. (2014). Competences and learning outcomes: a panacea for understanding the (new) role of Higher Education?