Universidad de Holguín

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y AGROPECUARIAS

DPTO. FÍSICA

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN EL DÉCIMO GRADO

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA-FÍSICA

Autor: Ulises De la Cruz Menchero

Tutor: M. Sc. Ermes Cala Lobaina

HOLGUÍN 2018

AGRADECIMIENTOS

A la Revolución por haberme dado la posibilidad de superarme profesionalmente.

A mi tutor, el M. Sc. Ermes Cala Lobaina, por su consagración y constancia en la revisión y orientación precisa para la elaboración y conclusión del presente material.

A todos los profesores que me impartieron clases a lo largo de estos años.

DEDICATORIA

A mis padres, por saberme educar para ser un hombre de bien.

RESUMEN

Una de las asignaturas que ha tenido dificultades para ser asimilada por los estudiantes a lo largo de la historia, ha sido, sin dudas, la Matemática y dentro de ella, la resolución de problemas, con énfasis en los de índole geométricos. Lograr un pensamiento lógico que posibilite enfrentar los problemas de la vida cotidiana es objetivo en todos los niveles de educación en la escuela cubana.

En un proceso investigativo desarrollado en el décimo grado del IPU Enrique José Varona, del municipio Holguín, se pudo comprobar que existían insuficiencias para la comprensión de los problemas geométricos, lo cual limitaban el desarrollo de habilidades para encontrar una vía de solución adecuada, realizarla, comprobar y evaluar críticamente los resultados

Lo anterior motivó la necesidad de elaborar el trabajo que aquí se presenta, en el cual se elaboran sugerencias metodológicas que van dirigidas a favorecer la comprensión de los problemas geométricos en el décimo grado.

Aplicando diversos métodos investigativos se pudo constatar en la práctica pedagógica que la utilización de las sugerencias metodológicas aquí elaboradas, favorece la comprensión de los problemas geométricos, lo cual muestra que hubo transformación en el problema declarado y por tanto, realizado el objetivo de la investigación.

ÍNDICE

Contenido

INTRODUCCIÓN

La función esencial de cualquier sistema educativo es desarrollar en los estudiantes las capacidades y habilidades necesarias para poder asimilar la cultura y poder participar creativamente en la edificación de una sociedad cada vez más justa y desarrollada.

Corresponde a la escuela, por ende, prepara a los estudiantes para aprender a aprender, para que sean ellos quienes protagonicen las grandes transformaciones que el presente y el futuro les exigen en un mundo globalizado en el que urgen estos cambios.

La asignatura de Matemática en la escuela cubana juega un papel muy importante en la preparación del hombre para la vida, pues está presente en todos los grados escolares y su estudio posibilita la comprensión de diferentes fenómenos y situaciones que se ponen de manifiesto en la vida diaria.

Una de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática que tiene una incidencia directa en la preparación del estudiante para la vida es, sin dudas, la resolución de problemas; sin embargo, históricamente los estudiantes de los diferentes grados han demostrado insuficiente desarrollo de habilidades para resolver los problemas que el profesor les presenta en el aula, con énfasis, en problemas de índole geométricos.

La resolución de problemas matemáticos ocupa un importante lugar en las formas lógicas del pensamiento. Su tratamiento está presente en todos los grados de la enseñanza y sus características deben corresponderse con las peculiaridades del niño en los diferentes grados.

Son muchos los investigadores cubanos que han dirigido trabajos al proceso de enseñanza-aprendizaje de los problemas, destacándose entre otros, P. Torres (1992), C. Suárez y otros (1995), Campistrous L y C. Rizo (1996), M. Llivina (1999), D. González (2001), I. Mazarío (2002); M. Cruz (2002), M. Capote (2003), C. Suárez (2004) y más recientes de Y. Velázquez (2016)y Y. Estupiñán (2016).

L. Campistrous y C. Rizo (1996) profundizan en lo relacionado con el proceso de resolución de problemas y proponen técnicas de gran valor didáctico dirigidas a perfeccionar este proceso; M. Llivina (1999) presenta una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad de resolver problemas; D. González (2001) diseñó una estrategia de superación para el desarrollo en los maestros primarios de las acciones intelectuales necesarias para la formulación de problemas matemáticos y I. Mazarío (2002) elaboró una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la habilidad de resolver problemas matemáticos.

El Dr. C. M. Cruz (2002) propone una estrategia metacognitiva dirigida a favorecer la formulación de problemas por parte de los profesores en formación; M. Capote (2003) elaboró una estructuración didáctica para la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la Educación Primaria; C. Suárez (2004) diseñó una estructuración didáctica para la identificación de problemas matemáticos mediante la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria y el holguinero Y. Velázquez, en su trabajo de diploma elaboró un sistema de ejercicios para el trabajo con los problemas matemáticos en el noveno grado.

En todos estos trabajos se han constatado disímiles dificultades por parte de los estudiantes que evidencian restricciones para operar con un alto nivel de pensamiento al identificar, formular y resolver problemas matemáticos. La problemática se agudiza cuando se trata de resolver problemas geométricos.

En el proceso de revisión bibliográfica se constató que en las referidas investigaciones se daba tratamiento a todas las etapas declaradas en el Programa Heurístico General (PHG) por las que debe transitar el alumno para resolver problemas, sin embargo, se considera que aún se puede profundizar mucho más en la primera etapa, la compresión del problema, que es sin dudas la que asegura el éxito para el cumplimiento de las etapas siguientes.

Como la resolución de problemas geométricos es un aspecto que forma parte del banco de problemas de la escuela donde se realizó esta investigación y con el objetivo de profundizar en la problemática, se desarrolló la presente investigación en el décimo grado del IPU Enrique José Varona, del municipio Holguín. Para ello se analizaron los resultados de los diagnósticos nacionales y provinciales efectuados entre los años 2006 y 2009 y fueron aplicados diferentes instrumentos para constatar en qué estado se encontraba el desarrollo de habilidades para resolver problemas geométricos en los estudiantes de este grado.

Los resultados de los instrumentos y métodos aplicados mostraron de forma general, que los estudiantes de décimo grado de esta escuela, ante un problema resolver de índole geométrico:

1. No leen detenidamente el problema,
2. No saben identificar los datos que se dan y los que se buscan, ni establecer relaciones entre ellos.
3. No son capaces de identificar los datos en figuras dadas.
4. No se apoyan en construcciones o esquemas auxiliares.

5. No saben deducir consecuencias y propiedades de lo conocido,
6. Tienden a realizar los ejercicios sin considerar un tiempo para el análisis y la reflexión.
7. Asumen una actitud de trabajo a ciegas o por ensayo-error, lo que no les permite escoger una vía adecuada para llegar a la solución.

Todas estas insuficiencias están estrechamente ligadas a la fase de comprensión del problema del Programa Heurístico General, lo cual motivó la necesidad de investigar el siguiente problema científico:

¿Cómo favorecer la compresión de problemas geométricos en los estudiantes de décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín?

Se declara como objeto de investigación el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el décimo grado.

El campo de acción: La resolución de problemas geométricos en el décimo grado.

El objetivo de investigación es la elaboración de sugerencias metodológicas dirigidas a favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín

Para realizar el objetivo de investigación y contribuir a resolver el problema de investigación se declaran las siguientes preguntas científicas:

1. ¿Qué fundamentos teóricos posibilitan la elaboración de sugerencias metodológicas para favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado?
2. ¿Cuál es el estado actual del problema objeto de investigación?
3. ¿Qué sugerencias metodológicas elaborar para favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado del IPU Enrique José Varona del

municipio Holguín?

4. ¿Se pueden utilizar las sugerencias metodológicas elaboradas para cumplir con el objetivo propuesto?

Para dar cumplimiento al objetivo de investigación, se proponen las siguientes tareas:

1. Determinar los fundamentos teóricos que posibilitan la elaboración de sugerencias metodológicas para favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado
2. Diagnosticar el estado actual del problema objeto de investigación.
3. Elaborar sugerencias metodológicas para favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín.
4. Valorar la efectividad delas sugerencias metodológicas elaboradas para dar cumplimiento al objetivo propuesto.

Los métodos de investigación empleados fueron:

<u>Teóricos:</u>

Análisis – síntesis: Se utilizó en todo el proceso investigativo, para estudiar y analizar la bibliografía e integrar los aspectos del tema, fundamentar el problema de investigación y elaborar las sugerencias metodológicas.

Histórico lógico: Para el estudio del desarrollo que ha tenido el problema de investigación y las necesidades de transformarlo.

Inducción – deducción: facilitó la construcción y el desarrollo de la teoría científica y el enfoque general para abordar problemas generales de la ciencia, lo que permitió profundizar en el conocimiento de las regularidades.

<u>Empíricos:</u>

La observación: permitió conocer y valorar el tratamiento que se da al cálculo de cuerpos en el décimo grado. También posibilitó la observación del desempeño de estudiantes y profesores durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

Las encuestas y entrevistas aplicadas a estudiantes y profesores arrojaron opiniones sobre el tema. Con la elaboración del cuestionario y su aplicación; se reconocieron las causas que generan el problema y las principales dificultades que enfrenta la escuela para dirigir el proceso de enseñanza–aprendizaje de la geometría en el décimo grado.

Pruebas pedagógicas, para evaluar en los estudiantes el desarrollo de habilidades en la comprensión de los problemas geométricos que se estudian en el décimo grado.

Dentro de los métodos estadísticos:

La estadística descriptiva: Para el procesamiento de los datos obtenidos en la etapa de diagnóstico, tales como: tabulación, cálculo porcentual, etc.

Composición de la muestra:

La población estuvo constituida por 59 escolares ubicados en tres aulas de décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín

Se tomó una muestra de 30 escolares seleccionados de forma aleatoria simple por presentar características similares a la población y la totalidad de los profesores de matemática implicados (3).

El aporte práctico de la investigación lo constituyen las sugerencias metodológicas dirigidas a favorecer la comprensión de los problemas geométricos del décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín

La novedadcientífica está dada por la profundización que se realiza en la primera etapa del Programa Heurístico General, donde se brindan indicaciones que favorecen de forma puntual los requerimientos para la comprensión de los problemas geométricos.

DESARROLLO

1. Fundamentos teóricos para favorecer la comprensión de problemas geométricos

1.1 Fundamentos psicopedagógicos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática

Desde el punto de vista psicológico este trabajo se sustenta en una concepción dialéctico-materialista, la cual tiene su origen en la Escuela Histórico-Cultural, cuyo principal exponente fue el psicólogo ruso L. S. Vigotski (1896-1934), quien elaboró sus concepciones a partir de considerar el carácter sociohistórico del psiquismo humano.

La teoría de L. S. Vigotski destaca que la fuente principal del desarrollo psíquico es la interiorización de elementos culturales, como son las herramientas materiales o técnicas y principalmente los signos o símbolos matemáticos, los signos de escritura, entre otros. Toda función psíquica en su formación y desarrollo aparece dos veces: primero en la interacción con otras personas (plano intersicológico), y después, en el interior del propio sujeto (plano intrapsicológico).

Según Vigotsky (1982), el desarrollo psicológico humano se produce, no como una situación directa del sujeto con el medio, sino que esta mediada por los instrumentos y objetos creados por el propio hombre y que son intermediarios en estas relaciones. A partir de estos presupuestos psicológicos, se hace énfasis en el campo de la pedagogía al concepto de “mediación”.

Este concepto se debe tener en cuenta en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la geometría, pues en muchas ocasiones se modelan situaciones a través de la utilización de figuras y objetos de la realidad que tienen forma de triángulo, rectángulo, cuadrado, etc. En este caso, estos objetos, dibujos, etc. se convierten en mediadores del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues se interponen entre el profesor que enseña y el alumno que aprende y favorecen la formación de las funciones psíquicas, como dice Vigotsky (1982), primero en la interacción con otras personas (profesor, demás estudiantes del grupo) y luego en el interior del propio estudiante.

Se reconoce en el enfoque histórico-cultural el esclarecimiento de los "momentos funcionales de la actividad: orientación, ejecución y control", que determinan y expresan particularmente diferentes formas del funcionamiento y de estimulación del desarrollo.

Para Vigotsky (1982), el "conocimiento es social" por su origen y se desarrolla históricamente en función de las condiciones de vida y "actividad social" en el que el sujeto está inmerso. Por tanto, en el proceso de enseñanza-aprendizaje se debe propiciar la discusión científica, se deben intercambian experiencias, puntos de vistas, modos de actuación, etc.

Según Vigotsky (1982), la enseñanza es la que conduce al desarrollo, va delante, guiándolo, estimulándolo, o sea; debe ir dirigida a la "Zona de Desarrollo Próximo", la cual queda determinada por el nivel de desarrollo real y el nivel de desarrollo potencial que tiene el individuo, donde éste puede trabajar con algún tipo de ayuda de otro compañero más capaz.

"Desde el punto de vista de Vigotsky, se puede hablar de aprendizaje cuando un individuo hace suya la cultura creada por el hombre a lo largo de la historia, a través de las relaciones sociales que establece con los demás. Consecuentemente, el desarrollo humano sigue una pauta que va de lo externo, a través de las relaciones sociales, hacia lo interno o individual. O sea, el desarrollo es fruto de la interacción social con otras personas y este se produce en diferentes contextos como pueden ser por ejemplo, la familia y la escuela." (Ramírez, O. 2010)

Atendiendo a las concepciones de Vigotsky "la enseñanza es la que conduce al desarrollo, por tanto, va delante de él, guiándolo; teniendo en cuenta el desarrollo actual para ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo y por tanto, propiciar el aprendizaje" (Verdecia, Rosa N. 2008).

Se considera que el enfoque histórico cultural de Vigotsky constituye un fundamento psicológico que permite hacer más activo el proceso pedagógico.

1.2 La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática

El estudio de la motivación tiene una importancia significativa cuando la unidad dialéctica entre los conocimientos teóricos y la práctica estimulan la actividad cognoscitiva a partir del surgimiento de la necesidad de resolver determinada situación que pueda surgir durante el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Son varios los investigadores que han centrado la atención en la actividad, los cuales reconocen de manera general la importancia que desde el punto de vista social posee para el estudio de la motivación, pues en la actividad, (incluida la comunicación que tiene lugar en el aprendizaje), se producen cambios en los conocimientos, experiencias y actitudes de los estudiantes.

El término motivación se refiere a un viejo problema de la pedagogía, aunque es una categoría psicológica. Ella expresa todo lo relacionado con los factores determinantes del comportamiento o con su causalidad: ¿por qué laboramos?, ¿por qué estamos activos o inactivos? De acuerdo con la concepción que se tenga, así se entenderá el proceso docente educativo, de ahí el papel importantísimo que desempeña esta en la optimización de los resultados, en el aprendizaje y el desarrollo integral de los estudiantes (Bozhovich. A, 1976, González. F, 1989, Mitjans. A 1989 Serra. D, 1995, citados por Estupiñán, 2016).

“Se hace preciso transformar la escuela actual, adoptar una nueva vía educativa de mayor alcance y potenciadora de valores sociales, morales entre otros y transformar los modos de aprendizaje, que tenga en cuenta su efecto en el desarrollo escolar, permitir formar una nueva generación de hombres que contribuya a la transformación creadora del mundo que necesita la humanidad a las puertas del siglo XXI, que sean más sabios no sólo porque tengan más conocimientos sino también porque amen y respeten a sus semejantes, protejan su entorno y transformen la naturaleza de manera creadora”(Estupiñán, 2016).

La motivación por el aprendizaje, como aspecto o dimensión de una concepción desarrolladora, implica estimular, sostener y dar una dirección al aprendizaje que desarrollan los escolares, en el contexto de una enseñanza concebida a estos efectos, y que determina su expresión como actividad permanente de autoperfeccionamiento.

Se debe motivar a los estudiantes por las actividades que posibiliten obtener nuevos conocimientos, por indagar y encontrar la solución a sus dudas e inquietudes, es decir por las actividades de aprendizaje, de tal forma que se logre que coincida el objeto de esta actividad con su motivación para llevarla a cabo. “Solamente cuando la motivación constituye un estímulo que mueve a los alumnos hacia la búsqueda y adquisición de los conocimientos, estos actuarán conscientemente y lograrán un aprendizaje realmente significativo” (Estupiñán, 2016).

Un aprendizaje eficiente de la matemática requiere de un sistema de motivaciones internas, sustentadas en la implicación e interés personal por el propio contenido de la actividad de aprendizaje que realizan los alumnos y en la satisfacción que estos experimentan al realizarlas y vivenciar el dominio de nuevos conocimientos en una o varias áreas del saber científico, a diferencia de la motivación extrínseca, en la que las tareas son concebidas por el alumno como medio para obtener otras gratificaciones externas no vinculadas con la actividad de aprendizaje.

El planteamiento de problemas o interrogantes a los alumnos, en su formulación, debe implicar una contradicción o conflicto entre lo conocido y lo que aún está por conocer. Ello generalmente tiene un efecto positivo en la generación de intereses por la búsqueda de la solución ya que posibilitan incrementar el interés en su indagación, lo que constituye una condición favorable para el aprendizaje de las asignaturas científicas.

Si se les presentan a los alumnos situaciones problemáticas vinculadas con las actividades cotidianas que realizan normalmente y con su etorno, se refuerza el efecto motivacional de las incógnitas que surgen del análisis de las situaciones problémicas que se les presentan, o las interrogantes que, a partir de ellas, les plantea el docente.

1.2.1- Estructuración metodológica de la motivación como función didáctica

El aprendizaje de los contenidos matemáticos depende de la necesidad que sientan los alumnos de aprender, de comprender. En relación con esto, el pensamiento debe comenzar con una pregunta, una contradicción, una situación problémica derivada de la experiencia cotidiana. La motivación es uno de los factores, junto con la inteligencia y el conocimiento previo, que determinan si los alumnos lograrán los resultados académicos deseados. En este sentido, la misma va dirigida a motivar la ocupación con un problema y la vía sobre la que debe resolverse el problema, de aquí que en la estructuración metodológica de la motivación, se trabajen ***dos etapas***, según MINED (2007):

1. La ocupación con el problema.
2. La vía de solución del problema.

En relación con la ocupación del problema se puede crear una motivación práctica o extra matemática o una motivación intramatemática.

La motivación extra matemática, tomada de la práctica que rodea al alumno, tiene la ventaja de hacer concebir al alumno la matemática como un medio para la estructuración del mundo. La misma ha de cumplir importantes principios:

- El problema empleado en la motivación debe ser verdadero, o sea, debe aparecer en la práctica más o menos de esta forma y resolverse con los medios que se está motivando, no puede resolverse con los medios existentes hasta el momento o su vía sería verdaderamente difícil.
- El tiempo que media entre el planteamiento del problema hasta su solución, no puede ser muy largo. En grados inferiores hay que preocuparse por resolver en la misma clase el problema planteado en la motivación.

La motivación intramatemática permite a los alumnos recibir una imagen correcta de su desarrollo y de sus particularidades, que los capacita para el trabajo independiente en el desarrollo matemático.

Como motivar al alumno es uno de los objetivos de la actividad del profesor, este debe dirigir las acciones correspondientes a hacer comprender a sus alumnos la utilidad del tratamiento de una materia. Una vía para lograrlo es crear verdaderas situaciones problémicas en las que los alumnos puedan poner a prueba sus facultades.

Otro aspecto importante en la actividad del profesor en la estructuración metodológica de esta primera etapa radica en el hecho de poder dirigir más la atención a las emociones o más al entendimiento de los alumnos y de esa manera formar una unidad en la que lo racional y el contenido desempeñan progresivamente el papel dirigente, no obstante el profesor no debe desatender los motivos que tienen una tónica emocional, así debe tratar de trasmitir a los alumnos su entusiasmo por la matemática y hacer del descubrimiento de nuevos conocimientos matemáticos un emocionante trabajo colectivo.

La resolució de problemas, sin dudas, posibilita la viculación de la matemática escolar con el entorno estudiantil.

1.3 La resolución de problemas geométricos

Si se va a hablar de problemas geométricos, resulta indispensable conocer que el "modo de pensar geométrico" supone poder apoyarse en propiedades estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones no conocidas. Se trata de poder obtener un resultado – en principio desconocido a partir de relaciones ya conocidas y dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan.

El estudio de las propiedades de las figuras y los cuerpos implica mucho más que reconocerlas perceptivamente y saber sus nombres. Implica conocer, cada vez con mayor profundidad, sus propiedades y poder tenerlas disponibles para resolver diversos tipos de problemas geométricos.

En geometría el modo de demostrar la validez de una afirmación no es empírico (por ejemplo midiendo o dibujando), sino racional (a través de argumentos). Estos aspectos del estudio de la geometría se inician desde los primeros grados de la escuela primaria.

En muchas ocasiones los ejercicios geométricos se convierten en verdaderos problemas para los estudiantes. Un aspecto imprescindible para que el estudiante se enfrente a ellos con éxito es la motivación que tengan para resolverlos. A continuación se resumen algunos aspectos de interés para este trabajo referidos a los problemas geométricos.

- El Concepto de problema

En el proceso investigativo llevado a cabo se consultaron varias fuentes donde se analizaron diferentes caracterizaciones del concepto de “problema”, entre las cuales se pueden citar las siguientes:

Para Bertoglia (1990), los problemas son aquellas situaciones donde el resolutor necesita ir más allá de la información recibida, utilizándola de manera distinta o modificando los significados que atribuyen a los elementos del problema. Los recursos lógicos resultan ahora insuficientes, hay que apelar a la creatividad.

Para Palacio (2001), una situación dada constituye un problema si es desconocida, no se conoce la vía de solución, se desea trabajar en ella y se tienen los conocimientos necesarios para abordar la situación.

Para Contreras (1995), un problema no es un recurso mediante el cual se pretende una automatización primaria del procedimiento, ni la asimilación de determinados algoritmos por repetir aplicaciones mecánicas de estos. Existe un problema, cuando dicha situación no es familiar al alumno.

Para Campistrous (2007), un problema es toda situación en la que hay un planteamiento inicial que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida, tiene que ser desconocida, cuando es conocida, deja de ser problema. Además, deben cumplirse las siguientes condiciones:

1. Querer trabajar en la situación dada.
2. Tener conocimientos básicos para poder trabajar.
3. Percibir una diferencia entre un estado presente dado por los datos y un estado deseado dado por las preguntas.

Cala (2015), al analizar estas definiciones, llega a la conclusión que en todas ellas se evidencian elementos comunes que constituyen regularidades y que caracterizan el concepto de “problema”. Estas regularidades son:

1. Existe una situación de partida condicionada por las relaciones que se establecen entre los elementos que se aportan como datos.

2. Se exige una transformación condicionada por lo que se pide buscar.

3. Para lograr esta transformación, no se conoce a priori la vía de solución.

4. Aunque se tienen los conocimientos necesarios para lograr la transformación, el resolutor tiene que utilizar un razonamiento complejo, atendiendo a su nivel de desarrollo psíquico, para relacionar el conocimiento que posee con las exigencias de la nueva situación.

5. Tiene que estar interesado en transformar la nueva situación, por tanto, lo que puede constituir un problema para un individuo, puede no serlo para otro.”

Se comparte la caracterización de problema dada por Campistrous (2007). En esta caracterización, no se refleja ningún tipo de discriminación referido al “tipo de problema”, o sea, la situación inicial o la vía para resolverlo puede tener un carácter algebraico, geométrico o aritmético en cuanto a contenido y forma, no importa su naturaleza, pero sigue siendo un problema.

Resulta importante tener en cuenta cuáles son las características que tiene que tener una situación para ser considerada un problema geométrico. Según Sessa (1998) una situación determinada constituye un problema geométrico si:

- Para resolverla se ponen en juego las propiedades de los objetos geométricos.
- Se pone en interacción al alumno con objetos que ya no pertenecen al espacio físico, sino a un espacio conceptualizado representado por las figuras – dibujos.
- En la resolución del problema, los dibujos no permiten arribar a la respuesta por simple constatación sensorial.
- La validación de la respuesta dada al problema – es decir la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de la respuesta- no se establece

empíricamente, sino que se apoya en las propiedades de los objetos geométricos. Las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas de los cuerpos y figuras, producen nuevo conocimiento acerca de los mismos.

- Trabajar en geometría con problemas también implica aceptar y prever que aparecerán procedimientos diversos de resolución. Será necesario generar un clima de trabajo que favorezca inicialmente la autonomía y libertad para resolverlos, y luego una instancia de comparación y discusión acerca de los diferentes recursos utilizados por los alumnos.

Para el trabajo con los problemas en la escuela, existe el Programa Heurístico General (PHG), el cual consta de los siguientes pasos que se deben cumplir a la hora de enfrentarse a la resolución de un problema de cualquier tipo:

<u>PHG</u>

- Comprensión del problema
- Encontrar una vía de solución
- Realizar el plan de solución
- Comprobar la solución y evaluar críticamente los resultados

Como ya se ha dicho, en el proceso de resolución de problemas se manifiesta un patrón negativo en los estudiantes, la tendencia a la ejecución. ¿Qué se entiende por tendencia a la ejecución?

  - La tendencia a la ejecución

“Cuando se habla de tendencia a la ejecución, se está haciendo referencia a la acción de querer resolver un problema determinado de forma inmediata, sin antes haber analizado detenidamente la situación de partida, lo que conlleva a la no comprensión del problema y por tanto, a no encontrar una posible vía de solución” (Cala, 2015).

Según Cala (2015), los estudiantes conocen que muchos problemas matemáticos se resuelven operando con números, resolviendo una ecuación, aplicando un teorema o determinada propiedad, etc., lo cual los induce a querer realizar de forma inmediata determinadas operaciones con los números dados, a obtener una ecuación sin haber estudiado con profundidad las elaciones que se estableces ente lo dado y lo buscado o sin haber declarado correctamente la o las variables, a aplicar algunos teoremas o alguna propiedad sin verificar si se cumplen las premisas. O si el concepto correspondiente está presente en la situación inicial para deducir consecuencias o aplicar propiedades.

Este proceder es consecuencia de la formación en los estudiantes de patrones de actuación negativos que se han formado y forjado a lo largo de los años con el paso por los diferentes grados de la escuela.

2. Diagnóstico del estadoactual de la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado del IPU Enrique José Varona

La calidad del Proceso Docente Educativo, es un elemento a evaluar tanto por los funcionarios del municipio y la provincia, como por el personal de la propia escuela.

En este epígrafe se caracteriza el estado actual del desarrollo de habilidades para la resolución de problemas décimo grado del IPU “Enrique José Varona” del municipio Holguín

Se aplicó una prueba pedagógica de entrada (ver anexo 1) a los 30 estudiantes de la muestra con el objetivo de valorar el desarrollo de las habilidades para resolver problemas geométricos. La prueba consistía en dos problemas, el primero de geometría plana y el otro de cálculo de cuerpos.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

En el primer problema 10 estudiantes (33,3%) respondieron correctamente la pregunta, mientras que solamente 4 estudiantes (13,3%) lograron aprobar el segundo problema. Como se puede apreciar, el problema de geometría plana fue el de mejores resultados, aunque éstos siguen siendo muy bajos. Al analizar las respuestas de los estudiantes se constató que todos los que resultaron suspensos mostraron las siguientes dificultades:

1. No saben identificar los datos que se dan y los que se buscan, ni establecer relaciones entre ellos.
2. No identifican los datos en figuras dadas.
3. No saben deducir consecuencias y propiedades de lo conocido,
4. Tienden a realizar los ejercicios sin considerar un tiempo para el análisis y la reflexión.
5. Asumen una actitud de trabajo a ciegas o por ensayo-error, lo que no les permite escoger una vía adecuada para llegar a la solución.

Por otro lado, se efectuaron un total de 4 visitas a clases (ver anexo 2) con el objetivo de observar el desempeño escolar y la metodología que empleaban los profesores para el desarrollo de las clases sobre resolución de problemas, las cuales mostraron, de forma general, que:

- Existe falta de motivación en los estudiantes para resolver problemas (en todas las clases).
- Insuficiente diferenciación de la enseñanza (en todas las clases).
- No se proponen tareas diferenciadoras (en tres de las cuatro clases visitadas).
- No siempre se analizan las diferentes vías de solución de los problemas (en todas las clases).
- Pobre protagonismo estudiantil en la búsqueda de los conocimientos (en dos clases).

Se aplicó una entrevista (ver anexo 3) a los 3 profesores de la muestra con el objetivo de conocer las opiniones de los profesores acerca del proceso de enseñanza–aprendizaje de los problemas en el décimo grado. Los resultados de la aplicación de estos instrumentos se pueden resumir en:

- El 100% de los docentes reconocen que la resolución de problemas es el contenido que mayor dificultad trae para ser asimilado por los estudiantes y para ser impartido por los maestros, pues en el sistema jerárquico de habilidades la resolución de problemas está en el escalón más alto.

- Todos consideran que el programa de Matemática posee potencialidades para favorecer el trabajo con la resolución de problemas en sus diferentes tipos.
- Dos de los maestros manifiestan que no son suficientes los documentos y materiales que disponen para su autopreparación con vistas a lograr en sus estudiantes el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas.
- En cuanto a las principales limitaciones los maestros reconocen que las principales causas están dadas en que no se tratan estos contenidos en las actividades metodológicas con la profundidad requerida.
- Todos reconocen la necesidad de una preparación más profunda que tipifique los diferentes tipos de problemas y cómo proceder metodológicamente para resolverlos.

Teniendo en cuenta los resultados de la aplicación de las pruebas pedagógicas, las entrevistas y las observaciones de clases realizadas, se puede concluir que los estudiantes del décimo grado del IPU "Enrique José Varona" del municipio Holguín, no han desarrollado las habilidades necesarias para resolver problemas, con énfasis en los de índole geométricos.

Estas habilidades se han visto afectadas debido a los problemas que manifiestan los estudiantes para comprender los problemas, mostrado tendencia a la ejecución a la hora de enfrentarse a ellos.

Todo lo anterior mostró la necesidad de realizar la presente investigación.

El problema de la tendencia a la ejecución está presente en todas las educaciones y una de las causas es la utilización de una enseñanza inadecuada que favorece la formación de creencias que limitan el aprendizaje escolar.

Como la tendencia a la ejecución afecta la primera fase del PHG, la comprensión del problema, resulta imprescindible el cumplimiento exitoso de las exigencias que presupone esta fase, pues a partir de una adecuada comprensión, resultará el éxito de las demás fases.

A continuación se dan sugerencias para evitar la tendencia a la ejecución en la resolución de problemas geométricos, por tanto, se potencia la fase de comprensión del problema donde una adecuada conducción del maestro favorece la formación de modos de actuación que prepara al estudiante para futuras situaciones.

3. Sugerencias metodológicas para favorecer la compresión de problemas geométricos en el décimo grado.

En este epígrafe se elaboran las sugerencias metodológicas para favorecer la compresión de los problemas geométricos en el décimo grado, las cuales se redactan en forma de pasos a cumplir en un orden jerárquico, teniendo en cuenta un razonamiento lógico deductivo. Estas sugerencias metodológicas se ejemplifican con un problema de cálculo de cuerpos del décimo grado.

Como bien se dice en el trabajo, estas sugerencias van dirigidas al décimo grado, pero por su carácter general pueden ser aplicadas e otros grados, e incluso, en otros tipos de problemas.

3.1 Concepción didáctica de la asignatura en el décimo grado

En este grado, como en el resto de la Educación General, el contenido se determina a partir del sistema de objetivos: del nivel, de la disciplina, de la asignatura en el grado y de las unidades de estudio que componen el programa y se estructura sobre la base de las líneas directrices.

Los objetivos de la disciplina se derivan del fin y los objetivos de la Educación en el Preuniversitario y expresan lo que deben lograr los estudiantes con el estudio de la Matemática en el nivel. Es por eso que en el contenido de estos se refleja: el carácter creador y partidista de la disciplina; las relaciones interdisciplinaria que posibilitan la aplicación del contenido matemático en otras áreas del saber; el desarrollo del pensamiento matemático que permite operar con conceptos, relaciones y procedimientos; las habilidades y hábitos que aseguran una educación matemática adecuada; la resolución y formulación de problemas intramatemáticos y extramatemáticos para la fijación de contenidos, la obtención de nuevos conocimientos y la contribución a la educación general integral de los estudiantes; las habilidades comunicativas, el uso adecuado de terminología y simbología matemáticas y la interpretación del lenguaje de los recursos de las tecnologías de la información y las comunicaciones y de otras fuentes; las formas para desarrollar de manera independiente y cooperada un aprendizaje desarrollador y la racionalización eficiente del trabajo mental.

El eje central de la concepción general del trabajo en la asignatura Matemática lo constituye la formulación y resolución de problemas. Esto exige que la comprensión y aplicación por los estudiantes de los contenidos de cada núcleo temático (números, magnitudes, ecuaciones, funciones, geometría y trigonometría, estadística, e ideas combinatorias) debe apoyarse en las relaciones con otros.

Los contenidos geométricos aparecen en el décimo grado en la unidad 4 “Trigonometría y sus aplicaciones”.

La concepción de la disciplina Matemática considera el estudio de la trigonometría como un sistema de conocimientos esencial en los tres grados del preuniversitario. Variadas actividades y situaciones prácticas de la actividad científica y tecnológica requieren de la aplicación de conceptos, relaciones y procedimientos trigonométricos.

Los conocimientos precedentes para el estudio de la trigonometría se adquieren en la Secundaria Básica, en este nivel educativo se estudian las figuras planas, sus elementos, relaciones y procedimientos de cálculo geométrico; se trata ampliamente la semejanza de triángulos, el grupo de teorema de Pitágoras y se definen las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, las cuales se aplican en problemas geométricos y relacionados con la práctica.

Con el estudio de esta unidad en el décimo grado, se amplían las razones trigonométricas a ángulos cualesquiera, se resuelven ecuaciones trigonométricas simples y se aplica la trigonometría a la resolución y formulación de problemas geométricos y relacionados otras áreas del conocimiento. Las razones trigonométricas se aplican en la resolución de figuras y cuerpos geométricos, y en otros tipos de problemas, en el que requiere del trabajo con diferentes magnitudes.

De la estructura interna de la unidad (Anexo 6) se derivan las siguientes unidades temáticas:

- Igualdad y semejanza de figuras planas
- Razones trigonométricas

- Circunferencia trigonométrica
- Aplicaciones de la trigonometría

De manera general, en el tratamiento de esta unidad es esencial que los estudiantes desarrollen habilidades en el cálculo trigonométrico, calculen las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera utilizando las tablas y otros medios de cálculo, resuelvan ecuaciones trigonométricas sencillas y apliquen los conocimientos trigonométricos en la resolución y formulación de problemas relacionados con la geometría y otras áreas del saber.

Para lograr estos conocimientos es necesario que los estudiantes puedan:

- Resolver ejercicios y problemas en los cuales se apliquen las relaciones que se obtienen de la igualdad y la semejanza de triángulos y la resolución de triángulos rectángulos.
- Memorizar la definición de las razones trigonométricas obtenidas a partir de la longitud los lados en el triángulo rectángulo.
- Memorizar las identidades trigonométricas fundamentales ($sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$; $tan\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha}$; $cot\,\alpha = \dfrac{cos\,\alpha}{sen\,\alpha}$; $1 + tan^2\alpha = \dfrac{1}{cos^2\alpha}$ y $1 + cot^2\alpha = \dfrac{1}{sen^2\alpha}$)
- Demostrar alguna de las identidades trigonométricas fundamentales.
- Calcular las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo,
- Calcular las razones trigonométricas de ángulos en la circunferencia trigonométrica (desde 0^o hasta 360^o) utilizando las tablas trigonométricas y la calculadora científica.

- Utilizar correctamente las reglas de aproximación en el cálculo con razones trigonométricas.
- Expresar conjuntos de ángulos coterminales.
- Identificar las fórmulas de reducción de cada cuadrante.
- Identificar los signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante.
- Calcular las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera medidos en el sistema sexagesimal.
- Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas que requieran de la aplicación de relaciones algebraicas elementales y de las identidades trigonométricas fundamentales.
- Resolver triángulos rectángulos.
- Resolver triángulos cualesquiera que requieren de la aplicación las razones trigonométricas, la Ley de los senos o la Ley de los cosenos.
- Resolver y formular problemas intramatemáticos y extramatemáticos que requieran de la resolución de triángulos, la resolución de polígonos regulares y la resolución de cuerpos geométricos.
- Argumentar proposiciones con la utilización adecuada de la terminología y simbología matemática.

En este trabajo investigativo se decidió ejemplificar la utilización de las orientaciones metodológicas elaboradas con un ejercicio del cálculo de cuerpos, por eso se tuvo en cuenta que al respecto las Orientaciones metodológicas del grado dicen que La vía metodológica que se puede seguir para el tratamiento del cálculo en cuerpos geométricos puede ser similar a la que se utilizó para los polígonos regulares: proponer ejercicios a los estudiantes, que partan de ejemplos simples e ir aumentando el nivel de complejidad en la medida que los estudiante se vayan apropiando de los conceptos, de las relaciones y de los procedimientos que se corresponden con este tema.

El cálculo de cuerpos se inicia en la Secundaria Básica y en el décimo grado se profundiza, por lo que se pueden resolver otros tipos de ejercicios en los que se aplican otra herramienta que el estudiante ha aprendido: la trigonometría. Es importante tener en cuenta en el décimo grado el cálculo de cuerpos se concibe como una aplicación de la trigonometría por lo que los ejercicios que se propongan a los estudiantes deben requerir de ella para resolverlos.

A continuación se elaboran las orientaciones metodológicas que constituyen el aporte práctico de la presente investigación.

3.2 Sugerencias metodológicas para favorecer la compresión de problemas geométricos

- **Primero: Lectura del problema:**

Es un primer acercamiento al problema. Aquí se le debe dar la posibilidad al estudiante de ir reconociendo en el sistema de conceptos que tiene formado en su mente, aquellos a que se hacen referencia en la situación dada. Se debe propiciar que se identifiquen los conceptos materiales o materializados en los cuerpos o las figuras dadas, o en el reflejo mental si es que no se da ninguna figura.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

Si en la lectura inicial hay algún término, alguna palabra o algún concepto que no se entendió en la primera impresión de la lectura, se puede recurrir a algún tipo de ayuda (de otra persona o de otra fuente de información) .

- **Tercero: Determinar lo dado y lo buscado**

¿De qué se habla?, ¿Qué se da?, ¿Qué se busca?

- **Cuarto: Lectura analítica del problema.**

La oración es la menor unidad del habla con sentido completo, por tanto, esta nueva lectura debe realizarse paso a paso, por oraciones. El objetivo es obtener para cada oración, el máximo de información posible de acuerdo a los conceptos y relaciones que en cada una de ellas aparecen. Se trata de identificar las características esenciales de los conceptos y deducir propiedades y consecuencias. Si se da una figura, ir identificando y señalando de ser posible la información que se va obteniendo. Si no se da la figura se debe ir elaborándola e identificar entonces los aspectos señalados Hay que obtener el máximo de información de cada oración y solo pasar a la siguiente cuando se hayan agotado todas las posibilidades de obtención de información. De esta manera se guardarán y se tendrán frescas en la memoria los resultados de este análisis, donde algunos quizás no se utilicen en el futuro, pero otros sí. Esto es lógico porque en la fase de comprensión del problema no se conoce aún la vía de solución.

La información así guardada va a ayudar a encontrar una posible vía de solución, pues en la fase de la encontrar la vía de solución se tendrá fresca la información que se necesita, una vez que se identifican y descubren nuevas relaciones no dadas a priori en el objeto del problema.

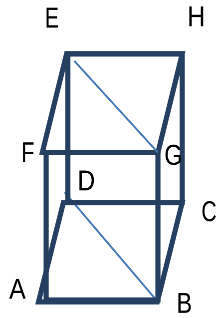
Con estas sugerencias se completa la primera fase del PHG, continuando luego con las demás.

A continuación se ejemplifica con un problema de la geometría del espacio:

Ejemplo de cómo utilizar las sugerencias metodológicas:

En la figura, ABCDEFGH es un prisma recto, ABCD es un rombo y DBGE un cuadrado. La diagonal interior $\overline{FC}$= 50 cm forma un ángulo de $36{,}9^0$ con la diagonal AC del rombo base.

a) Calcula el volumen del prisma



- **Primero: Lectura del problema:**

Aquí se realiza una lectura inicial del problema, se reconocen en el sistema de conceptos los conceptos de prisma, prisma recto, rombo, cuadrado, diagonal, ángulo y volumen. Un vistazo rápido a la figura favorece la identificación de la forma de prisma dibujada de perspectiva caballera.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

En este ejemplo no hay ningún término que resulte engorroso para los estudiantes, quizás el concepto de diagonal interior, el cual se puede aclarar utilizando un cuerpo con forma de prisma. De todas formas, el docente debe explorar si existe algún término que el estudiante desconoce y aclararlo.

- **Tercero: Determinar lo dado y lo buscado**

Se debe concluir que en el problema se habla de un prisma recto cuya base es un rombo, que solamente se da como dato que la longitud de una diagonal interior y el ángulo que esta forma con la base. Se desea averiguar el volumen del prisma y se recuerda la fórmula que permite calcularlo $V= A_B \cdot h$. Ver que para calcularlo necesitamos conocer el área de la base y la altura del prisma, pero estos datos no los dan. Por tanto, hay que calcular el área de la base y como es un rombo su área es el semiproducto de sus diagonales, pero éstas no las dan tampoco, por tanto, hay que determinarla. Tampoco dan la altura del prisma.

- **Cuarto: Lectura analítica del problema.**

Se lee oración por oración para sacar la mayor cantidad de información posible.

"ABCDEFGH es un prisma recto". Reconocer en la figura el prisma recto y entonces deducir que:

- Las aristas FA, GB, HC y ED son iguales (señalarlas del mismo modo)
- Estas aristas son perpendiculares a las bases del prisma, por tanto forman ángulos rectos con las aristas de ambas bases, ejemplo $<FAB=<FAD=<FAC=<AFG=<AFE=<EDC=<EDA=90^0$. (señalar en la figura algunos ángulos rectos)
- Cualquiera de estas aristas se puede tomar como altura del prisma.

"ABCD es un rombo". Reconocer en la figura el rombo y deducir que:

- Los lados AB, BC, CD y DA son iguales (señalarlos del mismo modo)
- Las diagonales AC y BD se cortan perpendicularmente en su punto medio y son bisectrices de los vértices que ellas unen (reconocer en la figura estos ángulos)
- Los ángulos opuestos del rombo son iguales.(reconocerlos en la figura)
- Los lados opuestos son paralelos.
- La base superior FGHE también es un rombo igual al de abajo y cumple las mismas propiedades (reconocerlas e la figura)

“DBGE un cuadrado”

- Los lados DB, BG, GE y ED son iguales (señalarlos del mismo modo pero marcarlo diferente a como se hizo en el rombo)
- Los ángulos interiores son rectos: < EDB=<DBG=<BGE=<GED=90^0 (señalarlos del mismo modo)
- Las diagonales DG y EB son iguales, se cortan perpendicularmente en su punto medio y son bisectrices de los vértices que ellas unen (reconocer en la figura estos ángulos)
- Los lados opuestos son paralelos
- Observar, además que la longitud de la arista del cuadrado coincide con la altura del prisma y con una diagonal del rombo base

“$\overline{FC}$= 50 cm forma un ángulo de $36{,}9^0$ con la diagonal AC del rombo base”

- Identificar a FC y escribir en la figura su longitud.
- Trazar AC que coincide con la otra diagonal del rombo y señalar el ángulo FCA de $36{,}9^0$

- Reconocer que el triángulo ACF es rectángulo en A, del cual se conoce un ángulo agudo y la hipotenusa, por tanto, pueden aplicarse razones trigonométricas para calcular la altura del prisma

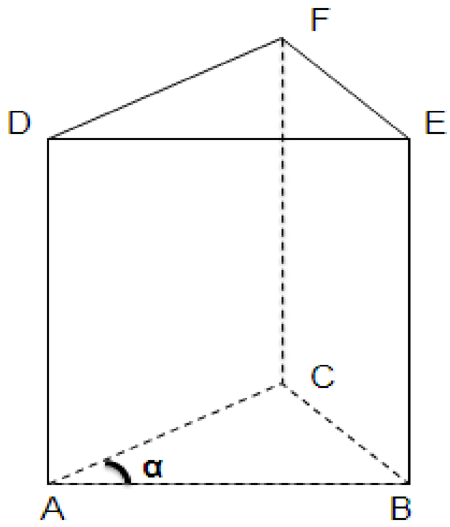
"Calcula el volumen del prisma"

- Se retoma las consideraciones que se hicieron anteriormente sobre lo que tengo y lo que no tengo, sobre la fórmula del volumen, lo que necesito.
- Reconocer los elementos de la fórmula en la figura

En estos momentos comienza la búsqueda de la vía de solución, la cual debe transcurrir sin baches, sin saltos, sin barreras porque en el pensamiento del escolar ocurre de esta manera. Todo lo que se hizo hasta ahora en la comprensión del problema posibilita descubrir mucho mejor la vía de solución.

Por ejemplo, como el triángulo FAC es rectángulo en A por lo que ya analicé anteriormente, entonces la hipotenusa de este triángulo es $\overline{FC}$= 50 cm y como me dan el ángulo agudo FCA de este triángulo, puedo aplicar razones trigonométricas para calcular FA que es el cateto opuesto al ángulo dado y que al mismo tiempo es igual a la arista BG que es igual a la diagonal DB del rombo base. O sea, que por esta vía puedo conocer una diagonal del rombo base y la altura del prisma. Aplicando razones trigonométricas nuevamente en el triángulo rectángulo FAC o el Teorema de Pitágoras se puede calcular la otra diagonal del rombo AC, con lo cual bastaría con sustituir en la fórmula para calcular el volumen pedido.

2. Halla el volumen del prisma que se muestra en la (Fig. 1.1). Si se conoce que las aristas $\overline{AC}$ = 3,0 cm, $\overline{AB}$ = 4,0 cm, $\overline{BE}$ = 5,0 cm y $\alpha = 30^0$.



(Fig. 1.1)

- **Primero: Lectura del problema:**

Aquí se realiza una lectura inicial del problema, se reconocen en el sistema de conceptos los conceptos de prisma, prisma recto, elementos de un prisma, ángulo y volumen. Un vistazo rápido a la figura favorece la identificación de la forma de prisma dibujada de perspectiva caballera.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

En este ejemplo no hay ningún término que resulte engorroso para los estudiantes.

Tercero: Determinar lo dado y lo buscado.

Se debe concluir que en el problema se habla de un prisma recto cuya base es un triángulo, que solamente se da como dato la longitud de las aristas laterales. Se desea averiguar el volumen del prisma y se recuerda la fórmula que permite calcularlo $V= A_B \cdot h$. Ver que para calcularlo necesitamos conocer el área de la base. Por tanto, hay que calcular el área de la base y como es un triangulo su área es semiproducto de dos de sus lados y el seno del ángulo comprendido entre ellos dos.

Cuarto: Lectura analítica del problema.

Se lee oración por oración para sacar la mayor cantidad de información posible.

"ABCDEF es un prisma recto". Reconocer en la figura el prisma recto y entonces deducir que:

- Las aristas AD, BE, CF son iguales (señalarlas del mismo modo).
- Estas aristas son perpendiculares a las bases del prisma, por tanto forman ángulos rectos con los planos de las bases, ejemplo <DAB=<DAC=<EBA=<EBC=<FCA=<FCB=90^0. (señalar en la figura algunos ángulos rectos)
- Cualquiera de estas aristas se puede tomar como altura del prisma.

"ABC es un triangulo". Reconocer en la figura el rombo y deducir que:

- Los lados AB, BC y CA son iguales (señalarlos del mismo modo)
- La base superior DFE también es un triangulo igual al de abajo y cumple las mismas propiedades (reconocerlas en la figura)

Reconocer que DA es perpendicular a la base entonces el triángulo ACB, del cual se conoce un ángulo agudo.

"Halla el volumen del prisma."

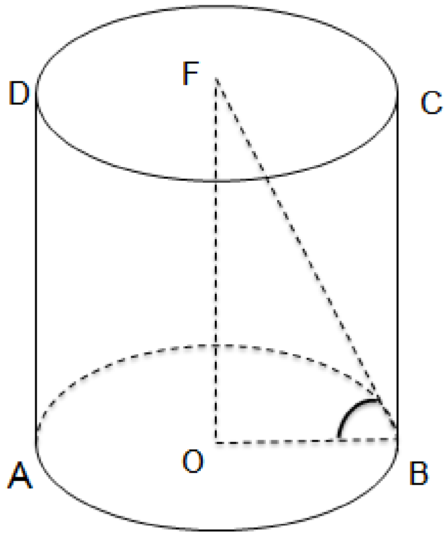
- Se retoma las consideraciones que se hicieron anteriormente sobre lo que tengo y lo que no tengo, sobre la fórmula del volumen, lo que necesito.

- Reconocer los elementos de la fórmula en la figura.

En estos momentos comienza la búsqueda de la vía de solución, la cual debe transcurrir sin baches, sin saltos, sin barreras porque en el pensamiento del escolar ocurre de esta manera. Todo lo que se hizo hasta ahora en la comprensión del problema posibilita descubrir mucho mejor la vía de solución.

Por ejemplo, como en el triángulo ACB me dan el ángulo agudo CAB, puedo aplicar razones trigonométricas para calcular CB que es el cateto opuesto al ángulo dado. Con lo cual bastaría con sustituir en la fórmula para calcular el volumen pedido.

3. Un tanque de agua está constituido por un cilindro de 1,5 m de radio y dos semiesferas (Fig. 1.2). Si el ángulo α es igual a 60^0, halla el volumen del tanque.



(Fig. 1.2)

- **Primero: Lectura del problema:**

Aquí se realiza una lectura inicial del problema, se reconocen en el sistema de conceptos los conceptos de cilindro, ángulo y volumen. Un vistazo rápido a la figura favorece la identificación de la forma de cilindro dibujada de perspectiva caballera.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

En este ejemplo no hay ningún término que resulte engorroso para los estudiantes. De todas formas, el docente debe explorar si existe algún término que el estudiante desconoce y aclararlo.

- **Tercero: Determinar lo dado y lo buscado.**

Se debe concluir que en el problema se habla de un cilindro, que solamente se da como dato que la longitud de su radio es de 1,5m. Se desea averiguar el volumen del cilindro y se recuerda la fórmula que permite calcularlo $V = A_B \cdot h$. Ver que para calcularlo necesitamos conocer el área de la base y la altura del cilindro, pero estos datos no los dan. Por tanto, hay que calcular el área de la base y como es un circulo su área es $A = \pi r^2$, pero éstas no las dan tampoco, por tanto, hay que determinarla. Tampoco dan la altura del cilindro.

- **Cuarto: Lectura analítica del problema.**

Se lee oración por oración para sacar la mayor cantidad de información posible.

"Un tanque de agua está constituido por un cilindro de 1,5 m de radio". Reconocer en la figura el cilindro y entonces deducir que:

- Las aristas DA, BC son iguales (señalarlas del mismo modo)
- Estas aristas son perpendiculares a las bases del cilindro, por tanto forman ángulos rectos con los planos de las bases.

- Cualquiera de estas aristas se puede tomar como altura del cilindro.

“Si el ángulo α es igual a 60^0´´.

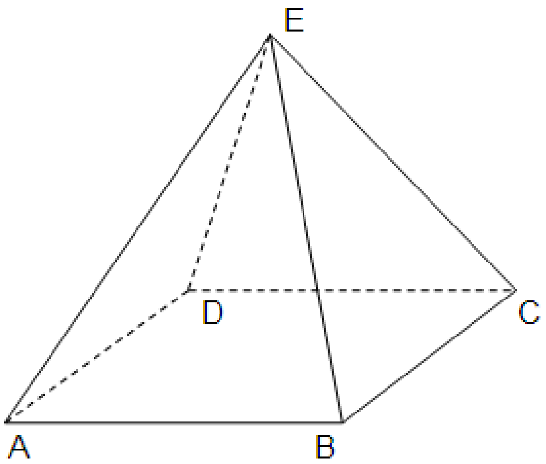
Reconocer en la figura el ángulo α es igual a 60^0 y deducir que:

- Las aristas se puede tomar como altura del cilindro (señalarlos del mismo modo).
- Los ángulos opuestos del rombo son iguales. (reconocerlos en la figura).
- La base superior también es un circulo igual al de abajo y cumple las mismas propiedades (reconocerlas en la figura).
- Ángulo FBO = 60^0.
- **“Halla el volumen del cilindro”**
- Se retoma las consideraciones que se hicieron anteriormente sobre lo que tengo y lo que no tengo, sobre la fórmula del volumen, lo que necesito.
- Reconocer los elementos de la fórmula en la figura.

En estos momentos comienza la búsqueda de la vía de solución, la cual debe transcurrir sin baches, sin saltos, sin barreras porque en el pensamiento del escolar ocurre de esta manera. Todo lo que se hizo hasta ahora en la comprensión del problema posibilita descubrir mucho mejor la vía de solución.

Por ejemplo, como el triángulo FBO es rectángulo en O por lo que ya analicé anteriormente, entonces la hipotenusa de este triángulo es FB y como me dan el ángulo agudo FBO de este triángulo, puedo aplicar razones trigonométricas para calcular FO que es el cateto opuesto al ángulo dado y que al mismo tiempo es igual a la arista DA. O sea, que por esta vía puedo conocer la altura del cilindro. Aplicando razones trigonométricas nuevamente en el triángulo rectángulo FBO o el Teorema de Pitágoras se puede calcular el otro cateto, con lo cual bastaría con sustituir en la fórmula para calcular el volumen pedido.

4. Halla el volumen de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 36 cm de lado y sus caras son triángulos equiláteros. (Fig. 1.3)



(Fig. 1.3)

- **Primero: Lectura del problema.**

Aquí se realiza una lectura inicial del problema, se reconocen en el sistema de conceptos los conceptos de pirámide, triangulo, triangulo equilátero, volumen. Un vistazo rápido a la figura favorece la identificación de la forma de la pirámide dibujada de perspectiva caballera.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

En este ejemplo no hay ningún término que resulte engorroso para los estudiantes. De todas formas, el docente debe explorar si existe algún término que el estudiante desconoce y aclararlo.

- **Tercero: Determinar lo dado y lo buscado.**

Se debe concluir que en el problema se habla de una pirámide cuya base es un cuadrado, que solamente se da como dato que la longitud de un lado del cuadrado es 36 cm. Se desea averiguar el volumen de la pirámide y se recuerda la fórmula que permite calcularlo $\frac{Ab}{3}h$. Ver que para calcularlo necesitamos conocer el área de la base y la altura de la pirámide, pero estos datos no los dan. Por tanto, hay que calcular el área de la base y como es un cuadrado su área es un lado al cuadrado, no dan la altura del pirámide.

- **Cuarto: Lectura analítica del problema.**

Se lee oración por oración para sacar la mayor cantidad de información posible.

"ABCDE es un pirámide regular". Reconocer en la figura la pirámide y entonces deducir que:

- Las aristas AE, BE, CE y DE son iguales (señalarlas del mismo modo)

"ABCD es un cuadrado". Reconocer en la figura el cuadrado y deducir que:

- Los lados AB, BC, CD y DA son iguales (señalarlos del mismo modo)
- Las diagonales AC y BD se cortan perpendicularmente en su punto medio y son bisectrices de los vértices que ellas unen (reconocer en la figura estos ángulos)
- Los lados opuestos son paralelos.

"y sus caras son triángulos equiláteros"

- Los lados AE, BE, CE, DE, AB, BC, CD, AD, son iguales (señalarlos del mismo modo pero marcarlo diferente a como se hizo en el cuadrado)

- Los ángulos interiores de las caras son iguales: < EAB = <AEB = <ABE = 60^0 (señalarlos del mismo modo)

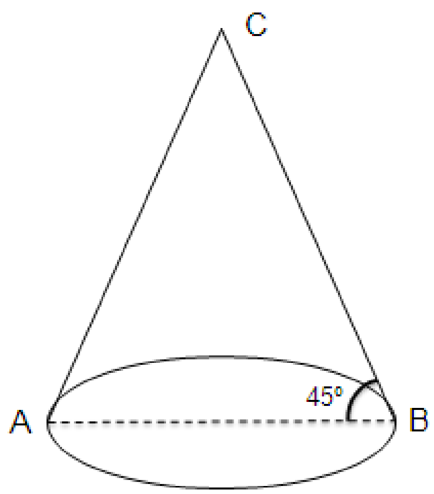
“Halla el volumen de la pirámide”

- Se retoma las consideraciones que se hicieron anteriormente sobre lo que tengo y lo que no tengo, sobre la fórmula del volumen, lo que necesito.
- Reconocer los elementos de la fórmula en la figura.

En estos momentos comienza la búsqueda de la vía de solución, la cual debe transcurrir sin baches, sin saltos, sin barreras porque en el pensamiento del escolar ocurre de esta manera. Todo lo que se hizo hasta ahora en la comprensión del problema posibilita descubrir mucho mejor la vía de solución.

5. La base de un cono recto (Fig. 1.5) es un circulo de 1,0 m de radio y la generatriz forma un ángulo de 45^0 con el plano de la base.

a) Calcula el volumen del cono.



(Fig. 1.5)

- **Primero: Lectura del problema:**

Aquí se realiza una lectura inicial del problema, se reconocen en el sistema de conceptos los conceptos de cono, generatriz, círculo, ángulo. Un vistazo rápido a la figura favorece la identificación de la forma de cono dibujada de perspectiva caballera.

- **Segundo: Aclaración de conceptos o palabras claves.**

En este ejemplo hay un término que resulta engorroso para los estudiantes, el concepto de generatriz, el cual se puede aclarar utilizando un cuerpo con forma de cilindro. De todas formas, el docente debe explorar si existe algún término que el estudiante desconoce y aclararlo.

- **Tercero: Determinar lo dado y lo buscado.**

Se debe concluir que en el problema se habla de un cono, que solamente se da como dato el ángulo que forma con la base la generatriz. Se desea averiguar el volumen del cono y se recuerda la fórmula que permite calcularlo $\frac{\pi r^2}{3}h$. Ver que para calcularlo necesitamos conocer el área de la base y la altura del cono, pero estos datos no los dan. Por tanto, hay que calcular el área de la base y como es un círculo su área es πr^2 . Tampoco dan la altura del cono.

- **Cuarto: Lectura analítica del problema.**

Se lee oración por oración para sacar la mayor cantidad de información posible.

“La base de un cono recto es un circulo de 1,0 m de radio y la generatriz forma un ángulo de 45^0 con el plano de la base”. Reconocer en la figura el cono y entonces deducir que:

- Las generatrices AC y BC son iguales (señalarlas del mismo modo)
- Estas generatrices forman ángulos de 45º con la base, ejemplo <CAB = <CBA = 45^0. (señalar en la figura algunos ángulos)
- La base es un círculo y su área se calcula $A = \pi r^2$.
- Se retoma las consideraciones que se hicieron anteriormente sobre lo que tengo y lo que no tengo, sobre la fórmula del volumen, lo que necesito.
- Reconocer los elementos de la fórmula en la figura.

En estos momentos comienza la búsqueda de la vía de solución, la cual debe transcurrir sin baches, sin saltos, sin barreras porque en el pensamiento del escolar ocurre de esta manera. Todo lo que se hizo hasta ahora en la comprensión del problema posibilita descubrir mucho mejor la vía de solución.

Por ejemplo, como el círculo su radio es 1,0m que hace función de un cateto y BC la generatriz que es la hipotenusa del triángulo BCO rectángulo en O. Como me dan el ángulo agudo OBC de este triángulo, puedo aplicar razones trigonométricas para calcular BC que es la hipotenusa. O sea, que por esta vía puedo conocer la generatriz del cono. Aplicando razones trigonométricas nuevamente en el triángulo rectángulo BAC o el Teorema de Pitágoras se puede calcular el otro cateto del cono AC, con lo cual bastaría con sustituir en la fórmula para calcular el volumen pedido.

- **Propuesta de ejercicios para desarrollar modos de actuación en los estudiantes para la comprensión de problemas geométricos, utilizando las orientaciones metodológicas elaboradas.**

1) Si el triángulo ABC es rectángulo en C, $cos\angle CAB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\overline{BC} = 3{,}0\,u$, calcula la longitud de $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$.

2) La base de una pieza de madera tiene forma de rombo y su perímetro es de $40\,cm$. Si la longitud de la diagonal menor es $12\,cm$, calcula la amplitud de los ángulos del rombo.

3) Una escalera de $5{,}3\,m$ de longitud está apoyada en una pared de modo que su pie dista $2{,}0\,m$ de la pared. ¿A qué distancia de la base está apoyada la escalera en la pared?

4) En un ΔMPN, rectángulo en P, la altura relativa a la hipotenusa mide $8{,}0\,cm$.

- a) ¿Qué longitudes enteras pueden tener los segmentos determinados por la altura sobre la hipotenusa?
- b) ¿Qué longitudes tienen los segmentos de hipotenusa si la razón entre ellos es de 1:4?
- c) Halla la amplitud del ángulo que forma la hipotenusa con el cateto mayor.

5) Resuelve el triángulo ABC, si se sabe que:

- a) $a = 41{,}2\,u$; $b = 28\,u$; $\gamma = 58{,}2^o$
- b) $\alpha = 53{,}1^o$; $b = 1{,}98\,u$; $\gamma = 22{,}3^o$
- c) $c = 9{,}1\,u$; $b = 16\,u$; $a = 5{,}3\,u$

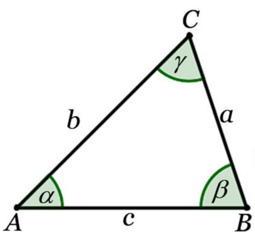


Fig.4.31

6) Dos trenes parten al mismo tiempo de una misma estación siguiendo vías rectilíneas que forman entre sí un ángulo de 30^o. Si uno de los trenes se mueve con una velocidad de $30\,km/h$ y el otro a $40\,km/h$, ¿a qué distancia se encuentran los trenes al cabo de media hora?

7) Para calcular la distancia entre dos puntos Q y M a la orilla de un lago, se establece un punto P a $100\,m$ de un punto M y al medir los ángulos resulta que $\angle PMQ = 110^o$ y $\angle QPM = 40^o$

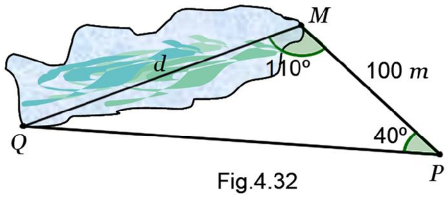


Fig.4.32

¿Cuál es la distancia entre los puntos Q y M

8) El rombo $MNPQ$ tiene $6{,}0\,cm$ 6,0 de lado, $\angle NPQ = 60^o$ y E es punto medio de $\overline{NP}$. Calcula la longitud de los segmentos $\overline{ME}$ y $\overline{MP}$ y la amplitud de $\angle EMP$.

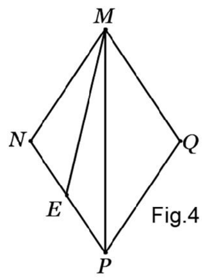


Fig.4.33

9) El lado de un hexágono regular es igual a $12\,cm$, halla su área y el radio de la circunferencia circunscrita a este.

10) Halla el volumen de la pirámide triangular regular que se muestra en la figura.

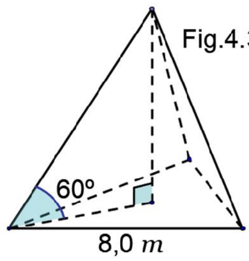


Fig.4.34

11) La figura representa un cilindro circular recto al cual se le ha realizado una perforación en forma de cono circular recto, cuya altura es la mitad de la del cilindro.

Si $\alpha = 60^o$ y la altura del cilindro es $8{,}4\,cm$, halla el volumen del cuerpo representado.

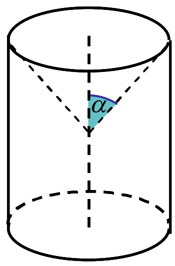


Fig.4.35

12) En un cono circular recto dos generatrices opuestas forman un ángulo de 50^o. Si las generatrices miden $15{,}5\,dm$:

a) Calcula el volumen del cono.

b) ¿Serán suficientes $5\,L$ de pintura de aceite para pintar dos veces totalmente el cono, si con un litro se pueden pintar dos metros cuadrados de superficie?

13) En la pirámide regular de base cuadrada $ABCDS$ que se muestra en la figura 4,36 se cumple que:

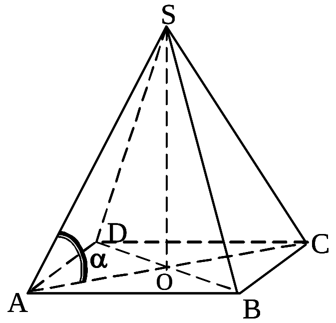


Fig.4.36

- la diagonal de la base $\overline{AC} = 8{,}0\,cm$
- $tan\,\alpha = 2$ (α: ángulo de inclinación de las aristas laterales).

Calcula:

a) El volumen de la pirámide.

b) Su área lateral.

Conclusiones parciales:

Cuando se enseña a otra persona a hacer algo que no sabe hacer o que hace de otra manera, se le está instruyendo en un método, en una metodología que no domina. Lo mismo sucede con los estudiantes en las aulas, como dice Vigotsky, el aprendizaje tiene un carácter sociocultural. Esto significa que las sugerencias aquí presentadas, si bien van a ser utilizadas por el docente en el proceso de enseñanza–aprendizaje de los problemas, por la intencionalidad con que fueron elaboradas teniendo en cuenta la estructura interna del pensamiento lógico deductivo, también tienen la intensión de armar metodológicamente al estudiante para formar en ellos, modos de actuación adecuados.

4. Valoración de la efectividad de la propuesta

El siguiente epígrafe recoge el resultado del proceso de valoración de la aplicación de las sugerencias metodológicas para favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado. La población estuvo constituida por 59 escolares ubicados en tres aulas de décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín

Se tomó una muestra de 30 escolares seleccionados de forma aleatoria simple por presentar características similares a la población y la totalidad de los profesores de matemática implicados (3).

Previo a la aplicación de la propuesta se ejecutan diferentes instrumentos para un diagnóstico inicial. En primer lugar, se aplicó una prueba pedagógica de entrada a los 30 estudiantes de la muestra (anexo 1), para diagnosticar el estado actual del desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, se observan un total de 4 visitas a clases (ver anexo 2) con el objetivo de observar el desempeño escolar y la metodología que empleaban los profesores para el desarrollo de las clases sobre resolución de problemas; se aplicó una entrevista (ver anexo 3) a los 3 profesores de la muestra con el objetivo de conocer las opiniones acerca del proceso de enseñanza–aprendizaje de los problemas. Los resultados de estos instrumentos se recogen en el epígrafe 2 de este informe de investigación.

Los resultados obtenidos en el diagnóstico inicial motivaron la necesidad de profundizar en las dificultades encontradas y en toda la teoría de la didáctica general y de la metodología de la Matemática en particular, para lograr la elaboración de sugerencias metodológicas dirigidas a favorecer la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado. Con la revisión de ciertas bibliografías relacionadas con el tema y con la ayuda de profesores universitarios y docentes del propio centro que imparten a los grados superiores, se recopila la información necesaria para la elaboración de estas sugerencias.

Las sugerencias aquí elaboradas tienen la intención de ir formando y desarrollando modos de actuación en los estudiantes a la hora de enfrentarse a la resolución de un problema geométrico.

Después de aplicada la propuesta, se ejecutaron diferentes instrumentos para un diagnóstico final. En primer lugar, se aplicó una prueba pedagógica a los 30 estudiantes de la muestra (anexo 4), para diagnosticar el estado alcanzado en el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, se observaron un total de 4 visitas a clases (ver anexo 2) con el objetivo de valorar el desempeño escolar y el desempeño metodológico de los profesores para el desarrollo de las clases sobre resolución de problemas y se aplicó una entrevista (ver anexo 5) a los 3 profesores de la muestra con el objetivo de conocer las opiniones acerca de los resultados de la utilización de las sugerencias metodológicas para la comprensión de los problemas.

Los resultados se estos instrumentos se plasman a continuación:

La prueba pedagógica de salida, al igual que la de entrada, consistía en dos problemas, el primero de geometría plana y el otro de cálculo de cuerpos.

En el primer problema 24 estudiantes (80,6%) respondieron correctamente la pregunta, y en el segundo, 20 estudiantes (66,6%) lograron aprobar el segundo problema. Al analizar las respuestas de los estudiantes se constató que:

- El 93,2% supieron identificar los datos que se dan y los que se buscan, y el 70% supieron establecer relaciones entre ellos.
- Todos identificaron los datos en las figuras dadas.
- El 60% supo deducir consecuencias y propiedades de lo conocido,
- El 100% mostró interés por resolver los problemas que se le plantearon.
- Asumen una actitud de trabajo a ciegas o por ensayo-error.
- De las visitas a clases se pudo concluir de forma general que:
- Todos los estudiantes estaban motivados por resolver los problemas, pues todos confiaban en sus posibilidades para comprender lo y obtener una vía de solución.
- Los estudiantes mostraron un modo de actuación en consecuencia con las orientaciones elaboradas para la comprensión de lo que se le pedía.

- Se analizaron en las clases todas las vías posibles para resolver los problemas.
- Se observó la cooperación profesor-alumno y alumno-alumno en la búsqueda de propiedades y deducción de consecuencias.
- Los estudiantes fueron protagonistas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Con la aplicación de la entrevista a los 3 profesores se pudo comprobar que:

- El 100% de los docentes reconocen que las sugerencias metodológicas elaboradas favorecen de manera significativa la fase de comprensión del problema, pues los estudiantes mostraron un modo de actuación adecuado a la hora de analizar la situación problémica inicial, orientándose de manera puntual al reconocimiento de lo dado y lo buscado y a la deducción de consecuencias y propiedades en los objetos, y de esta manera los ponía en una situación más cómoda para encontrar y ejecutar la vía de solución.

Todos estos resultados se compararon con los del diagnóstico inicial y que aparecen reflejados en el epígrafe 2, evidenciando una notable mejoría en los estudiantes en cuanto a la comprensión de problemas geométricos se refiere, por tanto, se pudo constatar en la práctica pedagógica, que con la utilización de la propuesta elaborada hubo transformación en el problema y las sugerencias metodológicas elaboras son efectivas para la comprensión de problemas geométricos en el décimo grado del IPU Enrique José Varona del municipio Holguín.

CONCLUSIONES

La resolución de problemas es una habilidad que se ubica en el escalón más alto de la pirámide de las habilidades matemáticas. Esta habilidad de manera general no está lo necesariamente desarrollada en los estudiantes de cualquier nivel educativo.

Se pudo constatar en la práctica las insuficiencias que tienen los estudiantes de décimo grado para comprender problemas geométricos, las cuales limitan la formación y desarrollo de habilidades para encontrar una vía de solución adecuada, manifestando tendencia a la ejecución a la hora de enfrentarse a ellos.

En el presente trabajo se elaboran sugerencias metodológicas que van dirigidas a favorecer la comprensión de los problemas geométricos del décimo grado.

Los métodos científicos utilizados constataron la efectividad de la propuesta para lo que fue concebida, pues que los estudiantes adquirieron modos de actuación y eliminaron la tendencia a la ejecución, favoreciéndose el desarrollo de la habilidad de resolver problemas; por tanto, se consideran cumplidas la tareas declaradas y realizado el objetivo de la investigación.

RECOMENDACIONES

Todas las áreas de la matemática escolar tienen potencialidades para desarrollar la habilidad de resolver problemas, sin embargo en esta investigación no se pudo agotar todo ese universo, por tanto, se recomienda dirigir futuros trabajos a investigar los problemas en otros campos no tocados aquí, con énfasis en la fase de comprensión, para garantizar el éxito de las demás fases.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, P. M y otros (2008): Manual de ejercicios de Matemática para la Educación Media Superior. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
  - Ballester, S. (1992). MEM I Editorial Pueblo y Educación
  - Barzaga, E. (2011). La resolución de problemas aritméticos de adición y sustracción con sobrepaso, límite 20, en el segundo grado de la escuela primaria. Tesis de maestría. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero".
  - Bertoglia, L. (1990). Psicología del aprendizaje. Universidad Autofagasta, Chile.
  - Cala, Ermes (2015). La tendencia a la ejecución en la resolución de problemas geométricos. Trabajo presentado en el VI Simposio Científico Metodológico sobre laenseñanza de la Matemática. Universidad de Ciencias Pedagógicas. Holguín.
  - Campistrous Pérez, Luis (2007). Los problemas escolares. Material en soporte magnético.
  - Campistrous, L y Rizo, C. (1996): Aprende a resolver problemas Aritméticos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
  - Capote, M. (2003): Una estructuración didáctica para la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos con texto en el primer ciclo de la escuela primaria. Tesis en Opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Pinar del Río.

- Contreras, I. (1995). ¿Qué aporte ofrece la investigación más reciente sobre aprendizaje para fundamentar nuevas estrategias didácticas?. Revista Educación No.1, p. 7-16, Costa Rica.
- Cruz, M. (2002): Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática. Tesis en al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero. Holguín.
- Estupiñán, Yosvanis (2016). Situaciones problémicas para motivar el aprendizaje de las razones trigonométricas en noveno grado. Trabajo de diploma. Universidad de Holguín.
- González, D. (2001): La competencia para formular problemas matemáticos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana.
- Llivina, M. J. (1999): Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana.
- Mazarío, I. (2002): La resolución de problemas en la Matemática I y II de la carrera de Agronomía. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Matanzas. Matanzas.
- MINED, 2012. Programa de matemática Décimo Grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. .
- MINED, (2007). Seminario Nacional para Educadores. Material impreso. La Habana.

- MINED, 2016. Prientaciones Metodológicas de matemática Décimo Grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. .
- Palacio, J. (2001). Contextualización de Problemas Matemáticos. Conferencia de Pedagogía 2001, Ciudad de La Habana.
- Ramírez Argota, Olivia (2010). El sistema de clases de geometría del programa de matemática de séptimo grado. Tesis de maestría. Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”.
- Rizo, C. y L. Campistrous (2007). El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en las nuevas condiciones del desarrollo de la tecnología. Material en soporte magnético.
- Suárez, C y González, D. (2004): Una alternativa metodológica para el logro de un aprendizaje desarrollador a través del tratamiento de los problemas matemáticos. Ponencia presentada en el V Evento Internacional “La Enseñanza de la Matemática y la Computación”. Matanzas.
- Suárez, C y otros. (1995): La formación de los conceptos de las operaciones de cálculo con números naturales, sus significados prácticos y la formulación de problemas. Informe de investigación. Instituto Superior pedagógico Enrique José Varona
- Torres, Paúl (1992). Hacia una Metodología de la Enseñanza de la Matemática. ¿Cuál?. Boletín No. 14, p. 21-31. Sociedad Cubana de Matemática – Computación, Ciudad Habana.

- Velázquez, Yurisander (2016).Sistema de actividades para el entrenamiento de estudiantes de noveno grado en la solución de problemas. Trabajo de Diploma. Universidad de Holguín
- Verdecia, Rosa N. (2008). El uso del video como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de cinemática del octavo grado. Tesis de Maestría. ISP “José de la Luz y Caballero”, Holguín.
- Vigotsky, L. S. (1982). Pensamiento y Lenguaje. Ed. Pueblo y educación, Ciudad de La Habana.

ANEXOS

ANEXO 1

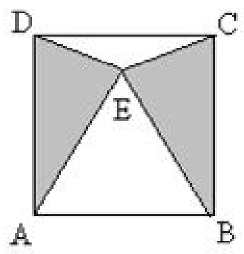
Prueba de entrada

Resuelve los siguientes problemas:

1. En la figura, ABCD es un cuadrado de

8,0 cm de lado. E, punto interior de ABCD formándose el

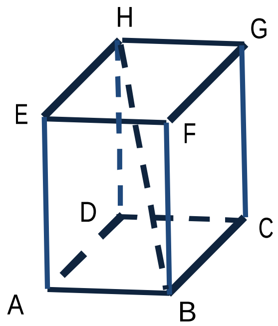
triángulo ABE equilátero.



a) Demuestra que $\overline{DE} = \overline{CE}$.

b) Calcula el área de la región sombreada

2. En la figura se muestra un prisma recto ABCDEFGH de base cuadrada ABCD y la diagonal $\overline{HB}$ del prisma, forma con el plano que contiene la base un ángulo de 45º. Si el volumen del prisma es $125\sqrt{2}cm^3$, halla su área total.



ANEXO 2

Guía de observación de clases.

Objetivo: Comprobar el desempeño de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas geométricos.

Fecha ___________________ Grupo__________________

Asunto de la clase____

Matrícula________________________

1. Los estudiantes muestran motivación por resolver los problemas.

Si _________ No__________ A veces ____________

2. Los estudiantes utilizan diferentes vías para resolver los problemas.

Sí_____ No____ A veces ____________

3. Se atienden las diferencias individuales de los alumnos por los puestos.

Sí_____ No____ A veces ____________

4. Se utilizan preguntas heurísticas que posibilitaron cumplir con los pasos del Programa Heurístico General

Sí_____ No____ A veces ____________

5. Participación de los estudiantes:

Activa____________ Pobre__________ Ninguna____________

6. Otro aspecto de interés.

ANEXO 3

Entrevista a docentes

Objetivo: Conocer las opiniones de los profesores acerca del proceso de eseñanza–aprendizaje de los problemas en el décimo grado.

Compañero profesor, necesitamos su cooperación en una investigación que se está realizando referida al desarrollo en los estudiantes de habilidades para resolver problemas geométricos. Por favor, responda con la mayor sinceridad posible.

1. ¿Qué contenidos matemáticos le resultan más difíciles de comprender a sus estudiantes?. ¿Por qué?.
2. ¿Consideras que el programa de Matemática de décimo grado posee potencialidades para favorecer el trabajo con la resolución de problemas geométricos?
3. ¿Considera suficientes los materiales que tiene a su disposición para prepararse?
4. ¿Cómo considera su preparación para favorecer el desarrollo de la habilidad "resolver problemas" en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?. Fundamenta.

Gracias por su colaboración

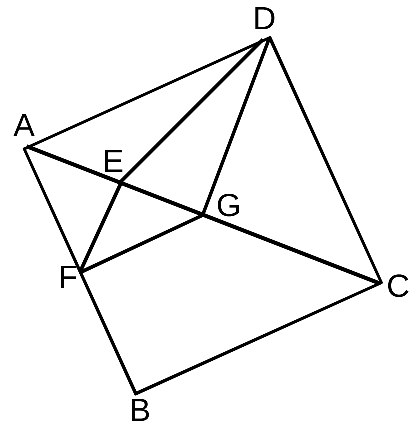
ANEXO 4

Resuelve los siguientes problemas:

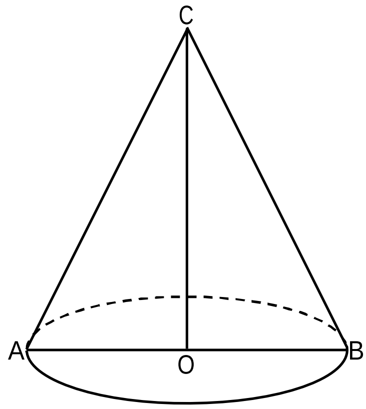
1. En la figura:
   - ABCD es un cuadrado,
   - E y G pertenecen a la diagonal AC,
   - FGDE es un trapecio de base los segmentos FE y GD.
   - G punto de intersección de las diagonales del cuadrado.
   - F punto medio del segmento AB.

   a) Demuestra que los triángulos DGC y FEA son semejantes.

   b) Si el área del cuadrado es 25 cm^2. Calcula el área del cuadrilátero FGDA.



2. En la figura se ha representado un cono circular recto, de altura $\overline{OC}$ y $\overline{AB}$ diámetro de la base del cono. Si $\sphericalangle BCA = 60°$ y el área del ΔABC es de aproximadamente 10,8dm^2. Calcula el área lateral del cono.



ANEXO 5

Entrevista a docentes

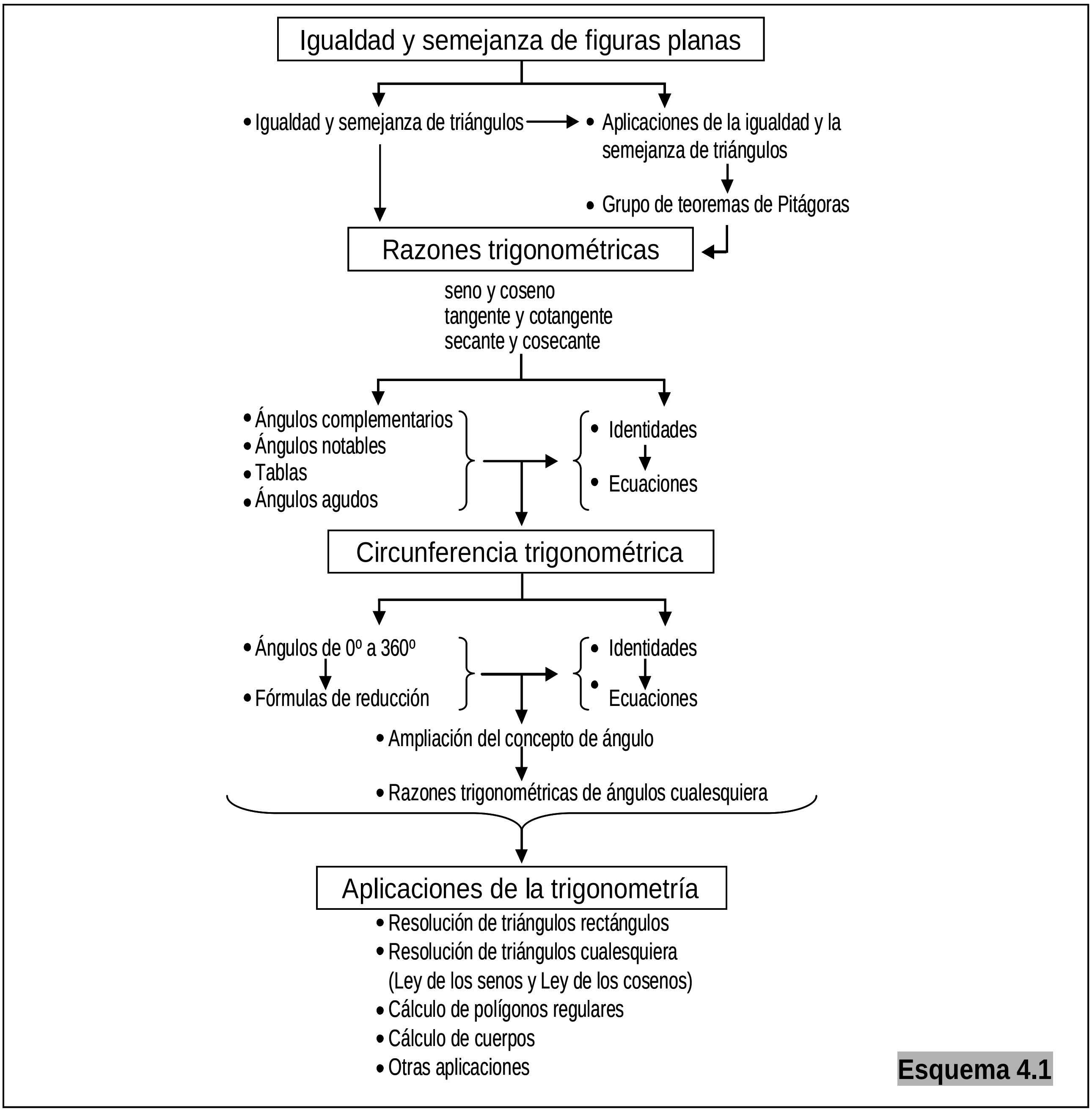
Objetivo: Conocer las opiniones de los profesores acerca de la efectividad de las orientaciones metodológicas para la comprensión de los problemas geométricos.

Compañero profesor, necesitamos su cooperación en una investigación que se está realizando referida al desarrollo en los estudiantes de habilidades para resolver problemas geométricos.

Por favor, responda con la mayor sinceridad posible y de su valoración acerca de la efectividad de las orientaciones metodológicas que se les facilitó y utilizó en sus clases para favorecer la comprensión de los problemas geométricos en el décimo grado.

ANEXO 6

Estructura interna de la unidad 4 de décimo grado.



Esquema 4.1

Esquema tomado de las OM Décimo grado **(VERSIÓN 1). La Habana, 3 de mayo de 2016**